

Impédances incertaines dans un Power Flow stochastique par Expansion des Polynômes du Chaos

Thomas BREMBILLA, Roman LE GOFF LATIMIER
Univ Rennes, ENS Rennes, IETR, CNRS, 35170, Bruz, France
{thomas.bremilla ; roman.legoff-latimier}@ens-rennes.fr

RESUME – Les réseaux de distribution intègrent un nombre croissant de consommateurs flexibles et de production distribuée, ce qui ouvre la voie à leur gestion. Cependant, très peu d'instrumentation est déployée dans les zones de distribution. Comme les lignes ont une longue durée de vie, on ne peut pas supposer que leurs impédances soient parfaitement connues. Cette étude propose donc d'introduire dans les équations du power flow une source d'incertitude provenant des valeurs des impédances. Ce power flow stochastique est résolu à l'aide de l'expansion des polynômes du chaos. La précision de cette méthode est confirmée par une étude de cas, ainsi que son efficacité numérique. Elle s'avère également capable de s'adapter à des variances d'impédance très élevées, ainsi qu'à des distributions asymétriques avec des discontinuités.
Mots-clés – Power Flow stochastique, réseaux de distribution, polynômes du chaos

1. INTRODUCTION

Afin d'atteindre les objectifs fixés dans le cadre de la transition énergétique, le nombre d'installations de production distribuée devrait augmenter de manière significative. Les réseaux de distribution sont susceptibles d'accueillir la plus grande part de ces nouvelles installations, si ce n'est en terme de puissance, du moins en terme de nombre [1]. De plus, le flux d'énergie à travers les réseaux de distribution devrait encore augmenter du fait de l'électrification du chauffage et surtout de la mobilité [2]. Ces deux effets combinés sont susceptibles d'exercer une pression considérable sur les réseaux de distribution, tout en apportant simultanément de nouveaux degrés de flexibilité. Il en résulte un intérêt accru pour la gestion des réseaux de distribution [3]. Dans le cadre de cette contribution, la gestion se réfère à la définition des puissances actives et réactives à échanger par chaque agent. Une telle gestion pourrait éviter de pousser le réseau actuel jusqu'à ses limites, à la fois en termes de capacité des lignes et de niveaux de tension. Certains renforcements pourraient alors être évités, ce qui aurait été coûteux aussi bien en termes financiers qu'en termes de consommation de matières premières [4].

La thématique de la gestion des réseaux de distribution actifs est actuellement très développée [5], avec de nombreux projets de recherche originaux. Des mécanismes de gestion innovants sont proposés pour respecter les contraintes du réseau [6] tout en tirant le meilleur parti de la production locale et des flexibilités [7, 8]. Les performances obtenues peuvent être comparées à celles d'un flux de puissance optimal (OPF). Ce problème d'optimisation peut être résolu efficacement dans le contexte des réseaux de distribution [9]. Il fournit donc une référence de performance à laquelle d'autres mécanismes de gestion peuvent être comparés.

Dans le cadre du problème d'OPF, les contraintes de flux de puissance (Power Flow PF) rassemblent le comportement physique des grandeurs électriques dans un ensemble de lignes et de bus. Elles peuvent être appliquées en tant que telles pour vérifier le respect des contraintes de puissance maximale dans les lignes et des tensions au niveau des bus, à la fois dans les réseaux de transmission et de distribution. Cependant, contrai-

rement aux réseaux de transmission, les réseaux de distribution sont très peu instrumentés [10]. Cette absence quasi-totale d'instrumentation est cohérente avec leur utilisation actuelle, car les réseaux de distribution offrent encore très peu de moyens de contrôle et de flexibilité. En outre, leur vaste infrastructure - en termes de nombre de lignes et d'agents connectés - rend inconcevable le déploiement d'une instrumentation similaire à celle observée sur un réseau de transmission [11].

Or, les infrastructures déployées dans les réseaux de distribution, à commencer par les lignes elles-mêmes, ont une durée de vie de plusieurs décennies. L'évolution de leurs caractéristiques sur une période aussi longue est donc largement inconnue. À notre connaissance, il n'existe pas de base de données à grande échelle des valeurs mesurées pour les impédances des réseaux de distribution au cours de leur durée de vie. Cela n'a eu - et n'a toujours - que peu ou pas de conséquences en raison de l'absence de gestion précise déployée de manière opérationnelle sur les réseaux de distribution. En revanche, toujours à notre connaissance, tous les algorithmes proposés dans la littérature supposent que les valeurs d'impédance des lignes du réseau de distribution sont connues. Or, l'usure du temps, les variations des conditions météorologiques, les incidents et les changements de raccordement rendent cette hypothèse improbable. Ignorer cette source d'incertitude peut conduire à une gestion sous-optimale, voire à une violation des limites d'exploitation du réseau [12].

Ces erreurs d'estimation pourraient être partiellement atténuées par l'utilisation d'observateurs sur l'estimation de l'état du réseau [13]. Toutefois, par définition, ces observateurs sont voués à commettre une erreur d'estimation résiduelle. En outre, la précision de leurs estimations nécessitera toujours le déploiement de capteurs, bien qu'à plus petite échelle.

La contribution de cet article est donc de proposer une méthode pour intégrer l'incertitude provenant des impédances de ligne dans les résultats du Power Flow. Parmi les méthodes possibles examinées à la section 2, l'expansion des polynômes du chaos PCE présente des caractéristiques prometteuses. Sur la base d'une étude de cas présentée dans la section 3, la qualité de la PCE et son efficacité de calcul seront examinées dans la section 4.

2. POWER FLOW STOCHASTIQUE

2.1. Impédances incertaines au sein d'un power flow

En tant qu'algorithme crucial dans la gestion du système électrique, le problème du power flow fait depuis longtemps l'objet d'une littérature abondante avec plusieurs formulations et approximations possibles. Dans la présente étude, l'impact des incertitudes liées à l'impédance nécessite une formulation non approximée des équations du PF. En outre, dans le contexte de cette étude, les réseaux de transmission semblent être exclus du champ d'application, puisqu'ils sont largement instrumentés et que l'on peut à juste titre supposer que les impédances y sont connues. L'étude se limite donc aux réseaux de distribution, qui

sont généralement radiaux. La formulation suivante pour le problème d'écoulement de puissance est donc adoptée [9].

$$v_{A_i} - v_i + z_i S_i^* + S_i z_i^* - l_i |z_i|^2 = 0 \quad i \in \mathcal{B} \quad (1a)$$

$$\sum_{j \in C_i} (S_j - l_j z_j) + s_i - S_i = 0 \quad i \in \mathcal{B} \quad (1b)$$

$$|S_i|^2 = v_i l_i \quad i \in \mathcal{B} \quad (1c)$$

$$v_0 = v^{ref} \quad ref \quad (1d)$$

La ligne i – avec une impédance z_i – relie le bus i à son ancêtre unique A_i . v_i , s_i , l_i , S_i désignent respectivement le carré de la tension au bus i , la puissance complexe injectée au bus i , le carré du courant dans la ligne i et la puissance circulant dans la ligne i . Les bus partageant une ligne avec le bus i constituent l'ensemble C_i . Enfin, le bus 0 est supposé être le point de couplage commun où la tension est fixée à v^{ref} par un réseau externe. Ce bus est supposé injecter la différence de puissance nécessaire pour équilibrer le réseau.

Les équations du problème (1) révèlent que l'impact des impédances est particulièrement difficile à prendre en compte. Premièrement, il intervient dans plusieurs de ces équations. Deuxièmement, son impact n'est pas linéaire mais multiplicatif. Enfin, l'équation (1a) est un polynôme en z_i d'ordre 2. Supposer que les impédances sont décrites de manière probabiliste impliquerait une propagation de l'incertitude sur toutes les autres quantités, et cette propagation serait complexe.

Bien que, à notre connaissance, aucun travail antérieur n'ait abordé l'intégration des incertitudes liées aux impédances dans le PF, il existe une littérature active consacrée à la prise en compte d'autres sources d'incertitude, à la fois dans le PF et dans l'OPF [14, 15]. Les sources d'incertitude considérées concernent alors soit la demande des consommateurs, soit la puissance générée par des sources renouvelables variables, imparfaitement prévisibles et contrôlables : énergie photovoltaïque ou éolienne. Il est intéressant de noter que cette incertitude sur les puissances échangées intervient dans les équations du problème (1) de manière linéaire. Plusieurs méthodes de propagation de ces incertitudes liées à la puissance ont donc été proposées dans la littérature, tirant parti de cette structure [16, 17]. Malheureusement, ces méthodes d'approximation peuvent devenir de plus en plus imprécises à mesure que le système s'éloigne des conditions de fonctionnement nominales.

L'approche de Monte Carlo (MC) est une méthode universelle pour évaluer l'impact d'une entrée stochastique. Elle se heurte toutefois à la complexité des calculs, en particulier lorsqu'il s'agit d'évaluer des événements rares. Or, ces événements rares ou improbables sont précisément ce qui est en jeu pour un système aussi sensible que le réseau électrique, dont on attend une fiabilité presque parfaite. De plus, si des erreurs d'estimation de l'impédance devaient être introduites au niveau opérationnel, il serait également nécessaire de calculer leur impact sur chaque poche de distribution. L'approche choisie devrait alors être capable d'évaluer les queues de distribution aussi précisément que possible dans de nombreux contextes distincts, tout en maintenant une charge de calcul adéquate.

Cet ensemble d'exigences concernant la méthode de résolution à adopter met l'accent sur l'expansion des polynômes du chaos. Cette méthode a déjà été utilisée avec des performances prometteuses dans le contexte du PF et de l'OPF, pour prendre en compte des incertitudes dans les puissances de production et de consommation [14].

2.2. Expansion des polynômes du chaos

L'expansion des polynômes du chaos (Polynomial Chaos Expansion PCE) [18],[19] est une méthode d'analyse qui consiste en la construction d'un modèle de substitution $\tilde{\eta}$. Ce modèle de substitution devrait être moins coûteux à calculer que le problème original η , en le projetant sur une base polynomiale or-

thogonale tronquée $\mathcal{H} = \{\Psi_i\}_{i \in \llbracket 0, P \rrbracket}$, telle que :

$$\eta \approx \tilde{\eta} = \sum_{i=0}^P \eta_i \Psi_i, \quad \{\eta_i\}_{i \in \llbracket 0, P \rrbracket} \subset \mathbb{R} \quad (2)$$

Le choix de la base des fonctions Ψ est crucial pour atteindre une haute précision avec un faible ordre de troncature p . Dans ce cas, elle doit être choisie pour correspondre à la distribution des tensions de bus. Or, des travaux antérieurs [12] ont montré que sur un réseau de distribution, celles-ci pouvaient être considérées comme un mélange de distributions normales. De plus, elles étaient similaires pour différentes lois de distribution d'impédance. La base des polynômes d'Hermite étant la mieux adaptée pour décrire les lois normales [19], elle sera adoptée pour Ψ tout au long de cet article.

Comme le PF AC n'a pas de solution analytique, il n'y a pas de fonction explicite η à projeter. Nous utiliserons donc une méthode de projection spectrale non intrusive (Non Intrusive Spectral Projection NISP). Une telle méthode repose sur le calcul de l'intégrale (3), qui est équivalent à l'évaluation de la fonction η sur plusieurs points. Numériquement, puisque la base choisie est composée de polynômes d'Hermite, la quadrature de Gauss-Hermite sera utilisée pour améliorer les performances de calcul :

$$\eta_i = \frac{\langle \eta, \Psi_i \rangle}{\langle \Psi_i, \Psi_i \rangle} = \frac{1}{\langle \Psi_i, \Psi_i \rangle} \int \eta(\xi) \Psi_i(\xi) p_\xi(\xi) d\xi \quad (3)$$

avec $p_\xi(\xi) = (1/\sqrt{2\pi}) \exp(\xi^2/2)$ le poids associé à chaque polynôme d'Hermite.

Le nombre de termes PCE est fortement influencé par la dimensionnalité. Pour N sources d'incertitude (ou germes), une base polynomiale orthogonale tronquée à l'ordre p comporte $P + 1$ termes, avec P suivant l'expression exponentielle :

$$P + 1 = \frac{(N + p)!}{N!p!} \quad (4)$$

Pour que la méthode PCE soit meilleure que l'approche Monte Carlo, le nombre de points auxquels η doit être évalué et projeté sur $\mathcal{H}$ doit être inférieur au nombre de simulations MC nécessaires pour obtenir une précision équivalente. Ce point sera examiné plus en détail dans la section 4.3.

La PCE convient parfaitement à l'évaluation des événements rares, puisqu'il existe une formule analytique permettant de calculer les différents moments de la distribution (5) (6). Cela supprime complètement la nécessité d'une estimation MC de la distribution résultante, même si une telle évaluation serait moins coûteuse en utilisant le modèle de substitution PCE $\tilde{\eta}$ que le modèle original η .

$$\mathbb{E}(\tilde{\eta}) = \eta_0, \quad \mathbb{V}(\tilde{\eta}) = \sum_{i=1}^P \eta_i^2 \langle \Psi_i, \Psi_i \rangle \quad (5)$$

$$\mathbb{M}_k(\tilde{\eta}) = \sum_{i_1=1}^P \cdots \sum_{i_k=1}^P x_{i_1} \cdots x_{i_k} \int \Psi_{i_1}(\xi) \cdots \Psi_{i_k}(\xi) p_\xi(\xi) d\xi \quad (6)$$

De plus, la nature orthogonale de la base conduit à la résolution de $p + 1$ problèmes indépendants tels que (3). Ainsi, la parallélisation de la projection est directe. Numériquement, cela permet d'identifier un polynôme pour chaque variable stochastique : tensions, puissances, etc.

3. CAS D'ÉTUDE

Afin de valider la méthodologie proposée, la section 4 présentera les résultats basés sur une étude de cas dont les informations sont détaillées ici. Le European Low Voltage Test Feeder

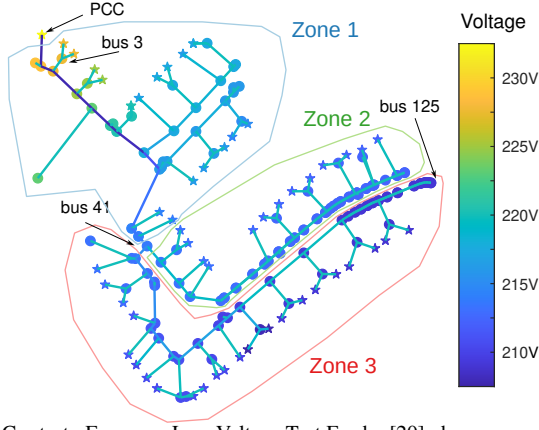


FIG. 1. Cas test : European Low Voltage Test Feeder [20], dans ses conditions nominales. La couleur des lignes représente les flux de puissances. La couleur des bus représente la tension. Cercle : pas d'agent connecté à ce bus; étoile : consommateur. Tension de référence : 230 V

(ELVTF) [20] a été choisi pour cette étude car représentatif des réseaux de distribution européens. Ce cas d'étude est standardisé, en libre accès et bien connu dans la littérature. Il est ici représenté avec un nombre réduit de bus. Le cas d'étude original contient de nombreux bus sans puissance injectée ou consommée et avec seulement une ligne en amont et une ligne en aval. Ici, ces bus intermédiaires ont été éliminés et les lignes qu'ils segmentaient en portions ont été unifiées. Cela n'affecte pas les caractéristiques électriques du cas d'étude. Les séries temporelles fournies avec le cas d'étude seront utilisées pour faire varier la puissance transitant par le réseau, de manière à assurer la fiabilité de la méthode proposée autour de différents points de fonctionnement.

Ici, tous les agents sont modélisés par leur point de fonctionnement en puissances active et réactive (P,Q). Par conséquent, les fluctuations d'impédance auront très peu d'impact sur les flux de puissance dans les lignes, étant seulement affectés par la modification des pertes. L'accent sera donc mis sur les fluctuations de tension au niveau des bus.

Pour tenir compte des impédances incertaines, les valeurs fournies par le cas de référence ELVTF $Z_i^* = R_i^* + j \cdot X_i^*$ sont modifiées proportionnellement pour chaque ligne :

$$Z_i = R_i^* \cdot (1 + \varepsilon_i^R) + j \cdot X_i^* \cdot (1 + \varepsilon_i^X) \quad (7)$$

L'impact de la mauvaise estimation sur les parties résistives et inductives de la ligne peut être séparé. En effet, elles peuvent être affectées par des phénomènes physiques différents pendant leur durée de vie. Cependant, les quantités aléatoires ε_i^R et ε_i^X seront d'abord identiques pour toutes les lignes, puis attribuées région par région selon la répartition illustrée par des couleurs dans la figure 1. Il aurait été possible de faire varier chaque ligne indépendamment, dans la mesure où la complexité du calcul reste réalisable, comme le montre (4). Cependant il a été constaté que cette option permettait aux déviations des lignes de se compenser mutuellement et donc de réduire les variations observées dans les tensions de bus. Considérer des déviations similaires pour toutes les lignes semble donc être le cas le plus exigeant d'un point de vue méthodologique pour valider que les distributions de tension sont correctement reconstruites.

En l'absence de mesures sur le terrain, la distribution la mieux adaptée aux déviations d'impédance n'est pas connue avec certitude. Dans un premier temps, une distribution gaussienne sera adoptée, avant de valider que la méthode peut être transposée à d'autres distributions. Les polynômes de chaos identifiés étant spécifiques à chaque topologie de réseau, leur temps de calcul est crucial pour permettre un déploiement réaliste sur le plan opérationnel. Ce temps de calcul sera discuté dans la section 4.3. Les données et les codes utilisés pour obtenir les résultats

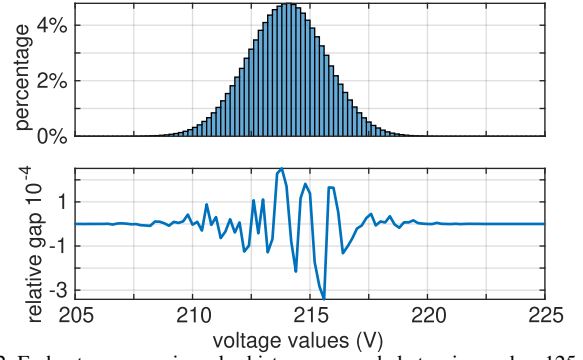


FIG. 2. En haut : comparaison des histogrammes de la tension au bus 125, obtenue par Monte Carlo et par l'Expansion des Polynômes du Chaos. En bas : différence entre les deux distributions, normalisée par le nombre de tirages.

présentés ici sont disponibles sur un dépôt open source ¹.

4. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

4.1. Validation de la PCE

Tout d'abord, l'exactitude de l'approche PCE mise en œuvre doit être comparée à une approche de référence. Cette référence sera ici fournie par une approche de Monte Carlo qui évalue des PF pour un grand nombre de tirages aléatoires des valeurs d'impédance. Ici $N_{drawn} = 2 \cdot 10^6$.

Comme l'approche MC est très coûteuse en termes de temps de calcul, pour une meilleure précision, toutes les lignes sont affectées par les mêmes valeurs ($\varepsilon_i^R, \varepsilon_i^X$) dans cette sous-section. Elles sont supposées être régies par une distribution gaussienne, avec un écart-type de 10%. Avant une étude plus spécifique dans la section 4.2, l'ordre de troncature est fixé à $p = 5$, ce qui est nettement plus élevé que $p = 2$ qui est couramment utilisé dans la littérature [14].

La figure 2 présente les histogrammes de la tension au bus 125. Ce bus, situé à l'extrémité de la ligne, est l'un de ceux sur lesquels les variations d'impédance ont le plus d'impact. Sur le panneau supérieur, les deux histogrammes sont si proches qu'ils sont visuellement indiscernables. Le panneau inférieur montre la différence entre les deux. Pour chaque case dont la largeur est de 0.2 V, les occurrences Monte Carlo et PCE sont soustraites et normalisées par le nombre de tirages aléatoires. Cette similitude presque parfaite entre les deux distributions se reflète naturellement dans l'évaluation des moments des deux distributions. Leurs valeurs sont affichées dans le tableau 1. Il apparaît que la valeur moyenne est similaire à la précision numérique près. La variance et la kurtosis – c'est-à-dire les moments d'ordre 2 et 4 – sont également évalués avec précision. Cependant, l'asymétrie – moment d'ordre 3 – est légèrement moins bien évaluée, bien qu'une erreur d'estimation aussi faible ne soit pas susceptible d'être préjudiciable pour une application réelle. Sa valeur très faible – par rapport aux autres moments – en fait le moment le plus difficile à évaluer avec précision parmi ces quatre premiers moments.

Ces moments d'ordre 3 et 4 reflètent respectivement l'asymétrie de la distribution et la longueur des queues de distribution. Leur estimation correcte est donc cruciale pour appréhender

1. <https://gitlab.com/satie.sete/impedance-stochastic-power-flow-polynomial-chaos>

	Moyenne	Variance	Asymétrie	Kurtosis
PCE	214,004	2,763	-0,201	22,943
MC	214,004	2,764	-0,192	22,998

TABEAU 1. Moments des distributions selon Monte Carlo et l'Expansion des Polynômes du Chaos

PCE deg.	Moy.	Variance	Asymétrie	Kurtosis
0	213.998	0	0	0
1	213.998	3.823	0	43.855
2	213.998	3.824	-0.400	43.925
3	213.998	3.824	-0.401	43.981
4	213.998	3.824	-0.401	43.981

TABLEAU 2. Valeurs des moments selon le degré de la PCE.

der les évènements rares. Dans le contexte d'un power flow, la quantification des évènements rares ou improbables est importante pour garantir la sécurité de l'infrastructure. L'estimation des moments d'ordre supérieur à la variance semble donc cruciale lorsqu'il s'agit de questions de sécurité, surtout si l'on veut pouvoir affirmer que la méthode PCE ne mettra pas le réseau en danger. La méthode PCE peut donc ici être considérée comme décrivant correctement le comportement d'un flux de puissance lorsque les impédances sont imparfaitement estimées.

4.2. Coût calculatoire

Comme indiqué dans la section 2.2, la méthode PCE n'indique pas a priori l'ordre approprié pour reproduire fidèlement les distributions impliquées dans un problème spécifique. Toutefois, l'augmentation de l'ordre a un impact direct et majeur sur la complexité du calcul à effectuer. Dans cette section, l'ordre requis pour l'ECP est étudié. À cette fin, les moments de la distribution de tension sur le bus 125 sont à nouveau considérés. Pour présenter une variété de configurations, toutes les lignes partagent toujours les mêmes tirages pour $(\varepsilon^R, \varepsilon^X)$ mais $\varepsilon^R \neq \varepsilon^X$.

Le tableau 2 affiche alors les valeurs des moments en fonction de l'augmentation de l'ordre de l'ECP. À l'ordre 0, seule la valeur moyenne peut être évaluée. L'évaluation de la kurtosis nécessite au moins un 2^e ordre. En comparaison avec le tableau 1, on peut remarquer que l'ajout d'une fluctuation indépendante de la réactance augmente tous les moments, à l'exception de la valeur moyenne qui est marginalement affectée. Alors que la kurtosis nécessite au moins un 3^e ordre pour converger, la valeur moyenne, la variance et l'asymétrie atteignent instantanément leurs valeurs finales, dès qu'elles peuvent être calculées.

A notre connaissance, les études existantes dans la littérature rapportent que l'ordre 2 est suffisant pour l'étude des incertitudes provenant des puissances injectées. L'attention du lecteur est attirée sur le fait que ces études se concentrent sur l'estimation des moyennes et des variances. En raison de l'impact plus complexe des impédances dans les équations de flux de puissance, une attention particulière est accordée ici aux moments supérieurs. Il apparaît que l'ordre 3 peut suffire à les représenter correctement dans le cas d'une distribution d'entrée gaussienne. La section 4.4 examinera plus en détail ce point pour d'autres distributions.

4.3. Efficacité de l'estimation

L'objectif de cette partie est de vérifier si la méthode NISP est meilleure qu'une simple approche MC. Contrairement à la projection de Galerkin, la méthode NISP repose sur l'évaluation du système pour différents points de consigne. Cela est nécessaire pour le calcul de (3). Ainsi, pour être plus rapide que la méthode MC, la méthode NISP doit converger avec moins d'évaluations, ce qui sera investigué dans cette section.

La précision de la convergence Monte Carlo ayant déjà été évaluée dans la section 4.1, le réseau est ici arbitrairement divisé en 3 zones pour tester à la fois PCE et MC dans des conditions plus exigeantes. Une subdivision plus fine aurait été possible, mais sans révéler de différences notables, si ce n'est une réduction de la dispersion à cause à la diminution de la probabilité d'évènements extrêmes.

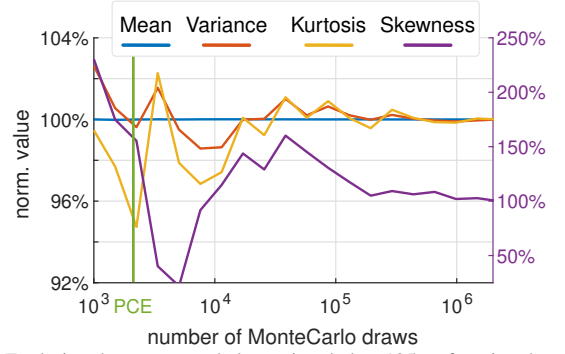


FIG. 3. Evolution des moments de la tension du bus 125 en fonction du nombre de tirages MC (normalisés par leurs moments PCE respectifs). L'échelle d'asymétrie est à droite contrairement aux trois autres. Ligne verte : nombre d'évaluations nécessaires pour le PCE.

L'intégration se fait sur un espace dont la dimension est égale au nombre de germes aléatoires $n_g = 3$. Alors le nombre de simulations PF nécessaires pour la méthode PCE [19] est égal à :

$$n_{PF} = (P + 1) \cdot n_{ip}^{n_g} \quad (8)$$

avec n_{ip} le nombre de points d'intégration nécessaires pour calculer l'intégrale. Pour un nombre élevé de germes, ce nombre croît rapidement pour une méthode d'intégration classique. Cependant, grâce à l'utilisation des polynômes d'Hermite, la quadrature de Gauss-Hermite permet de transformer cette intégrale en une somme de quelques termes. Cette quadrature prend en compte le terme exponentiel incorporé dans $p_\xi(\xi)$, ce qui réduit drastiquement le nombre de points d'intégration.

Une estimation presque parfaite de l'intégrale a été obtenue à partir de $n_{ip} = 6$ points pour diverses configurations du réseau choisi. La simulation de la méthode PCE pour trois germes d'ordre 2 nécessite donc 2160 calculs PF.

La figure 3 illustre le taux de convergence d'une approche MC, tandis que le tableau 2 illustre la convergence PCE. Même pour évaluer uniquement les moments d'ordre 2 et 4 par MC, 10^5 simulations seraient nécessaires pour passer sous une erreur de 1%. Pour un tel nombre de tirages, une mise en œuvre parallélisée de PF à l'aide de PandaPower [21] a pris 239 s sur un CPU Ryzen 9 5950X. Le calcul parallélisé des coefficients PCE a quant à lui duré 4.6 s et le calcul des moments basés sur ces coefficients a pris 3.1 s supplémentaires. L'implémentation utilisant PCE s'est donc avérée 30 fois plus rapide que l'approche MC. Une telle avance valide le choix de PCE, même en comparaison avec des approches plus parcimonieuses telles que Quasi MC ou Point Estimate Methods.

Par ailleurs, pour gérer un réseau, il n'est pas strictement nécessaire de calculer une projection de la tension à chaque bus. Seule l'information sur les points sensibles permet de s'assurer que les limites de tension sont respectées sur l'ensemble d'une zone. La méthode PCE pourrait donc être encore accélérée en ne projetant que les tensions de bus spécifiques.

4.4. Sensibilité aux distributions d'entrée

4.4.1. Variation des moments

Dans les sections précédentes, la PCE s'est avérée précise et efficace pour une distribution d'entrée gaussienne, avec un écart-type de 10%. L'objectif de cette section est de vérifier si ces paramètres peuvent altérer la validité des résultats de la PCE. Comme les équations de PF deviennent de plus en plus non linéaires au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la tension de référence, des écarts types plus élevés sont étudiés sur la distribution d'entrée décrivant les impédances. Cela pourrait conduire à des pertes de ligne plus élevées et à des tensions plus basses.

La figure 4 montre la convergence de chaque moment en fonction de l'ordre PCE et de l'écart type des impédances.

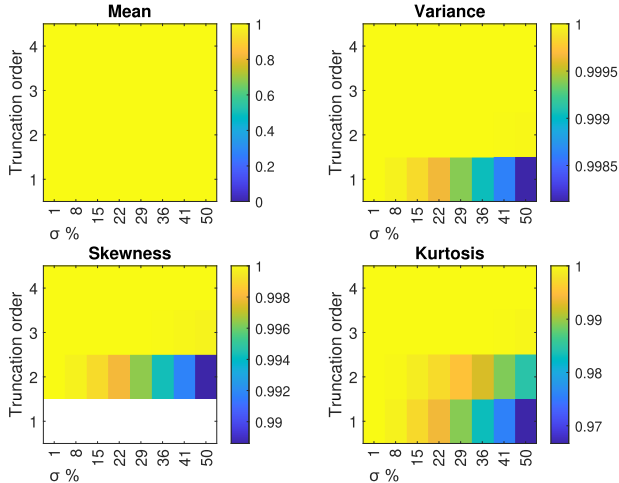


FIG. 4. Convergence des moments par PCE selon l'ordre de troncature et l'écart type de la distribution d'entrée.

Comme dans le tableau 2, la moyenne est toujours calculée avec exactitude quel que soit l'ordre de troncature ou l'écart type. L'asymétrie reste toujours le moment le plus difficile à obtenir avec précision. Pour des précisions élevées sous un écart-type important, une troncature d'ordre 3 est préférable. En effet, une variance élevée éloigne le réseau de son point de fonctionnement nominal et déclenche ainsi ses non-linéarités.

4.4.2. Variation de la loi d'entrée

Enfin, la forme de la loi de distribution d'entrée est étudiée. Des travaux antérieurs ont montré que plusieurs distributions d'impédances génèrent des distributions de sortie similaires sur les tensions. La base du polynôme d'Hermite étant particulièrement adaptée aux distributions gaussiennes, cette section considèrera une distribution gaussienne tronquée. Cela concentre l'interprétation sur la capacité de la PCE à gérer la discontinuité en 0. De plus, cette loi a une forte asymétrie par conception, ce qui est le moment le plus difficile à gérer pour l'ECP.

La figure 5 montre que pour représenter la gaussienne tronquée – $\sigma = 15\%$ – le polynôme d'Hermite doit augmenter son ordre car l'ordre deux n'est plus suffisant. Malgré cette difficulté concernant la distribution d'entrée, la distribution de sortie est visuellement fidèle.

La figure 6 confirme et étend cette observation. Une PCE d'ordre 2 est toujours fidèle pour les petites variances d'entrée, mais ne l'est pas lorsque les impédances sont plus mal estimées. À partir de l'ordre 3, cependant, ces défauts sont corrigés. La forme de la distribution d'entrée a donc un impact sur la qualité de la description par PCE, à un ordre donné. Il convient toutefois de noter qu'il peut être plus facile d'établir une estimation de la distribution de sortie plutôt que de la distribution d'entrée, étant donné que les équations PF régularisent la distribution.

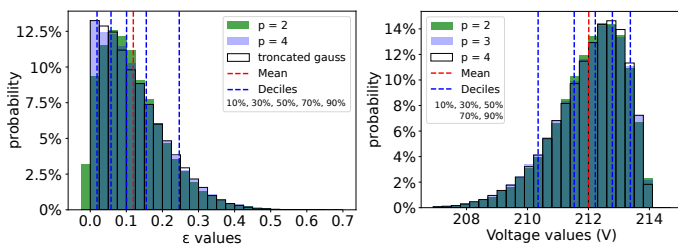


FIG. 5. Gauche : distribution gaussienne tronquée pour l'impédance et PCE associée. Droite : distribution résultante des tensions, en fonction de l'ordre de PCE.

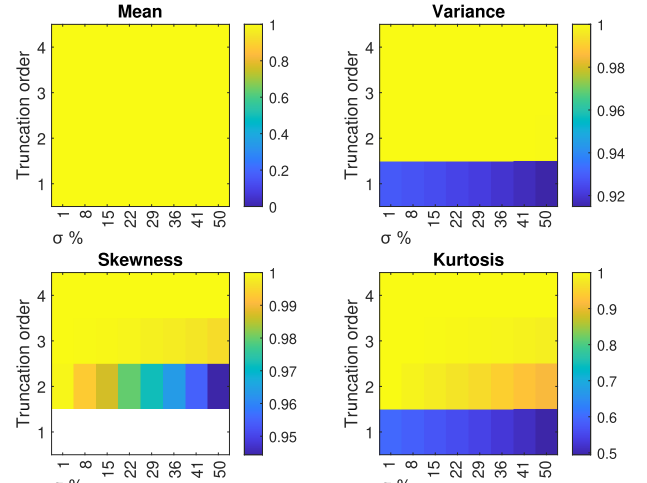


FIG. 6. Moments estimés par PCE en fonction de l'ordre et de l'écart type de la distribution d'entrée, pour une loi gaussienne tronquée.

5. CONCLUSION

En raison des incertitudes liées à l'estimation des impédances dans les réseaux de distribution, la présente contribution propose une version stochastique des équations du power flow, vis à vis des valeurs d'impédance. Cette formulation a ensuite été résolue par une expansion des polynômes du chaos, qui s'est avérée précise jusqu'à l'ordre 2 et efficace sur le plan calculatoire. Des ordres plus élevés ont permis de s'adapter à des distributions tronquées ou à des variances très élevées de la distribution d'entrée.

Il existe plusieurs possibilités d'approfondir l'analyse et d'élargir le champ de recherche. L'efficacité de calcul de la PCE pourrait être encore améliorée en utilisant la structure creuse de ses coefficients [22]. En outre, seule une approche non intrusive a ici été mise en œuvre. Une projection de Galerkin permettrait de fusionner les équations du PF et la PCE, ce qui améliorerait à la fois la précision et la complexité du calcul [22, 23, 24]. En utilisant la PCE, il serait possible de résoudre un PF stochastique à incertitudes multiples, en couplant les composantes de puissance d'entrée et d'impédance de ligne. En effet, celles-ci sont probablement corrélées et devraient être considérées conjointement. Enfin, la résolution efficace du PF stochastique ouvre la voie à la résolution d'un OPF capable de traiter des impédances imparfaitement connues comme des contraintes probabilistes [14].

6. RÉFÉRENCES

- [1] J. Caballero-Pena, C. Cadena-Zarate, A. Parrado-Duque, and G. Osma-Pinto, "Distributed energy resources on distribution networks : A systematic review of modelling, simulation, metrics, and impacts," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 138, p. 107900, 2022.
- [2] K. Clement-Nyns, E. Haesen, and J. Driesen, "The impact of charging plug-in hybrid electric vehicles on a residential distribution grid," *IEEE Transactions on power systems*, vol. 25, no. 1, pp. 371–380, 2009.
- [3] T. Soares, R. J. Bessa, P. Pinson, and H. Morais, "Active distribution grid management based on robust ac optimal power flow," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 6, pp. 6229–6241, 2017.
- [4] A. S. B. Humayd and K. Bhattacharya, "Distribution system planning to accommodate distributed energy resources and pevs," *Electric Power Systems Research*, vol. 145, pp. 1–11, 2017.
- [5] Y. Zou, Y. Xu, X. Feng, R. Naayagi, and B.-H. Soong, "Transactive energy systems in active distribution networks : A comprehensive review," *CSEE Journal of Power and Energy Systems*, vol. 8, no. 5, pp. 1302–1317, 2022.
- [6] M. A. F. Ghazvini, G. Lipari, M. Pau, F. Ponci, A. Monti, J. Soares, R. Castro, and Z. Vale, "Congestion management in active distribution networks through demand response implementation," *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 17, p. 100185, 2019.

- [7] R. Rocha, J. V. Collado, T. Soares, and F. Retorta, "Local energy markets for energy communities with grid constraints," in *2020 17th International Conference on the European Energy Market (EEM)*. IEEE, 2020, pp. 1–6.
- [8] V. A. Evangelopoulos, T. P. Kontopoulos, and P. S. Georgilakis, "Heterogeneous aggregators competing in a local flexibility market for active distribution system management : A bi-level programming approach," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 136, p. 107639, 2022.
- [9] L. Gan, N. Li, U. Topcu, and S. H. Low, "Exact convex relaxation of optimal power flow in radial networks," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 60, no. 1, pp. 72–87, 2014.
- [10] G. Chaspierre, P. Panciatici, and T. Van Cutsem, "Modelling active distribution networks under uncertainty : Extracting parameter sets from randomized dynamic responses," in *2018 Power Systems Computation Conference (PSCC)*. IEEE, 2018, pp. 1–7.
- [11] J. Vorwerk, U. Markovic, P. Aristidou, and G. Hug, "Quantifying the uncertainty imposed by inaccurate modeling of active distribution grids," *Electric Power Systems Research*, vol. 211, p. 108426, 2022.
- [12] G. Ch  rot, R. L. G. Latimier, F. Sanchez, and H. B. Ahmed, "Misestimation of impedance values within a distribution network optimal power flow," in *2023 IEEE Belgrade PowerTech*. IEEE, 2023, pp. 1–6.
- [13] J. Zhang, Y. Wang, Y. Weng, and N. Zhang, "Topology identification and line parameter estimation for non-pmu distribution network : A numerical method," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 11, no. 5, pp. 4440–4453, 2020.
- [14] T. M  hlpfordt, L. Roald, V. Hagenmeyer, T. Faulwasser, and S. Misra, "Chance-constrained ac optimal power flow : A polynomial chaos approach," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, no. 6, pp. 4806–4816, 2019.
- [15] A. Maheshwari, Y. R. Sood, and S. Jaiswal, "A comprehensive review on stochastic optimal power flow problems and solution methodologies," *IETE Technical Review*, vol. 41, no. 2, pp. 147–174, 2024.
- [16] M. Lubin, Y. Dvorkin, and S. Backhaus, "A robust approach to chance constrained optimal power flow with renewable generation," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 5, pp. 3840–3849, 2015.
- [17] L. Roald and G. Andersson, "Chance-constrained ac optimal power flow : Reformulations and efficient algorithms," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 3, pp. 2906–2918, 2017.
- [18] O. Le Ma  tre and O. M. Knio, *Spectral methods for uncertainty quantification : with applications to computational fluid dynamics*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [19] A. O'Hagan, "Polynomial chaos : A tutorial and critique from a statistician's perspective," *SIAM/ASA J. Uncertainty Quantification*, vol. 20, pp. 1–20, 2013.
- [20] K. P. Schneider, B. Mather, B. C. Pal, C.-W. Ten, G. J. Shirek, H. Zhu, J. C. Fuller, J. L. R. Pereira, L. F. Ochoa, L. R. de Araujo *et al.*, "Analytic considerations and design basis for the IEEE distribution test feeders," *IEEE Transactions on power systems*, vol. 33, no. 3, pp. 3181–3188, 2017.
- [21] L. Thurner, A. Scheidler, F. Sch  fer, J.-H. Menke, J. Dolichon, F. Meier, S. Meinecke, and M. Braun, "pandapower—an open-source python tool for convenient modeling, analysis, and optimization of electric power systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 6, pp. 6510–6521, 2018.
- [22] T. M  hlpfordt, T. Faulwasser, and V. Hagenmeyer, "Solving stochastic ac power flow via polynomial chaos expansion," in *2016 IEEE Conference on Control Applications (CCA)*. IEEE, 2016, pp. 70–76.
- [23] T. M  hlpfordt, T. Faulwasser, L. Roald, and V. Hagenmeyer, "Solving optimal power flow with non-gaussian uncertainties via polynomial chaos expansion," in *2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC)*. IEEE, 2017, pp. 4490–4496.
- [24] L. L. Evangelisti and H. Pfifer, "On the application of galerkin projection based polynomial chaos in linear systems and control," *Automatica*, vol. 167, p. 111768, 2024.