

Modélisation statistique de la perméabilité des matériaux magnétiques doux composites

Frédéric MAZALEYRAT

Université Paris-Saclay, ENS Paris-Saclay, CNRS, SATIE, 4 avenue des Sciences, 91190 Gif-sur-Yvette

RESUME – Les composites magnétiques doux (SMC), également connus sous le nom de noyaux de poudre, sont largement utilisés dans diverses applications soit pour leur linéarité et leur perméabilité contrôlable, soit pour leur et de leur isotropie. En raison de la répartition de l'entrefer, la perméabilité est régie par les champs démagnétisants internes. Pour modéliser la dépendance de la perméabilité par rapport au taux de charge, deux approches sont essentiellement utilisées, toutes deux basées sur l'hypothèse de la périodicité spatiale : le modèle de réluctance et la théorie du milieu effectif. En fait, le premier ne fonctionne que pour les matériaux denses et le second pour les faibles concentrations. Toutes deux nécessitent l'ajustement de deux paramètres, le facteur démagnétisant interne et la susceptibilité des particules du fait que l'hypothèse de périodicité n'est jamais vérifiée pour des facteurs de remplissage magnétiques supérieurs à 20%. Un modèle en rupture est proposé, basé sur le calcul de l'espérance mathématique de la distribution statistique des chaînes magnétiques et sur la détermination du coefficient démagnétisant d'un ellipsoïde de rapport d'aspect équivalent. Le modèle est comparé aux données de perméabilité de la littérature pour les SMC à base de particules sphériques ou des matériaux industriels et montre un excellent accord avec un seul ou même sans paramètre d'ajustement dans toute la gamme de concentration.

Mots-clés – matériaux magnétiques composites doux ; SMC ; perméabilité effective ; coefficient démagnétisant

1. INTRODUCTION

Les composites magnétiques doux (SMC pour soft magnetic composites), également connus sous le nom de noyaux à entrefer réparti (ou powder cores), sont des matériaux versatiles du fait que leur propriétés peuvent énormément varier en fonction de la nature des particules, de leur taille et du taux de charge. Ils sont largement utilisés en électronique de puissance pour leur linéarité et leurs faibles pertes (mollypermalloy, sendust etc.), dans les dispositifs radio-fréquence pour leur large bande (fer carbonyle) et dans les machines électriques pour leur isotropie. En raison de la répartition de l'entrefer, la perméabilité est régie par les champs démagnétisant internes, mais le problème du calcul des coefficients démagnétisant peut devenir très complexe pour les objets qui ne sont pas des ellipsoïdes de révolution. Or les milieux divisés, même constitués de particule sphériques entrent dans cette catégorie du fait de la non uniformité du champ magnétique. Traditionnellement, il existe deux modèles hérités du XIX^e siècle pour décrire la dépendance de la perméabilité par rapport à la fraction volumique de particule ou taux de charge : le modèle de réluctance basé sur le théorème d'Hopkinson (souvent connu sous le sigle NMGB, pour non magnetic grain boundaries [1]) et la théorie du milieu effectif [2]. Le problème avec ces modèles est que premier ne fonctionne que pour les matériaux très dense, le second seulement pour les faibles concentrations et que les deux nécessitent l'ajustement de deux paramètres : le coefficient démagnétisant interne et la susceptibilité des particules. En conséquence, ces modèles doivent être ajustés sur chaque série d'échantillons et ne permettent donc aucune prévision. De plus, il est assez courant que les paramètres ajustés aient des valeurs dépourvues de sens physique. Le problème avec ces modèles qu'ils reposent sur une

hypothèse de périodicité qui n'est jamais vérifiée pour des taux de charge supérieurs à 20 %. En effet, au-delà de cette limite, le seuil de percolation, des particules peuvent être en contact et donc former des chaînes qui modifient profondément le chemin du flux. Le présent article propose un nouveau modèle sur des bases statistiques qui permettent de s'affranchir de l'hypothèse de périodicité. Dans un premier temps les modèles connus seront discutés et confrontés aux données de la littérature, puis le principe du nouveau modèle seront développés et il sera également discuté et confronté aux mêmes données.

2. MODÈLES ACTUELS

2.1. Modèles basés sur la réluctance

Le modèle de réluctance est de loin le plus simple. Le principe est de considérer la poudre comme un circuit magnétique avec un entrefer. On considère un empilement cubique simple de cubes ayant une arête D et séparés par une couche non magnétique d'épaisseur δ . La réluctance totale du circuit est la somme de la réluctance des particules et de celle de l'entrefer :

$$\mathcal{R} = \frac{D}{\mu_0 \mu_r D^2} + \frac{\delta}{\mu_0 D^2} \quad (1)$$

En écrivant la force magnétomotrice selon la loi de Hopkinson $nI = \mathcal{R}\Phi$ avec $\Phi = BD^2$ et $nI = H(D + \delta)$, on obtient facilement la perméabilité effective¹ :

$$\mu_{eff} = \frac{D}{D + \delta} \cdot \frac{\mu_r}{1 + \frac{\delta}{D} \mu_r} \quad (2)$$

ce qui est équivalent au résultat donné dans [?] à un facteur géométrique près, négligeable sous la condition $D \gg \delta$. Le rapport δ/D est en réalité un coefficient démagnétisant associé à cette géométrie, et il est lié au taux de charge x (la fraction volumique de particules magnétiques) par :

$$N = \frac{\delta}{D} = (x^{-1/3} - 1) \quad (3)$$

L'expérience montre que le modèle NMGB est en bon accord avec les ferrites MnZn composés de grains MnZn avec une couche isolante ultra-fine de CaO, bien que la barrière magnétique soit généralement estimée à partir du modèle. Typiquement, cette barrière est de quelques nm, comme le montre la microscopie électronique en transmission dans les ferrites Mn-Zn [4]. Cependant, dans les ferrites Mn-Zn, la fraction magnétique est supérieure à 95% et chaque grain est séparé par une couche paramagnétique. Sous sa forme usuelle, le modèle présente un certain nombre d'inconvénients majeurs :

1. La perméabilité effective des noyaux de poudres est généralement définie comme la perméabilité initiale μ_i , donc la susceptibilité/perméabilité intrinsèque du matériau massif χ/μ_r est également la perméabilité initiale. Alternativement, les modèles peuvent être utilisés pour la perméabilité maximale (ou réversible), et la valeur du matériau massif doit être prise comme la valeur maximale (réversible). Dans la plupart des cas, en raison de l'effet démagnétisant, μ_i et μ_{max} diffèrent de moins de 5%.

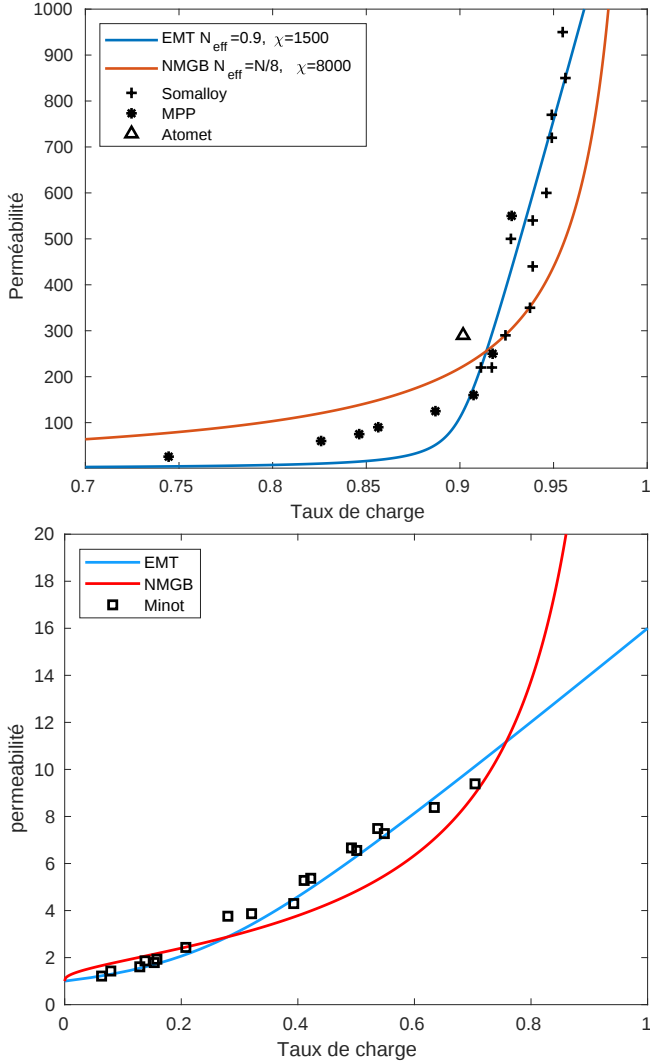


FIG. 1. Comparaison des modèles NMGB et EMT avec les valeurs de quelques SMCs commerciaux à haute perméabilité (voir références dans §5) et un composite expérimental composé de sphères de fer de $3\mu\text{m}$ [3].

- il sous-estime systématiquement la perméabilité effective si la fraction est inférieure à 90%
- il perd son sens physique pour des fractions faibles car quand $\delta > D$, $N > 1$, i.e. $x < \frac{1}{8}$
- $\mu_{eff} \rightarrow 0$ quand $x \rightarrow 0$
- $\mu_{eff} < 0$ si $\frac{\delta}{D} > 1 - \frac{1}{\mu_r}$
- les SMCs ont une isolation imparfaite, ce qui implique la présence de contacts magnétiques entre particules.

Une approche plus générale consisterait à déduire le champ appliqué du théorème d'Ampère $H(D + \delta) = H_i D + H_g \delta$ où les indices i et g désignent respectivement l'intérieur et l'entrefer. Par continuité de la composante normale de B , on peut écrire que $\mu_0 H_g = B_i = \mu_0 H_i + M$. En combinant ces deux équations, on obtient :

$$H = H_i + \frac{\delta}{D + \delta} M \quad (4)$$

En remplaçant $M = \chi H_i$ et en posant $B = \mu_0 \mu_{eff} H = \mu_0 (1 + \chi) H_i$, on obtient une expression légèrement différente de la perméabilité effective :

$$\mu_{eff} = \frac{1 + \chi}{1 + \frac{\delta}{D + \delta} \chi} = \frac{1 + \chi}{1 + (1 - x^{1/3}) \chi} \quad (5)$$

Dans la limite des petits entrefers et des grandes susceptibilités, cette expression est équivalente à (2), mais on voit maintenant que le coefficient démagnétisant a une expression différente et n'est jamais supérieur à 1. De même, la perméabilité effective $\mu_{eff} \rightarrow 1$ si $\delta \gg D$. Cette correction du modèle NMGB améliore la signification physique et le domaine de validité du modèle.

Il est bien connu que le problème du modèle NMGB vient du fait que ses hypothèses principales (i) l'uniformité du champ dans l'entrefer n'est pas justifiée sauf pour des fractions proches de 1, (ii) l'empilement cubique régulier, i.e. l'approximation 1D, est irréaliste.

Une extension 2D du modèle a déjà été proposée par l'auteur pour s'appliquer à un empilement cubique centré de paillettes carrés [5]. Malgré un bon accord avec des composites paillettes nanocristallines, elle manque de généralité puisqu'elle ne fonctionne que pour des paillettes carrés orientés avec champ dans le plan.

2.2. Modèles d'homogénéisation

Le concept d'homogénéisation a d'abord été appliqué aux diélectriques. Dans le modèle original, chaque dipôle électrique est supposé situé dans une cavité sphérique dans un milieu homogène polarisé de façon uniforme, correspondant au champ moyen produit par tous les dipôles. La permittivité effective déduite de ce concept est donnée par la relation de Clausius-Mossotti (voir par exemple [6]). Il existe diverses améliorations de ce modèle, comme celui de Garnett, qui prend en compte la permittivité du milieu hôte, ou celui de Bruggeman, qui considère deux (ou plus) types de particules dans un milieu effectif. Parmi les variantes du modèle [7], celui de Bruggeman est le plus utilisé pour les composites magnétiques [8] et est généralement appelé théorie du milieu effectif (EMT). Sous forme scalaire, la perméabilité effective μ_{eff} est définie à partir des perméabilités relatives μ_i de chaque milieu, leurs concentrations c_i et leurs coefficients démagnétisant N_i :

$$\sum_i \frac{c_i N_i (\mu_i - \mu_{eff})}{\mu_{eff} + N_i (\mu_i - \mu_{eff})} = 0 \quad (6)$$

Dans le cas présent, le matériau a deux composants, dont un seul est ferromagnétique : $\mu_1 = 1 + \chi$, $\mu_2 = 1$, $N_1 = N_2 = N$, $c_1 = x$ et $c_2 = 1 - x$. En termes de susceptibilité, l'équation devient quadratique :

$$(1 - N) \chi_{eff}^2 + [1 + (N - x) \chi] \chi_{eff} - x \chi = 0 \quad (7)$$

qui admet une seule solution physique :

$$\chi_{eff} = \frac{-[1 + (N - x) \chi] + \sqrt{[1 + (N - x) \chi]^2 + 4(1 - N) x \chi}}{2(1 - N)} \quad (8)$$

Pour les grandes concentrations, χ_{eff} est du même ordre de grandeur que χ_i , donc le dernier terme de (7) est négligeable ce qui permet d'obtenir une solution approchée :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \mu_{eff} = 1 + \frac{(x - N) \chi - 1}{1 - N} \quad (9)$$

Cette dépendance linéaire pour x élevé montre que le modèle perd tout sens physique quand $\chi \rightarrow 0$ et qu'il n'est pas cohérent avec la dépendance hyperbolique du modèle NMGB.

À l'inverse, pour de faibles concentrations, un développement au premier ordre de (8) donne :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \mu_{eff} = 1 + \frac{x \chi}{1 + (N - x) \chi} \quad (10)$$

et si $N \gg x$ — i.e. toute forme de particule sauf les aiguilles — et $\chi_i \gg 1$:

$$\mu_{eff} \approx 1 + \frac{x}{N} \quad (11)$$

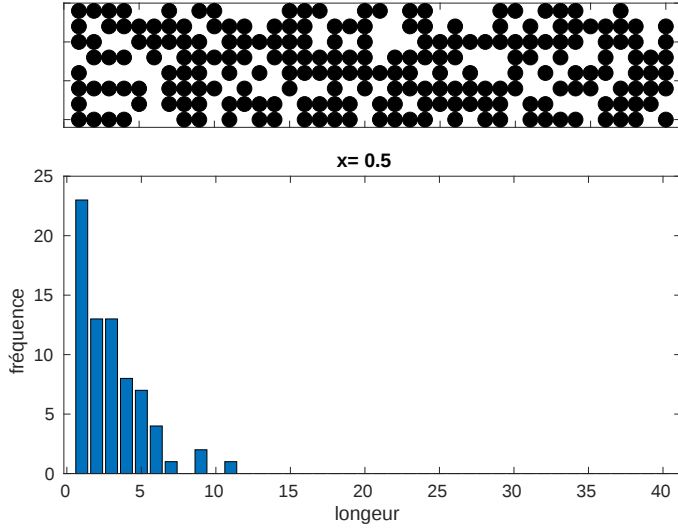


FIG. 2. Exemple de chaîne aléatoire générée par un tirage de 320 boules avec une probabilité de 0.5 — les particules et les vides sont équiprobables — et l'histogramme correspondant.

ce qui, par contre, est physiquement sensé même si $\chi \rightarrow 0$ et relativement cohérent avec le NMGB.

Comme mentionné en introduction, le problème est que N_{eff} doit être ajusté expérimentalement. Mattei a proposé une expression de N_{eff} , mais elle dépend du contraste magnétique $\alpha = (\mu_i - \mu_{eff})/\mu_{eff}$, ce qui rend la solution du problème non explicite [9] et ne résout pas le problème des fortes densités avec une grande susceptibilité.

De plus, l'EMT ne peut pas s'appliquer à de fortes fractions volumiques car celles-ci sont limitées par la forme des particules. Pour des sphères, la densité maximale est de 74% (hcp ou fcc), 63,6% pour un empilement aléatoire dense, et même 53,6% pour un empilement aléatoire avec une connectivité de 4 [10]. Il est donc impossible de conserver une forme sphérique des particules au-delà de 60%, ce qui modifie N .

2.3. Comparaison des modèles avec l'expérience

Concernant les SMCs à haute perméabilité, il est observé qu'aucun des modèles ne peut ajuster les données sans introduire un facteur correctif correspondant à des géométries de particules irréalistes. Dans la Fig. 1 (encadré gauche), un accord raisonnable est trouvé dans une plage très limitée en ajustant le facteur démagnétisant et la susceptibilité. Pour le modèle NMGB, il faut le réduire — comparé à une sphère — d'un facteur 8, ce qui peut être qualitativement justifié par les contacts entre particules. Cependant, l'accord avec l'expérience n'est pas bon. Pour l'EMT, un bon ajustement est trouvé avec $N = 0.9$, ce qui semble très peu raisonnable puisque N est censé être proche de 1/3; cette valeur correspondrait à un ellipsoïde aplati de rayon $r = 5$ avec un champ parallèle à l'axe court. De plus, la perméabilité est inférieure à 10 pour $x < 0,8$, ce qui est très faible et contraire à l'expérience. Par ailleurs, les modèles divergent sur la valeur de la susceptibilité jusqu'à un facteur 5 ou plus. Pour les faibles concentrations (Fig. 1), l'EMT est en très bon accord avec l'expérience, mais nécessite deux paramètres ajustables : ici $N = 0.27$ et $\chi = 15$. En revanche, NMGB ne nécessite aucun paramètre ajustable, ici $\chi = 1000$, mais une valeur 10 fois plus grande ou plus petite ne ferait pas de différence notable. Là encore, l'accord avec l'expérience n'est pas bon pour NMGB.

Cela montre clairement que les deux modèles existants divergent fortement sur la valeur de N et de χ . De plus, il existe un vide pour les fractions comprises entre 60 et 90% où aucun de ces modèles ne s'applique, alors que les noyaux de poudres ont généralement une concentration en particules magnétiques dans cette plage.

3. MODÈLE BASÉ SUR L'APPROXIMATION DE CHAÎNE MOYENNE STATISTIQUE (SMCA)

3.1. Longueur équivalente de chaîne

Afin de tenir compte de la nature aléatoire des SMCs réels, nous commençons par considérer une chaîne infinie de sphères composée d'une fraction x de particules magnétiques, $1 - x$ de particules non magnétiques ou de vides, toutes ayant un diamètre D . Si les vides sont distribués de manière aléatoire, la chaîne est en fait composée de séries de monomères, dimères, trimères, etc., magnétiques et de vide.

Par exemple, si $x = 0.5$, la chaîne aléatoire peut être décomposée en chaînes ordonnées alternant des unités particules/vides simples, des dimères particules/vides, des trimères particules/vides, etc., avec une probabilité associée, comme illustré dans la Fig. 2. En revanche, une chaîne ordonnée serait composée d'une alternance de particules simples et de vides.

Afin d'obtenir la longueur moyenne de la chaîne en fonction de x , le nombre de chaînes composées de n particules doit être calculé en fonction de x .

L'événement A_n correspondant à une chaîne de n particules entourée de 2 vides a la probabilité suivante de se réaliser :

$$P_n(A_n) = x^n(1-x)^2 \quad (12)$$

où x^n correspond aux particules et $(1-x)^2$ aux 2 vides.

La somme sur toutes les longueurs de chaîne est calculée à partir de (12) :

$$\begin{aligned} (1-x)^2 \sum_{n=1}^{+\infty} x^n &= (1-x)^2 \left(\sum_{n=0}^{+\infty} x^n - 1 \right) \\ &= (1-x)^2 \left(\frac{1}{1-x} - 1 \right) \\ &= (1-x)x \end{aligned} \quad (13)$$

Ainsi, (12) peut être normalisée par rapport à (13) :

$$P_n(A_n) = (1-x)x^{n-1} \quad (14)$$

La longueur moyenne de la chaîne est l'espérance de (14) :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[x] &= \sum_{n=1}^{+\infty} n P_n(A_n) \\ &= (1-x) \sum_{n=1}^{+\infty} n x^{n-1} \\ &= (1-x) \frac{1}{(1-x)^2} \\ &= \frac{1}{1-x} \end{aligned} \quad (15)$$

Ainsi, finalement, pour toute valeur du taux de charge x , le rapport d'aspect de la chaîne moyenne prend une forme remarquablement simple :

$$r = \frac{\langle \ell \rangle}{D} = \frac{1}{1-x} \quad (16)$$

où D est le diamètre des sphères. En revenant à l'exemple où $x = 0.5$, on trouve $r = 2$ au lieu de 1 pour une chaîne ordonnée.

Si $x \rightarrow 0$, les chaînes sont constituées de particules uniques, et si $x \rightarrow 1$, la chaîne est infinie.

En 3 dimensions, les vides ne sont plus distribués le long de la chaîne mais dans le volume. Dans un empilement simple cubique, les vides autour d'une particule magnétique peuvent être

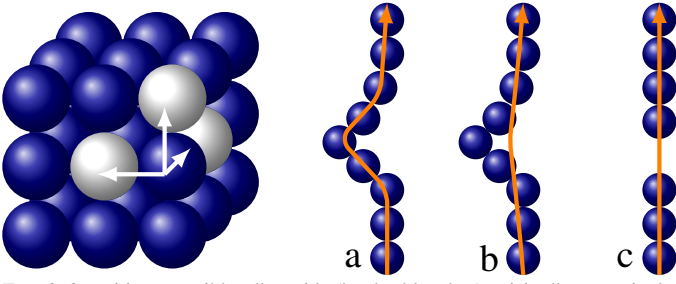


FIG. 3. 3 positions possibles d'un vide (boules blanches) voisin d'une particule. Schéma d'un chemin de percolation (a), du chemin magnétique moyen pour la même géométrie (b), du chemin magnétique équivalent en 1D (c).

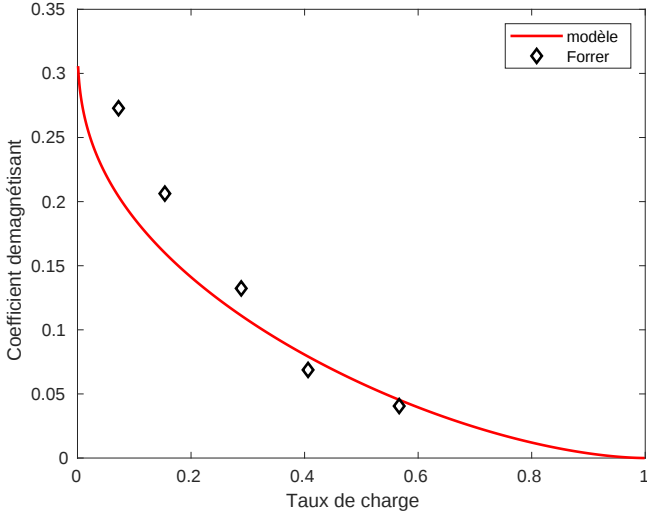


FIG. 4. Facteur moyen démagnétisant d'un composite de sphères de fer en fonction de la fraction volumique (données de Forrer [11])

localisés dans les 3 directions (voir croquis à gauche dans la Fig.3). Cependant, si le champ magnétique est homogène et dirigé parallèlement à l'une des arêtes du cube, on peut ne considérer que les vides le long d'une chaîne 1D, c'est-à-dire que les chemins de percolation perpendiculaires au champ ne sont pas pris en compte. Cette situation est totalement différente de celle de la percolation électrique. En effet, le schéma Fig.3(a) montre le chemin de percolation électrique et (b) le chemin magnétique pour la même géométrie, à condition que la susceptibilité soit relativement faible, ce qui est souvent le cas pour les petites particules. Ainsi, le chemin (b) serait équivalent à (c). Si les vides sont distribués avec la même probabilité dans les 3 directions, la chaîne équivalente aura un rapport d'aspect :

$$r = \frac{\langle \ell \rangle}{D} = \frac{1}{1 - x^{1/3}} \quad (17)$$

3.2. Coefficient démagnétisant effectif

Le problème est maintenant de déterminer le coefficient démagnétisant effectif associé à la chaîne équivalente. On fait ici une hypothèse classique selon laquelle une chaîne composée de r particules présente un coefficient démagnétisant équivalent à celui d'un ellipsoïde de révolution allongé (oblong) de rapport d'aspect r , rapport qui est connu via (17). Ce modèle permet finalement d'éviter le problème des limites de compacité, puisque les particules peuvent être déformées à l'intérieur d'une chaîne sans effet notable sur N_{eff} .

En utilisant l'une des expressions bien connues du coefficient démagnétisant d'un ellipsoïde oblong (ici dans la formulation de Stoner [12]) :

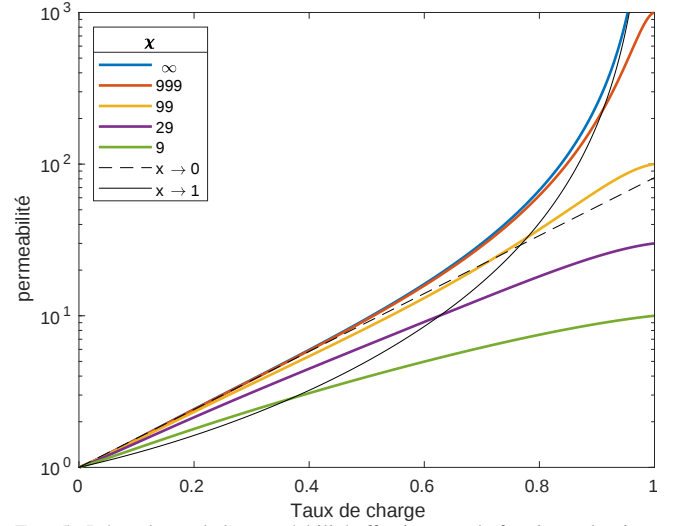


FIG. 5. Dépendance de la perméabilité effective avec la fraction volumique, paramétrée par la susceptibilité selon le modèle présenté. (---) approximation exponentielle 22, (—) approximation du cylindre long 23.

$$N(r) = \frac{1}{r^2 - 1} \left[\frac{r}{\sqrt{r^2 - 1}} \ln(r + \sqrt{r^2 - 1}) - 1 \right] \quad (18)$$

On peut facilement calculer le coefficient démagnétisant équivalent en fonction de la fraction volumique via (17). Ce calcul est comparé aux coefficients démagnétisant effectifs déterminés expérimentalement par Forrer avec des billes de fer [11] dans la Fig.4. Dans cette expérience, Forrer considère que le coefficient démagnétisant peut être déterminé comme l'inverse de la pente initiale de la courbe anhystérétique, χ_{an} (équivalente à la pente du cycle d'hystérésis principal en $H = H_c$) dans l'hypothèse où la susceptibilité intrinsèque est très grande, ce qui n'est pas garanti pour des petites particules de fer. De plus, pour de faibles concentrations, comme N est faible, le cycle peut ne pas être saturé, si bien que χ_{an} peut être sous-estimée et par conséquent N surestimé, ce qui peut expliquer l'écart entre le modèle présenté et les mesures. D'un autre côté, le coefficient démagnétisant d'une chaîne de n sphères est évidemment plus grand que celui de l'ellipsoïde ayant un rapport d'aspect n et cette différence est plus marquée pour les faibles valeurs de n .

Cela peut expliquer pourquoi l'écart entre le modèle et l'expérience est plus grand pour les faibles valeurs de x , mais il est évident qu'il existe un bon accord entre les deux sans aucun paramètre d'ajustement.

3.3. Perméabilité des composites de sphères magnétiques

Considérons un SMC composé de particules magnétiques sphériques dispersées dans une matrice à susceptibilité nulle, comme un liant paramagnétique ou diamagnétique. Le champ H_a nécessaire pour appliquer au matériau afin d'atteindre le champ interne H_i est augmenté du champ démagnétisant selon :

$$H_a = H_i + N_{eff} M = (1 + N_{eff} \chi) H_i \quad (19)$$

où N_{eff} est le coefficient démagnétisant effectif de la chaîne moyenne équivalente déterminée statistiquement. L'aimantation moyenne du SMC peut être écrite :

$$M = \chi_{eff} H_a = x \chi H_i \quad (20)$$

La substitution de (19) dans (20) donne

$$\mu_{eff} = 1 + \frac{x \chi}{1 + N_{eff} \chi} \quad (21)$$

Cette expression garde un sens physique quelles que soient la concentration et la susceptibilité ce qu'aucun des autres modèles ne peut garantir. Pour $x \rightarrow 0$ et $\chi \rightarrow \infty$, elle donne exactement le même résultat que l'EMT (11) – là où l'EMT fonctionne bien –, et puisque pour $x \rightarrow 1$, elle donne exactement la même expression que le NMGB modifiée (5) – là où le NMGB fonctionne bien –, mais avec une nouvelle définition du facteur démagnétisant explicitement défini par le taux de charge.

Un calcul de la perméabilité effective en fonction du taux de charge est montré pour différentes valeurs de la susceptibilité dans la Fig. 5. Il est remarquable que pour $x = 0.5$ et des susceptibilités supérieures à 99, le modèle actuel donne une perméabilité effective d'environ 10, ce qui est significativement plus grand que celle donnée par la NMGB (seulement 2) et, contrairement à l'EMT, le comportement linéaire pour $x > 1/3$ n'est pas observé, le modèle a un comportement exponentiel jusqu'à $x \approx 0.5$. Une approximation empirique utile peut être écrite :

$$\mu_{eff} = 81^x \quad \forall x < 0.5 \quad \& \quad \chi > 99 \quad (22)$$

Comparée avec l'expérience, comme montré dans la Fig. 6, une très bonne correspondance avec les mesures effectuées sur des composites à faible perméabilité par Weidenfeller [13] et Minot [3] est obtenue en ajustant uniquement la susceptibilité, contrairement à l'EMT qui nécessite également un ajustement de N . Il est à noter qu'avec le modèle actuel, $\chi = 120$ et 19, tandis qu'avec l'EMT, $\chi = 52$ et 16, respectivement.

Pour les concentrations élevées, la comparaison avec les données commerciales (SMC à base de fer et de permalloy) montrées dans la Fig. 7 met en évidence l'efficacité du modèle. Bien qu'une dispersion significative soit observée – en partie due à l'incertitude sur les valeurs de x –, les données sont mieux ajustées avec $\chi = 999$ pour les faibles concentrations et $\chi \rightarrow \infty$ pour les concentrations élevées. Cela peut être partiellement justifié par le fait que les particules sont d'autant plus grosses que la densité est élevée, donc que la susceptibilité augmente aussi. ².

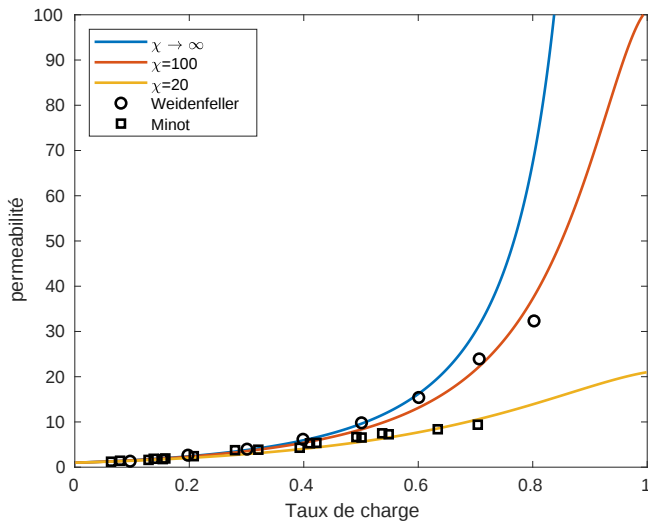


FIG. 6. Comparaison du modèle avec l'expérience pour les SMCs à faible concentration basés sur des particules sphériques (boîte du haut). Les données de Weidenfeller concernent des sphères Fe-Co-V [13] et celles de Minot pour des sphères de Fe [3].

Pour composités très denses, comme les chaînes de particules sont très longues, un modèle 1D est suffisant. Si $x \rightarrow 1$, le SMC devrait être équivalent à un cylindre de rapport d'aspect $r = 1/(1-x)$. Son coefficient démagnétisant peut être ap-

2. Contrairement aux études académiques basées sur les mêmes particules quasi sphériques et monodisperses sur toute l'étendue explorée de x , dans la même série de données commerciales, le diamètre moyen des particules peut dépendre du taux de charge

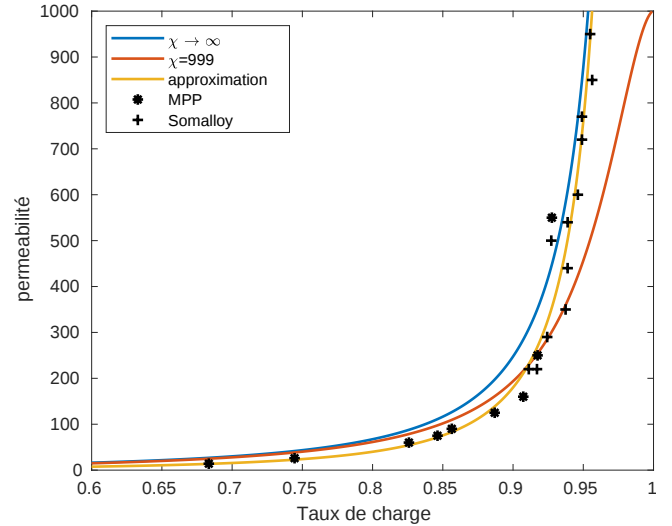


FIG. 7. Comparaison du modèle avec l'expérience pour les SMCs à forte concentration basés sur des particules de forme quasi aléatoire (boîte du bas). Les données proviennent de documentations techniques, voir §5

proximé en utilisant le coefficient démagnétisant fluxmétrique d'un cylindre avec $r > 20$, $N_{eff} \approx \frac{1}{2r^2}$, donc (21) devient

$$\mu_{eff} = 1 + \frac{x\chi}{1 + \frac{1}{2}(1-x)^2\chi} \quad \forall x > 0.95. \quad (23)$$

Étonnamment, le modèle approximé s'ajuste mieux aux données, mais il faut être prudent en raison de l'écart relativement important des données (voir Fig. 7) et aussi parce que l'on a supposé que les particules étaient sphériques et monodispersées dans le SMCA, ce qui n'est clairement pas le cas dans les SMCs denses. En effet, les particules ne sont pas fondamentalement sphériques et le pressage à chaud les déforme de manière appréciable (voir e.g. [14]), il est donc probable que la forme des particules affecte le résultat comme cela a été démontré pour l'EMT [3].

4. CONCLUSION

Un nouveau modèle de perméabilité des SMCs a été développé avec succès sur la base de considérations statistiques simples et de concepts classiques de l'électromagnétisme. La principale force du modèle réside dans la prédétermination du coefficient de démagnétisant effectif directement à partir du taux de charge. Pour des SMCs dont le taux de charge est inférieur à 60 %, la connaissance exacte de la susceptibilité intrinsèque n'est même pas nécessaire, à condition que sa valeur soit supérieure à 100. La confrontation expérimentale est très satisfaisante que ce soit pour des composites de particules sphériques fabriqués en laboratoire ou les composites industriels à forte densité.

Le modèle NMGB présente une signification physique claire mais nécessite un ajustement de N_{eff} pour les SMCs denses, et l'ajustement est médiocre. En revanche, l'EMT donne généralement un bon ajustement, mais les deux paramètres doivent être ajustés, en particulier N_{eff} , qui peut être inférieur à 1/3 pour les faibles concentrations et bien supérieur pour les fortes concentrations. De plus, le modèle n'est pas applicable pour une susceptibilité intrinsèque infinie, ce qui pose le problème de sa limite de validité pour $\chi > 100$. À l'opposé, le modèle proposé ici offre un excellent ajustement, quelle que soit la densité $x \in [0, 1]$ et quelque soit la susceptibilité $\chi \in]0, +\infty]$ et nécessite au maximum l'ajustement d'un seul paramètre : χ pour les SMCs à faible perméabilité. Si la susceptibilité intrinsèque élevée, aucun ajustement n'est nécessaire.

Le présent modèle fondé sur une approche statistique est plus polyvalent, robuste et physiquement cohérent que les modèles NMGE et EMT. Cela s'explique clairement par le fait que les modèles classiques reposent sur l'hypothèse d'une périodicité spatiale qui n'est jamais vérifiée en pratique. De plus le modèle pourrait s'adapter aux composites à base de particules non sphériques en introduisant le coefficient démagnétisant de la particule dans les équations, ce paramètre peut être calculé si la forme est connue ou optimisé sinon.

Pour palier complexité de l'expression du coefficient démagnétisant, une approximation a été proposée conduisant à une expression beaucoup plus simple et explicite de $\mu_{eff} = f(\chi, x)$, bien qu'étant théoriquement valide pour les densités proche de 1 s'est trouvée robuste vis à vis des données expérimentales à partir de 70% au moins.

5. RÉFÉRENCES

- [1] M. Johnson, E. Visser, A coherent model for the complex permeability in polycrystalline ferrites, IEEE transactions on magnetics 26 (5) (1990) 1987–1989.
- [2] V. D. Bruggeman, Berechnung verschiedener physikalischer konstanten von heterogenen substanzen. i. dielektrizitätskonstanten und leitfähigkeiten der mischkörper aus isotropen substanzen, Annalen der physik 416 (7) (1935) 636–664.
- [3] O. Minot, Approches analytiques et numériques du rôle des effets démagnétisants dans les milieux magnétiques hétérogènes, Ph.D. thesis, Université de Bretagne Occidentale (1998).
- [4] V. Loyau, G. Y. Wang, M. Lo Bue, F. Mazaleyrat, An analysis of Mn-Zn ferrite microstructure by impedance spectroscopy, scanning transmission electron microscopy and energy dispersion spectrometry characterizations, Journal of Applied Physics 111 (5) (2012) 053928. doi:10.1063/1.3693544.
- [5] F. Mazaleyrat, V. Léger, R. Lebourgeois, R. Barrué, Permeability of soft magnetic composites from flakes of nanocrystalline ribbon, IEEE Transactions on Magnetism 38 (5) (2002) 3132–3134. doi:10.1109/TMAG.2002.802419.
- [6] C. Kittel, Solid state physics, John Wiley, 1976.
- [7] C. Böttcher, Theory of Electric Polarization, Elsevier, 1973.
- [8] M. Le Floc'h, J. Mattei, P. Laurent, O. Minot, A. Konn, A physical model for heterogeneous magnetic materials, J Magn Magn Mater 140 (1995) 2191–2192.
- [9] J.-L. Mattei, P. Laurent, A. Chevalier, M. Le Floc'h, Application of an effective medium theory to composite materials with randomly dispersed particles of specific shapes, J Phys IV 7 (C1) (1997) C1–547.
- [10] C. Song, P. Wang, H. A. Makse, A phase diagram for jammed matter, Nature. 453 (7195) (2008) 629–632.
- [11] R. Forrer, R. Baffie, P. Fournier, Sur la variation thermique du cycle d'hystérèse de quelques ferromagnétiques-i. les phénomènes au voisinage du point de curie, J. Phys. Radium 5 (6) (1944) 97–108.
- [12] E. C. Stoner, The demagnetizing factors for ellipsoids, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science 36 (263) (1945) 803–821. doi:10.1080/14786444508521510. URL <https://doi.org/10.1080/14786444508521510>
- [13] B. Weidenfeller, M. Anhalt, W. Riehemann, Variation of magnetic properties of composites filled with soft magnetic ferrite particles by particle alignment in a magnetic field, Journal of Magnetism and Magnetic Materials 320 (14) (2008) e362–e365.
- [14] O. de la Barrière, C. Appino, F. Fiorillo, C. Ragusa, H. Ben Ahmed, M. Gabsi, Mazaleyrat, F., M. LoBue, Loss separation in soft magnetic composites, Journal of Applied Physics 109 (7) (2011) 07A317. doi:10.1063/1.3554207.

Références commerciales

MPP	μ_i	Somalloy	μ_{max}
14μ	14	110i 1P	220
26μ	26	110i 5P	220
60μ	60	130i 1P	290
75μ	75	130i 5P	350
90μ	90	700HR 1P	440
125μ	125	700 1P	540
160μ	160	700HR 5P	600
250μ	250	1000 5P	720
550μ	550	700 3P	850
		1000 3P	950

MPP (Molly-Permalloy Powder), Magnetics www.mag-inc.com.

Somalloy, Höganäs www.hoganas.com/somalloy.

Atomet, Rio Tinto, reference EM1, $\mu_{max} = 290$ qmp-powders.com/product-applications/components/magnetic-applications/.