

Etude d'une machine à flux axial à reluctance variable

Batoul ZBIB, Salim ASFIRANE, Ferhat CHABOUR, Georges BARAKAT
GREAH, Université Le Havre Normandie, 25, rue Bellot, 76600 Le Havre

RESUME –Cet article se propose d'étudier les potentialités d'une machine à flux axial à reluctance variable. Un modèle analytique issu de la résolution des équations de Maxwell est développé et associé à un réseau reluctant expert saturable venant corriger le manque de prise en compte de la saturation avec le modèle analytique. Cette correction se fait avec l'induction d'entrefer ce qui permet d'améliorer grandement les résultats de calcul. Un prototype a été réalisé et les tests permettent d'étudier le potentiel de la structure à flux axial à reluctance variable.

Mots-clés—Machine à reluctance variable, flux axial, modèle analytique, réseaux de reluctances.

1. INTRODUCTION

Avec le développement croissant de groupes motopropulseurs électriques et le recours fréquent à des moteurs à aimants terres rares, la recherche de nouvelles structures de machines électriques sans aimants terres rares ou encore sans aimants s'intensifie ces dernières années [1]. Parmi d'autres structures, la machine à reluctance variable connaît un regain d'intérêt manifeste avec le développement de versions à entrefer axial [2-4]. Dans cet article, on se propose de présenter une modélisation analytique d'une machine à flux axial à reluctance variable (MAREV) pouvant convenir aux besoins des applications de transport. Dans un premier temps, les principes de développement du modèle analytique sont décrits. Une étude paramétrique des performances de la machine est ensuite exposée et commentée. Des simulations par éléments finis 3D viennent valider la pertinence de l'approche analytique. Enfin, un prototype de la MAREV est présenté et les résultats des premiers essais sont examinés et analysés.

2. MODELISATION ANALYTIQUE DE LA AFSRM

Le modèle analytique de la MAREV est basé sur la résolution des équations de Maxwell par la méthode séparation des variables avec l'hypothèse de linéarité des matériaux ferromagnétiques. Afin de remédier aux conséquences de l'hypothèse de linéarité, on se propose d'adjoindre au modèle analytique un réseau reluctant d'expertise (Fig. 2) permettant de prendre en compte la saturation par le biais des reluctances saturables. Ce réseau de reluctances 'expert' de petite taille réduit les temps de calcul tout en conservant un niveau de précision acceptable, une approche par réseau reluctant maillé quia été développée auparavant par la même équipe [6].

2.1. Modèle analytique de la MAREV

La géométrie de la MAREV est présentée à la figure 1 où on peut distinguer les deux stators portant les bobinages et

prenant en sandwich le rotor composée de plots magnétiques (en bleu) séparés par des zones amagnétiques (en blanc). Il s'agit, dans un premier temps, de développer un modèle analytique bidimensionnel issu de la résolution des équations de Maxwell dans les régions à faible perméabilité ce qui signifie que les régions ferromagnétiques sont considérées fortement perméables. Cet aspect sera corrigé par l'adjonction à ce modèle analytique, d'un réseau reluctant saturable issu de l'expertise. Par ailleurs, un modèle bidimensionnel suppose une invariance des grandeurs locales dans la direction radiale. En effet, des travaux précédents [5] ont montré qu'on peut négliger la composante radiale pour les machines à flux axial où l'excursion radiale de la partie active (différence entre rayon extérieur et rayon intérieur) est relativement grande comparée à la longueur de l'entrefer. Dans ces conditions, il est possible de découper la machine en couches cylindriques successives (Fig. 3) dans la direction radiale et toutes coaxiales avec l'axe de

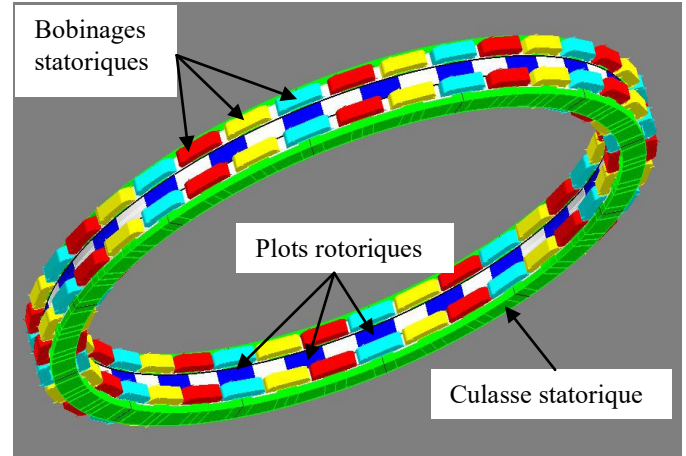


Fig. 1. Géométrie de la machine AFSRM

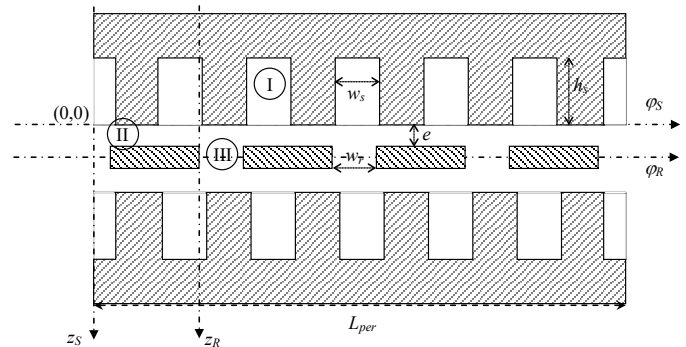


Fig. 2. Surface latérale déroulée d'un cylindre coaxial avec la MAREV

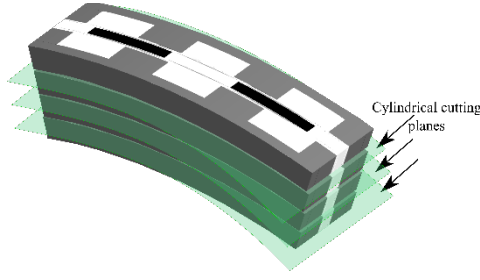


Fig. 3. Illustration du réseau de perméance expert et saturable de la MAREV

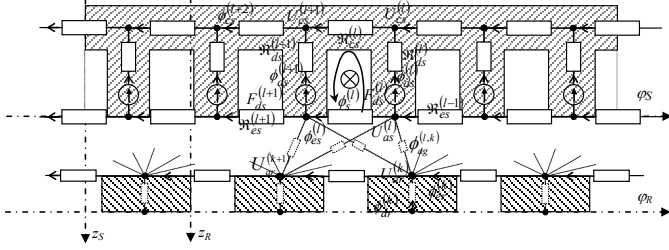


Fig. 4. Illustration du réseau de perméance expert et saturable de la MAREV

rotation de la machine. La figure 2 montre la géométrie déroulée sur un plan d'une couche de la machine. L'axe horizontal en φ_R passant au milieu des plots rotoriques est la trace du plan de symétrie de la machine perpendiculaire à l'axe de rotation et situé au milieu du rotor c.à.d. à mi-distance entre les deux stators. On distingue par conséquent trois régions à considérer pour le calcul du champ, celle des encoches statorique (I), celle de l'entrefer (II) et celle des régions inter-plots au rotor (III). Pour ces régions, l'équation magnéto-statique en potentiel vecteur s'écrit :

$$\begin{cases} \nabla^2 A = \mu_0 J & \text{pour la région I} \\ \nabla^2 A = 0 & \text{pour la région II et III} \end{cases} \quad (1)$$

La solution en potentiel vecteur est obtenue par la méthode de séparation des variables sous la forme d'une série de Fourier compte tenu de la périodicité du domaine des régions du domaine d'étude.

2.1.1. Solution dans la région des encoches statoriques (I)

Dans les encoches statoriques, la composante tangentielle du champ d'induction magnétique ($\partial A / \partial z$) doit s'annuler en fond d'encoche ($z = -h_s$) et sur les parois latérales (d'abscisses angulaires φ_{l1} et $\varphi_{l1} + w_s$) compte tenu de l'hypothèse de forte perméabilité du circuit magnétique. En désignant par N_s le nombre d'encoches statoriques et en prenant pour l'axe de l'encoche numéro '1' comme axe de référence, les parois à gauche des encoches ont pour abscisse angulaire :

$$\varphi_{l1} = -\frac{w_s}{2} + l \frac{2\pi}{N_s} \quad (2)$$

où $l = 0..N_s - 1$. La densité de courant $J_s^{(l)}$ répartie dans l'encoche 'l' est calculée en divisant le nombre de ses ampères-tours par la section de l'encoche multipliée elle-même par la coefficient de foisonnement des conducteurs. Ainsi, en respectant le théorème d'Ampère et les conditions aux limites, la solution en potentiel vecteur de la formulation magnéto-statique (1) dans la région des encoches (région I) prend la forme d'une série de Fourier obtenue en recourant à la méthode de séparation des variables et se met sous la forme suivante :

$$A^{(1l)} = a_0^{(1l)} - \frac{\mu_0 J_s^{(l)}}{2} (z + h_s)^2 + \sum_{m \neq 0} \frac{r w_s}{m \pi} f_m^{(1l)} \frac{\cosh\left(\frac{m \pi}{r w_s} (z + h_s)\right)}{\cosh\left(\frac{m \pi h_s}{r w_s}\right)} \cos\left(\frac{m \pi}{w_s} (\varphi - \varphi_{l1})\right) \quad (3)$$

où r est le rayon moyen de la couche considérée, $a_0^{(1l)}$ est une constante arbitraire et les $f_m^{(1l)}$ sont les coefficients inconnus à déterminer.

2.1.2. Solution dans la région de l'entrefer (II)

Dans la région de l'entrefer, le potentiel vecteur est périodique de période égale à $2\pi/\lambda_p$ avec $\lambda_p = \text{pgcd}(N_s, N_r)$ où N_r est le nombre de plots magnétiques rotoriques. Ainsi, la solution générale en potentiel vecteur dans cette région se met sous la forme suivante :

$$A^{(2)}(\varphi, z) = a_0^{(2)} + \sum_{k \neq 0} \frac{r}{k \lambda_p} \left\{ \left[C_k^{(2)} \text{ch}\left(\frac{k \lambda_p z}{r}\right) + D_k^{(2)} \text{sh}\left(\frac{k \lambda_p z}{r}\right) \right] \cos(k \lambda_p \varphi) + \left[E_k^{(2)} \text{ch}\left(\frac{k \lambda_p z}{r}\right) + F_k^{(2)} \text{sh}\left(\frac{k \lambda_p z}{r}\right) \right] \sin(k \lambda_p \varphi) \right\} \quad (4)$$

où $a_0^{(2)}$ est une constante arbitraire et les coefficients $C_k^{(2)}$, $D_k^{(2)}$, $E_k^{(2)}$ et $F_k^{(2)}$ sont les inconnues à déterminer. 'ch' et 'sh' désignent respectivement les fonctions cosinus et sinus hyperboliques.

2.1.3. Solution dans la région des inter-plots (III)

Dans la région des N_r inter-plots rotoriques, les parois latérales à gauche sont repérés dans un référentiel rotorique solidaire de l'axe de l'inter-plot numéro 'l' avec les abscisses angulaires :

$$\varphi_{3l} = -\frac{w_r}{2} + l \frac{2\pi}{N_r} \quad (5)$$

où $l = 0..N_r - 1$. Ainsi, à l'instar de la région des encoches statoriques, la composante tangentielle du champ d'induction magnétique doit s'annuler sur les parois latérales (d'abscisses angulaires φ_{3l} et $\varphi_{3l} + w_r$) de l'inter-plot numéro 'l' ainsi que sur le plan de symétrie ($z = e + h_r$) où h_r est la demi-hauteur du plot rotorique. De même que dans le paragraphe 2.1.1., compte tenu des conditions aux limites, la solution en potentiel vecteur de la formulation magnéto-statique peut se mettre sous la forme suivante :

$$A^{(3l)}(\varphi, z) = a_0^{(3l)} + \sum_{m \neq 0} \frac{r w_r}{m \pi} f_m^{(3l)} \frac{\cosh\left(\frac{m \pi}{r w_r} (z - h_r)\right)}{\cosh\left(\frac{m \pi h_r}{r w_r}\right)} \cos\left(\frac{m \pi}{w_r} (\varphi - \varphi_{3l})\right) \quad (6)$$

où $a_0^{(3l)}$ est une constante arbitraire et les $f_m^{(3l)}$ sont les coefficients inconnus à déterminer. En désignant per q la

position du référentiel rotorique dans le référentiel statorique, les relations liant les coordonnées des deux repères s'écrivent :

$$\begin{cases} \varphi_R = \varphi_S - \theta \\ z_R = z_S - e \end{cases} \quad (7)$$

Il est à noter que cette solution peut être facilement adaptée à la présence de bobinages au rotor en y ajoutant un terme source similaire à celui de l'équation (3) de façon à pouvoir traiter le cas d'une machine synchrone à inducteur bobiné et pôles saillants. Il va sans dire sur, dans ce dernier cas qui n'est l'objet de cet article, il est nécessaire d'adapter le bobinage statorique ainsi que le nombre d'encoches statoriques et rotoriques afin de profiter pleinement du couple synchrone.

2.1.4. Conditions de passage entre les régions

À la frontière entre les régions I et II d'un côté et les régions II et III de l'autre, des conditions de passage sur les champs se traduisent par l'égalité des composantes axiales (normales) de l'induction magnétique et l'égalité des composantes circonférentielles (tangentielles) de l'excitation magnétique compte tenu de l'absence de densité superficielle de courant sur ces frontières. Ainsi, sur la frontière I-II, les composantes du champ d'induction magnétique obéissent aux équations suivantes :

$$\begin{cases} B_\varphi^{(1)}(\varphi, 0) = B_\varphi^{(2)}(\varphi, 0) \\ B_z^{(1)}(\varphi, 0) = B_z^{(2)}(\varphi, 0) \end{cases} \quad \text{pour } \varphi_{1l} \leq \varphi \leq \varphi_{1l} + w_s \quad (8)$$

$$B_\varphi^{(2)}(\varphi, 0) = 0 \quad \text{pour } \varphi_{1l} + w_s \leq \varphi \leq \varphi_{1,l+1}$$

De même, sur la frontière des régions II-III, les conditions de passage aboutissent aux relations suivantes :

$$\begin{cases} B_\varphi^{(2)}(\varphi_s, e) = B_\varphi^{(3l)}(\varphi_R, 0) \\ B_z^{(2)}(\varphi_s, e) = B_z^{(3l)}(\varphi_R, 0) \end{cases} \quad \text{pour } \varphi_{3l} \leq \varphi_R \leq \varphi_{3l} + w_r \quad (9)$$

$$B_\varphi^{(2)}(\varphi_s, e) = 0 \quad \text{pour } \varphi_{3l} + w_r \leq \varphi_R \leq \varphi_{3,l+1}$$

Les différentes grandeurs étant périodiques, les différents coefficients apparaissant dans les équations (3), (4) et (6) peuvent être calculés en ayant recours aux intégrales de Fourier où on incorpore les égalités (7) et (8) pour aboutir à huit équations algébriques liant les coefficients des trois régions. L'exploitation calculatoire de ces huit relations permet d'extraire un système de quatre équations algébriques où les coefficients de la région de l'entrefer sont les seules inconnues :

$$D_k^{(2)} - \sum_{n \neq 0} C_n^{(2)} \times (f_s(n, k) - g_s(n, k)) = -\frac{2\mu_0 h_s}{k\pi} \sin\left(k\lambda_p \frac{w_s}{2}\right) \sum_{l=0}^{N_{sp}-1} J_S^{(l)} \cos\left(k\lambda_p l \frac{2\pi}{N_s}\right) \quad (10)$$

$$F_k^{(2)} + \sum_{n \neq 0} E_n^{(2)} \times (f_s(n, k) + g_s(n, k)) = -\frac{2\mu_0 h_s}{k\pi} \sin\left(k\lambda_p \frac{w_s}{2}\right) \sum_{l=0}^{N_{sp}-1} J_S^{(l)} \sin\left(k\lambda_p l \frac{2\pi}{N_s}\right) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & C_k^{(2)} \sinh\left(\frac{k\lambda_p e}{r}\right) + D_k^{(2)} \cosh\left(\frac{k\lambda_p e}{r}\right) \\ & + \sum_{n \neq 0} \left(C_n^{(2)} \cosh\left(\frac{n\lambda_p e}{r}\right) + D_n^{(2)} \sinh\left(\frac{n\lambda_p e}{r}\right) \right) \\ & \times (\cos((n+k)\lambda_p \theta) f_r(n, k) - \cos((n-k)\lambda_p \theta) g_r(n, k)) \\ & + \sum_{n \neq 0} \left(E_n^{(2)} \cosh\left(\frac{n\lambda_p e}{r}\right) + F_n^{(2)} \sinh\left(\frac{n\lambda_p e}{r}\right) \right) \\ & \times (\sin((n+k)\lambda_p \theta) f_r(n, k) - \sin((n-k)\lambda_p \theta) g_r(n, k)) \\ & = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & E_k^{(2)} \sinh\left(\frac{k\lambda_p e}{r}\right) + F_k^{(2)} \cosh\left(\frac{k\lambda_p e}{r}\right) \\ & - \sum_{n \neq 0} \left(E_n^{(2)} \cosh\left(\frac{n\lambda_p e}{r}\right) + F_n^{(2)} \sinh\left(\frac{n\lambda_p e}{r}\right) \right) \\ & \times (\cos((n+k)\lambda_p \theta) f_r(n, k) + \cos((n-k)\lambda_p \theta) g_r(n, k)) \\ & + \sum_{n \neq 0} \left(C_n^{(2)} \cosh\left(\frac{n\lambda_p e}{r}\right) + D_n^{(2)} \sinh\left(\frac{n\lambda_p e}{r}\right) \right) \\ & \times (\sin((n+k)\lambda_p \theta) f_r(n, k) + \sin((n-k)\lambda_p \theta) g_r(n, k)) \\ & = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Les coefficients de la région II de Fourier du potentiel vecteur dans les différentes régions sont obtenus par la résolution d'un système d'équations algébriques issu de l'exploitation des conditions de passage sur les composantes axiale et circonférentielle des champs d'induction et d'excitation magnétique. L'exposé complet de la démarche sera inclus dans l'article final.

2.2. Réseau reluctant expert la MAREV

Le réseau de reluctances développé se contente de peu d'éléments par motif de la machine afin de ne pas alourdir les calculs. La résolution du système non-linéaire est effectuée en ayant recours à une combinaison de la méthode du point fixe et de celle de Newton-Raphson. Les reluctances reliant les dents statoriques et rotoriques servent à extraire l'induction dans l'entrefer. Une fonction de correction en est déduite et est multipliée par l'induction de l'entrefer du modèle analytique afin de tenir compte de la saturation. L'exposé de la démarche fera l'objet de l'article final.

3. CONSTRUCTION D'UN PROTOTYPE ET PREMIERS RESULTATS

Une version 6/4 de la MAREV avec deux stators et un rotor devant atteindre 10 kW a été dimensionnée en laboratoire et construite par une société partenaire. La figure 5 montre la MAREV intégré à la roue et récemment installée sur un banc de test. La machine étant de forme annulaire, l'espace interne

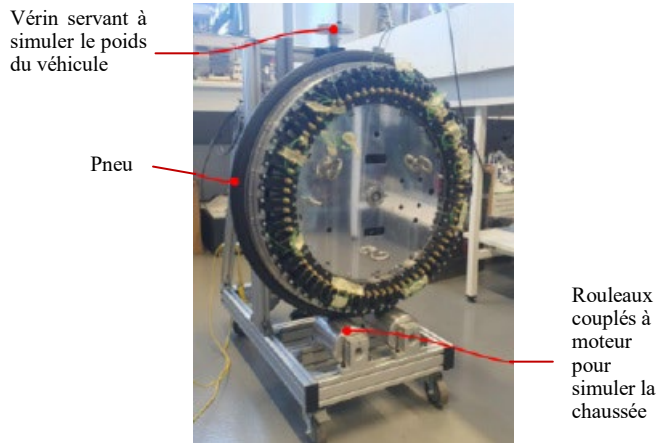


Fig. 5. Banc expérimental de la roue motorisée par la MAREV

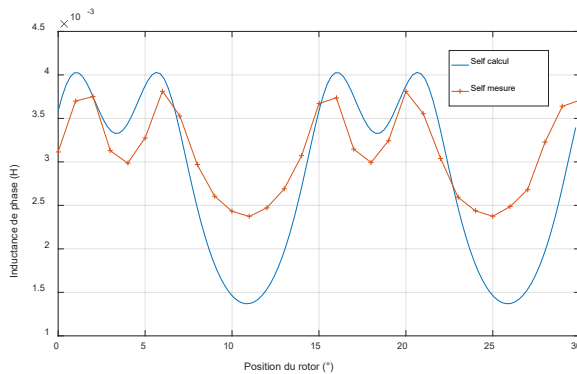


Fig. 6. Comparaison entre mesure et calcul analytique

servirait au placement de l'alimentation (batterie+onduleur+carte de commande). La figure 6 montre

une comparaison entre mesure et calcul par le modèle développé de l'inductance propre d'une phase pour le courant nominal. Les différences montrent le rôle de la saturation locale mais le modèle offre la possibilité d'un balayage rapide avant un calcul par MEF 3D. Les résultats approfondis seront exposés dans l'article final.

4. CONCLUSIONS

Un modèle analytique couplé à un réseau reluctance est proposé afin de modéliser une machine à flux axial à reluctance variable. Un prototype a été construit pour une application moteur-roue et sert de test des performances de l'approche de modélisation proposée.

5. REFERENCES

- [1] E. Agamloh, A. Von Jouanne & A. Yokochi, "An overview of electric machine trends in modern electric vehicles", *Machines*, 8(2), 20, 2020.
- [2] M. H. Belhadi, G. Krebs, C. Marchand, H. Hannoun & X. Mininger, "Evaluation of axial SRM for electric vehicle application", *Electric Power Systems Research*, 148, 155-161, 2017.
- [3] H. Torkaman, A. Ghaferi & A. Keyhani, "Axial flux switched reluctance machines: a comprehensive review of design and topologies", *IET Electric Power Applications*, 13(3), 310-321, 2019.
- [4] R. Aydoun, G. Parent, M. Tounzi, J. P. Lecoq, & K. Komeza, "Comparison of 8/6 radial and axial flux switched reluctance machines", *COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, 38(6), 1756-1769, 2019.
- [5] H. Tiegna, Y. Amara & G. Barakat, "Validity domain of a quasi-3D multislice analytical model for synchronous axial flux machines with trapezoidal magnets," *The European Physical Journal Applied Physics*, vol. 70, no 1, 2015.
- [6] M. Hatoum, S. Asfirane, G. Barakat, Y. Amara, "Quasi 3D Reluctance Network Modeling of an Axial Flux Switched Reluctance Machine", In *Lecture Notes in Electrical Engineering*, ELECTRIMACS 2022, vol. 1164. Springer, Cham, 2024.