

Méthodologie de conception pour les interfaces fonctionnelles électromécaniques

Tom MIGLIACCIO, Pierre JOLIVET, Thomas HUGUET, Francois PIGACHE

RESUME – Cet article traite d'une méthodologie algorithmique pour la conception optimale des systèmes multi-actionnés et fortement couplés dans le contexte des interfaces fonctionnelles électromécaniques. L'élaboration de la méthode s'appuie sur un treillis 2D articulé et déformable permettant d'actionner l'interface fonctionnelle. L'objectif est alors de redéfinir ce treillis initial, afin de lui faire adopter un ensemble de topologies préalablement définies tout en minimisant le nombre d'actionneurs nécessaires.

interfaces fonctionnelles, systèmes multi-actionnés, morphing électroactif, conception optimale, conception rationnelle, structure auxétique

1. INTRODUCTION

En science des matériaux ou en chimie, une "interface fonctionnelle" décrit la région de contact ou d'interaction entre deux matériaux ou phases (solide-solide, solide-liquide, solide-gaz, etc.) où des propriétés spécifiques sont exploitées pour obtenir une fonctionnalité particulière. Ces interfaces sont alors fonctionnalisées pour répondre à des performances spécifiques comme l'amélioration de l'adhérence, la conductivité électrique, les échanges thermiques, les propriétés mécaniques ou chimiques.

Ce terme générique "d'interfaces fonctionnelles" peut aisément s'étendre aux systèmes électromécaniques lorsqu'il s'agit d'adopter une ou plusieurs topologies particulières de surface, statiques ou dynamiques. Ces déformations sont généralement provoquées pour modifier les relations mécaniques ou fluidiques à l'interface avec l'environnement extérieur, parfois simplement visuelles et esthétiques.

Ainsi les interfaces fonctionnelles électromécaniques trouvent des applications variées, telles que les interfaces haptiques (Mazzone et al.[1], Qama et al.[2]), les dispositifs robotiques reconfigurables (Hamlin et al.[3]), le secteur automobile et aéronautique (Braza et al.[4]), les applications biomédicales (Qasar et al.[5]) et bien d'autres.

Suivant le cahier des charges et la variété de topologies de surface exigées par l'application visée, il apparaît nécessaire de concevoir des structures mécaniques actionnées par un ensemble plus ou moins large d'actionneurs, couplés par de multiples liaisons mécaniques. Le processus de conception suit généralement une démarche spécifique au besoin qui aboutit à des solutions soit singulières (donc peu modulables), soit sur-actionnées au regard du besoin. Une solution sur-actionnée conduit à une structure inutilement coûteuse et affecte la fiabilité du système.

Afin de réduire le temps de conception pour ces systèmes multi-actionnés et s'orienter le plus efficacement possible vers une architecture optimale, une méthodologie systématique est requise. L'objectif est donc le développement d'une démarche de conception rationnelle (rational design), visant à réduire le nombre d'actionneurs et la consommation énergétique de ces systèmes électromécaniques. Il s'agit de résoudre un problème inverse, en déterminant le système électromécanique à partir de l'ensemble des déformations de surface exigées. Pour ce faire, l'orientation choisie s'inspire des structures dites auxétiques (Ji-fei et al.[6]) afin de tirer profit des multiples couplages mécaniques.

A la connaissance des auteurs, la littérature dédiée à la mécanique ou à l'électrodynamique ne traite pas de méthodologies propres à l'optimisation de la cinématique des systèmes multi-actionnés. En revanche, l'ingénierie civile voit apparaître des méthodes de conception de structures articulées et motorisées afin de réduire leur masse ou de leur conférer une certaine modularité (ex : toits rétractables), tout en garantissant leur résistance aux forces extérieures (Marker et al.[7], Senatore et al.[8]). Ces structures, dites adaptatives, reposent sur un assemblage de treillis. La cinématique de ces structures déformables et le placement optimal des actionneurs afin de minimiser l'énergie interne de la structure sont explorées par (R.Sachse[9]). Les travaux présentés dans cet article s'appuieront sur ces travaux faisant référence, en adoptant des structures en treillis comparables. Dans l'approche présentée ici, la structure du système est définie puis ajustée tout au long de la conception afin de réduire au maximum le nombre d'actionneurs nécessaires, en privilégiant les trajectoires naturelles minimisant l'action.

Cet article présentera en première partie la description de la méthodologie de conception. S'en suivra en seconde partie la présentation d'outils réalisés permettant de répondre à différentes problématiques de la méthodologie. Puis en dernière partie la mise en application de la méthodologie en réponse à un ensemble de topologies de surface à titre d'exemple. Puis les résultats obtenus seront finalement discutés et les perspectives détaillées.

2. MÉTHODOLOGIE

L'objectif est de déterminer le système électromécanique optimal permettant de répondre à l'ensemble des déformations de surfaces exigées. Ces surfaces exigées sont nécessairement fournies par l'utilisateur. En plus de l'ensemble des topologies souhaitées, l'utilisateur fournit un critère de précision que le système doit respecter lorsqu'il se conforme à chacune de ces surfaces. L'utilisateur peut aussi spécifier des critères de stabilité et de robustesse à différents efforts extérieurs ainsi qu'un encombrement total du système.

Dans l'étude présentée ici, le cas traité se limite à un problème en 2D. Par conséquent, la surface exigée devient une courbe exigée. Dans la suite l'interface fonctionnelle désignera la surface ou la courbe du système qui doit impérativement se conformer aux surfaces ou courbes exigées par l'utilisateur.

Certaines contraintes ont été choisies afin de cadrer l'étude. Ainsi le système ne peut être composé que de segments liés entre eux par des nœuds (liaisons pivots idéales). Les segments présents entre les pivots peuvent être de différentes natures :

- segment **indéformable** (rigide),
- segment **déformable** passif (élasticité linéaire),
- segment **déformable** actif (actionneur linéaire).

Pour les segments déformables, seuls l'allongement et la compression du segment selon sa longueur sont considérés ; les effets de torsion et de flambements sont proscrits. Les éléments appartenant directement à l'interface fonctionnelle seront qualifiés de "contraints" tandis que tout autre élément ajouté sera

qualifié d'"auxiliaire". Tout nœud ou segment auxiliaire ajouté au système doit nécessairement se situer en-dessous des nœuds et segments contraints. Les seules solutions d'actionnement possibles sont des actionneurs linéaires et internes au système.

2.1. Etape 1 - Définition de l'interface fonctionnelle

L'objectif de cette première étape est, à partir des surfaces continues exigées par le cahier des charges, de déterminer le nombre minimal de points requis et leur position dans l'espace permettant de représenter ces surfaces (étape 1.1), puis d'en déduire le nombre de nœuds qui composera l'interface fonctionnelle du système final (étape 1.2). Cette étape est illustrée sur la Figure 1.

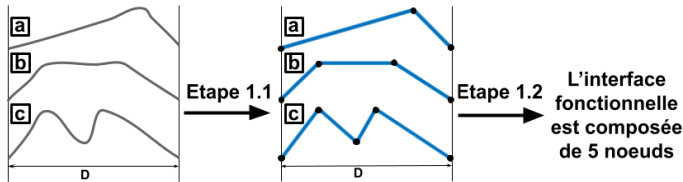


FIG. 1. Etape 1 dans un cas particulier 2D

Les systèmes étudiés ici étant en 2D, les surfaces exigées sont des courbes continues dans le plan. L'étape 1.1 consiste donc à trouver, pour chaque courbe, le nombre minimal de points discrets permettant de décrire cette courbe, et à déterminer la position de chacun de ces points, tout en satisfaisant la précision demandée.

L'interface fonctionnelle doit permettre de répondre à toutes les surfaces exigées. Cette dernière étant unique, elle est composée d'un nombre de nœuds contraints constant indépendamment de la surface exigée. Les surfaces ne nécessitant pas forcément le même nombre de points pour être définie avec la précision demandée, le nombre de nœuds contraints est donc imposé par la surface la plus exigeante. Dans l'exemple de la Figure 1, c'est la courbe c qui fixe cette valeur limite.

A ce stade, ce nombre minimal de points est retenu comme nombre de nœuds de l'interface fonctionnelle.

2.2. Etape 2 - Détermination des configurations de l'interface fonctionnelle

Une configuration désigne la topologie dans laquelle se trouve l'interface fonctionnelle et/ou le système. Pour l'interface fonctionnelle, une configuration est définie par la connaissance de la position de tous les nœuds contraints dans l'espace. L'objectif de cette étape est de définir les différentes configurations de l'interface fonctionnelle permettant de répondre à chacune des surfaces exigées, puis de définir une configuration de référence. Cette étape est illustrée en Figure 2.

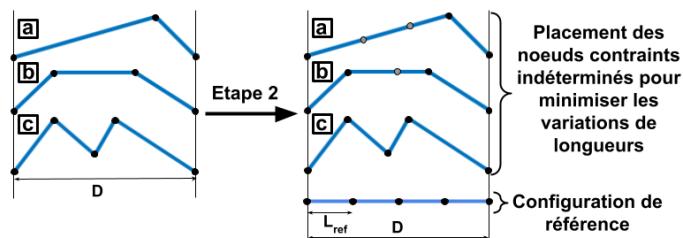


FIG. 2. Etape 2 - Placement des nœuds contraints indéterminés

Comme cela a été vu à l'étape précédente les surfaces exigées par le cahier des charges ne nécessitent pas forcément le même nombre de nœuds contraints pour répondre aux critères de précision. Par exemple, sur la Figure 2, les courbes a et b nécessitent respectivement 3 et 4 nœuds contraints pour être définies, or l'interface fonctionnelle est composée d'après l'étape 1 de

5 nœuds contraints. Ainsi, il reste respectivement 2 et 1 nœud contraint de l'interface fonctionnelle à placer. Ces nœuds seront appelés nœuds contraints indéterminés. Une fois les positions des nœuds contraints indéterminés définies, les configurations a et b de l'interface fonctionnelle seront connues.

Le choix du placement des nœuds contraints indéterminés peut être fait de différentes manières. Il est choisi ici de placer ces nœuds de manière à minimiser la variation de longueur des segments contraints entre toutes les configurations. L'énergie engagée étant croissante avec la variation de longueur des segments déformables, que ces derniers soient passifs ou actifs, ce choix permet, a priori, de minimiser l'énergie du système dans les différentes configurations.

Au vu des choix faits sur le nombre de nœuds contraints et le placement des nœuds contraints indéterminés, les segments contraints (qui composent l'interface fonctionnelle) ont des longueurs qui varient entre deux configurations, ils sont donc nécessairement déformables. Il reste alors à définir pour l'interface fonctionnelle une configuration de référence ou configuration de repos. Pour les étapes suivantes, le plus pertinent est de définir la configuration de référence comme l'unique configuration dans laquelle tous les segments de l'interface fonctionnelle sont à leur longueur de référence. Ainsi, si D est la distance entre les deux nœuds extrêmes de l'interface fonctionnelle, alors il faut imposer

$$\sum L_{refi} = D$$

L_{refi} étant la longueur de référence du segment i (avec $i = 1, \dots, nb_{seg}$ avec nb_{seg} le nombre de segments composant l'interface fonctionnelle).

Les L_{refi} peuvent être définis de différentes manières par exemple comme la moyenne des longueurs du segment i dans chaque configuration. Il est fait le choix de désigner un L_{ref} identique pour tous les segments de l'interface fonctionnelle par souci de modularité, auquel cas $L_{ref} = \frac{D}{nb_{seg}}$.

2.3. Etape 3 - Définition de la structure initiale

Afin d'obtenir plus de modularité et d'augmenter le couplage mécanique du système un certain nombre de nœuds et de segments auxiliaires peuvent être ajoutés sous l'interface fonctionnelle. L'ensemble de ces nœuds et segments forment le treillis. Par la suite, l'interface fonctionnelle du système sera appelée indifféremment "interface fonctionnelle" et "cordon supérieur". L'étape 3 est illustrée sur la Figure 3.

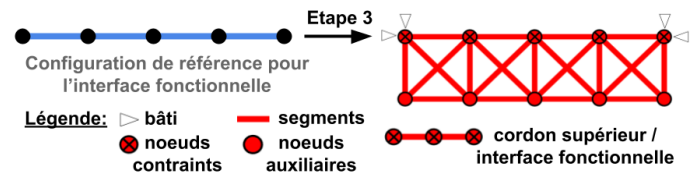


FIG. 3. Etape 3 - Détermination du treillis initial dans sa configuration de référence

Pour cette étude le choix s'est porté sur un treillis en croisillon à un seul étage comme le montre la Figure 3. D'autres choix de structure sont possibles suivant l'application visée. Cette structure initiale est composée uniquement de segments déformables. Les longueurs de référence des segments auxiliaires sont choisies de même longueur que les segments contraints (à l'exception des segments diagonaux) toujours dans une idée de modularité.

2.4. Etape 4 - Optimisation de la structure du système

Un processus itératif doit permettre à chaque itération de modifier la nature d'un segment auxiliaire : rigide/déformable/suppression, tout en s'assurant que toutes les configurations exigées sont atteignables par le système. Ce pro-

cessus doit converger vers une structure minimisant le nombre de segments déformables.

Le choix est fait dans cette étude de d'abord déterminer les positions des nœuds auxiliaires dans chaque configuration. Puis de déterminer des trajectoires permettant au système d'atteindre ces configurations. Une fois ces trajectoires obtenues et en fonction de la contribution de chaque segment au cours de ces trajectoires, le treillis initial est modifié en rigidifiant ou supprimant un segment auxiliaire. Le processus est répété jusqu'à ce qu'au moins une des configurations ne soit plus atteignable, auquel cas la solution considérée comme optimal est la dernière solution ayant fourni des trajectoires viables. Cette étape est résumé au travers de la Figure 4 .

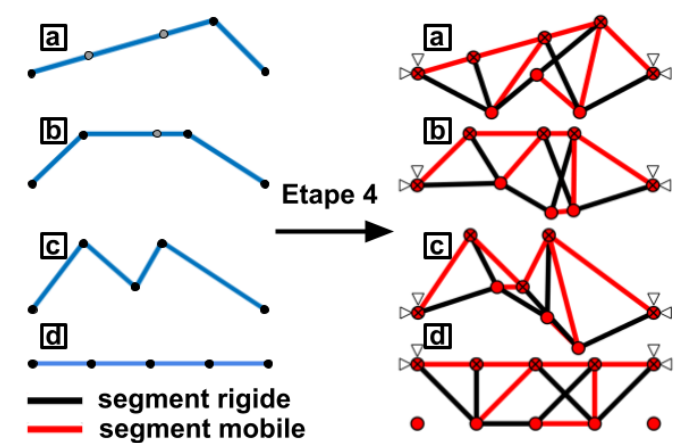


FIG. 4. Etape 4 - Optimisation du treillis

2.5. Etape 5 - Détermination des propriétés électromécaniques

Il faut maintenant distinguer parmi les segments déformables lesquels sont des segments passifs et lesquels sont des segments actifs. En fonction de la contribution des segments déformables obtenue au cours de la dernière trajectoire viable des critères, à définir, devraient permettre de distinguer les deux types de segments déformables. Il reste alors à déterminer les propriétés électromécaniques de tous les segments. Module d'Young et section de barre (raideur) pour les segments passifs (rigides ou élastiques), forces, débattement et temps de réponse pour les segments actifs. Au cours de l'obtention des trajectoires, l'évolution des longueurs des segments déformables est enregistrée et peut servir de consignes pour les actionneurs.

2.6. Récapitulatif de la démarche

La Figure 5 récapitule les différentes étapes présentées jusqu'alors. Ce diagramme reste volontairement large dans les définitions, chaque étape pouvant être résolue par différentes méthodes. Des outils permettant de répondre à certaines étapes de la méthode sont détaillées dans la partie suivante.

3. OUTILS MIS EN PLACE

3.1. Discrétisation de courbes

Pour répondre à l'étape 1, une méthode basée sur (Visvalingam et Whyatt [10]) est utilisée, ce qui permet de réduire le nombre de points définissant une courbe tout en respectant la précision souhaitée. Les courbes en entrée sont discrétisées, puis la hauteur du triangle formé par trois points successifs est calculée. Les points formant le sommet de plus faible hauteur sont éliminés, leur contribution à la forme globale étant considérée négligeable. Ce processus est répété jusqu'à atteindre la limite de précision définie. Cette méthode est résumée sur la Figure 6 .

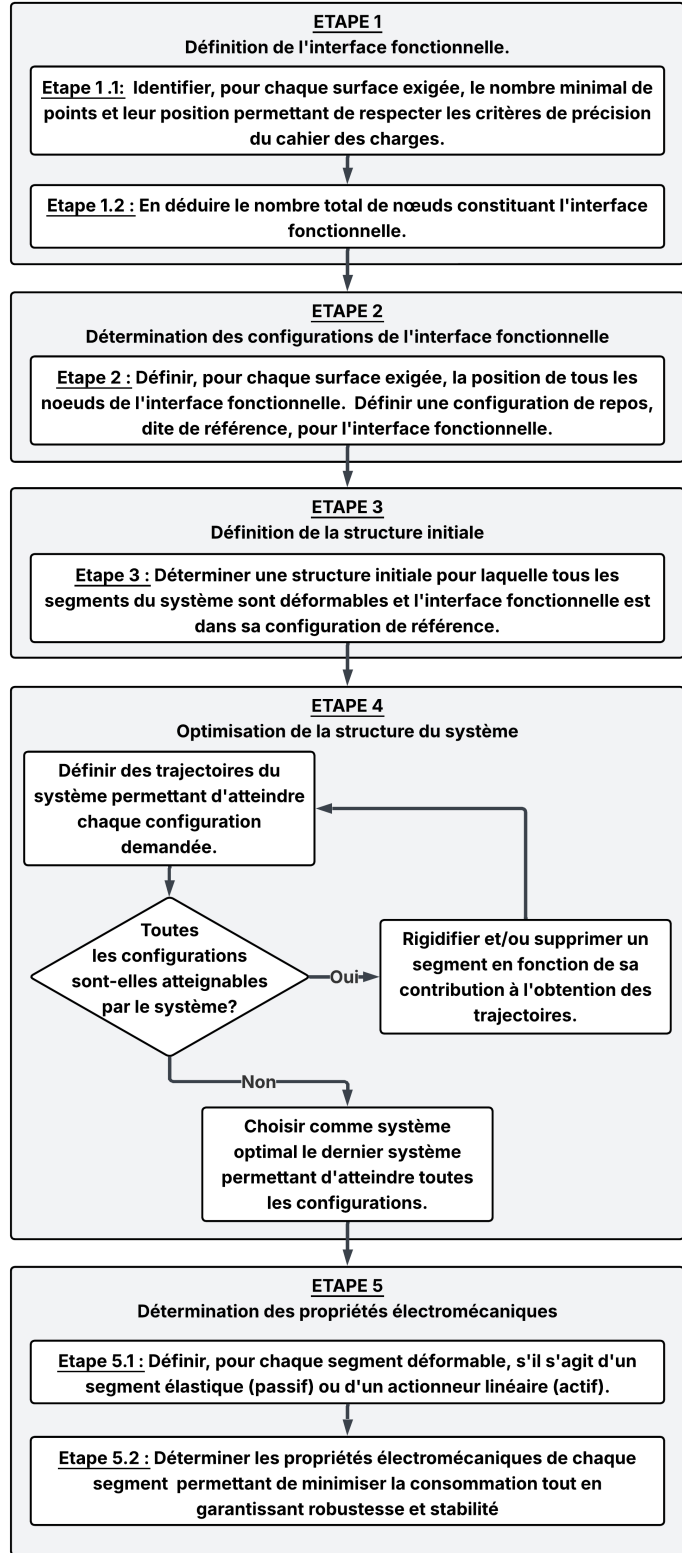


FIG. 5. Diagramme récapitulatif des étapes envisagées

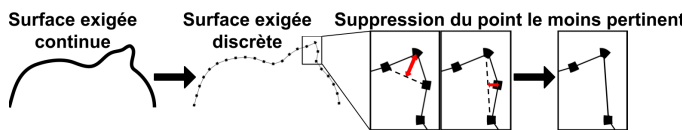


FIG. 6. Détermination du nombre de points et de leur placement optimal

3.2. Placement des nœuds contraints indéterminés

Un outil développé sous Matlab dans le cadre ces travaux permet de positionner les nœuds contraints indéterminés de façon à minimiser l'écart-type des longueurs de tous les segments. Il fonctionne en deux étapes :

- Identifier les segments les plus pertinents à diviser (c'est-à-dire ceux sur lesquels placer un nœud contraint libre). Toutes les combinaisons possibles sont alors explorées et celle minimisant la variation globale des longueurs est retenue.
- Déterminer la position optimale de ces nœuds sur les segments sélectionnés. L'optimisation est effectuée à l'aide de la fonction *fmincon* de Matlab.

3.3. Trajectoire

Afin d'obtenir la configuration complète du système pour chaque surface exigée (c'est-à-dire le placement des nœuds auxiliaires dans l'espace), la position des nœuds contraints est préalablement figée, conformément à l'étape 2. Les nœuds auxiliaires, quant à eux, sont laissés libres de se placer « naturellement ». Pour cela, tous les segments sont supposés élastiques, de sorte que le système converge vers une configuration minimisant son énergie potentielle, tout en respectant la forme imposée du cordon supérieur. Lorsqu'un segment est rigidifié (en noir sur la figure 7) au cours d'une itération, sa raideur est augmentée significativement par rapport aux autres. Il atteint alors facilement sa longueur à vide ($L_0 = L_{ref}$), qu'il conserve par la suite, étant alors considéré comme indéformable. La Figure 7 illustre ce placement naturel des nœuds auxiliaires.

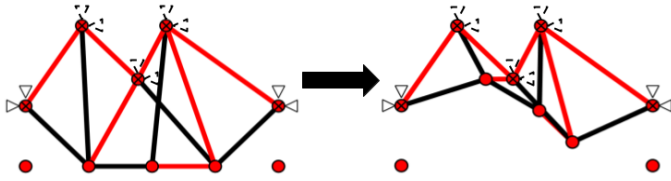


FIG. 7. Détermination de la configuration du système dans une des topologies exigées

On considère maintenant que les segments rigides sont indéformables (en noir sur la Figure 8) et tous les autres segments sont élastiques (en rouge sur la Figure 8). Le système est alors relâché et tend à revenir à sa configuration de référence en parcourant une trajectoire dite "naturelle" ou trajectoire de "descente".

Cette trajectoire de "descente" permet de suivre l'évolution des longueurs des segments, des forces internes (et des forces appliquées aux nœuds), ainsi que la position de chaque nœud au cours du temps. En inversant les forces mesurées ou les consignes d'élongation, on obtient alors une trajectoire de "montée" vers la configuration exigée. Chaque montée est vérifiée pour s'assurer qu'elle reste réalisable avant toute modification structurelle (rigidification ou suppression d'un segment).

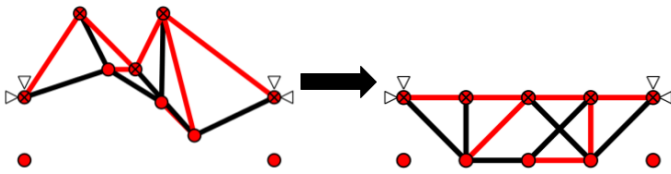


FIG. 8. Détermination de la trajectoire naturelle du système en descente

Cette méthode exige une modélisation mécanique des structures en treillis. Deux modèles ont été développés sous Matlab : l'un fondé sur le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD), l'autre sur la formulation Lagrangienne. Dans les deux cas, le

poids des segments est négligé, seules les masses des nœuds sont prises en compte, et à chaque pas de temps, le système est supposé à l'équilibre. Cette hypothèse permet de considérer que le mouvement est maîtrisé à chaque instant, avec une vitesse nulle au début de chaque pas de temps.

3.3.1. Modèle mécanique basé sur le PFD

Le premier modèle mécanique repose sur le principe fondamental de la dynamique ($\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$), où $\vec{F}_i$ représente les forces appliquées au système, m sa masse et $\vec{a}$ son accélération. À chaque pas de temps, toutes les forces (extérieures et de rappel élastiques) appliquées aux nœuds sont calculées. En 2D, cela implique de résoudre deux équations par nœud, respectivement suivant les directions $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$. Les accélérations sont alors obtenues ainsi que les positions de chaque nœud à l'aide du schéma explicite d'Euler.

Ce modèle simple à mettre en œuvre requiert cependant un nombre d'équations proportionnel au nombre de nœuds. Lorsqu'un segment est rigidifié, cela se fait en augmentant fortement sa raideur. Cependant, en raison du caractère discret et de la modélisation nodale du PFD, la transmission de l'effort se fait d'un nœud à l'autre au pas de temps suivant, entraînant une violation de causalité numérique entre les deux extrémités du segment rigidifié. L'introduction de sous-pas de temps locaux permettrait de pallier ce problème, au détriment du coût de calcul.

3.3.2. Modèle mécanique basé sur le Lagrangien

Le modèle Lagrangien s'appuie sur un système de coordonnées généralisées (q^i , avec $i = 1, \dots, m$, m étant le nombre de mobilités du système), en lieu et place des coordonnées globales (x_{n_j}, y_{n_j} pour chaque nœud j). L'analyse n'est donc plus menée "au nœud" mais "au solide" : lorsqu'un segment est rigidifié, il forme avec ses deux nœuds un solide indéformable. Là où quatre coordonnées globales étaient nécessaires pour représenter deux nœuds ($x_{n_j}, y_{n_j}, x_{n_{j+1}}, y_{n_{j+1}}$), trois coordonnées généralisées suffisent désormais :

$$q^i = x_{n_j} \quad (1)$$

$$q^{i+1} = y_{n_j} \quad (2)$$

$$q^{i+2} = \theta_{n_j n_{j+1}} \quad (3)$$

$\theta_{n_j n_{j+1}}$ l'angle formé entre le segment et l'axe $\vec{e}_x$.

Les équations de Lagrange s'écrivent sous la forme

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q^i} = Q_{q^i} \quad (4)$$

avec $L = E_c \Sigma - E_p \Sigma$ (énergie cinétique totale moins énergie potentielle) et Q_{q^i} représentant les effets des forces extérieures. Ces équations permettent d'obtenir les accélérations des coordonnées généralisées, à partir desquelles sont déterminées numériquement les coordonnées généralisées (Euler explicite) au pas de temps suivant. S'en déduisent alors les coordonnées globales des nœuds.

Cette méthode a l'avantage de réduire significativement le nombre d'équations à résoudre au fur et à mesure que des segments sont rigidifiés. De plus, un segment rigidifié devient parfaitement indéformable, ce qui facilite le traitement numérique de détermination des trajectoires au cours du temps. Bien qu'elle soit plus complexe à implémenter, cette approche est plus prometteuse pour les besoins de cette étude.

3.4. Rigidification/suppression de segments

Dans le cadre de cette étude, la suppression ou la rigidification des segments se décide par l'observation du taux de déformation des segments durant la phase de "descente". Le segment qui se déforme le moins — et donc qui semble, a priori,

le moins contribuer à la déformation globale du système — est choisi pour être rigidifié à l'étape suivante.

Dans le modèle utilisant le PFD, la rigidification reste approchée : un segment ne peut jamais être parfaitement rigide. Il arrive ainsi qu'un segment précédemment rigidifié soit fortement déformé lors d'une trajectoire ultérieure. Dans ce cas, ce segment est supprimé, et aucun autre segment n'est rigidifié pendant cette étape. La Figure 9) présente la procédure actuelle sous forme d'algorithme.

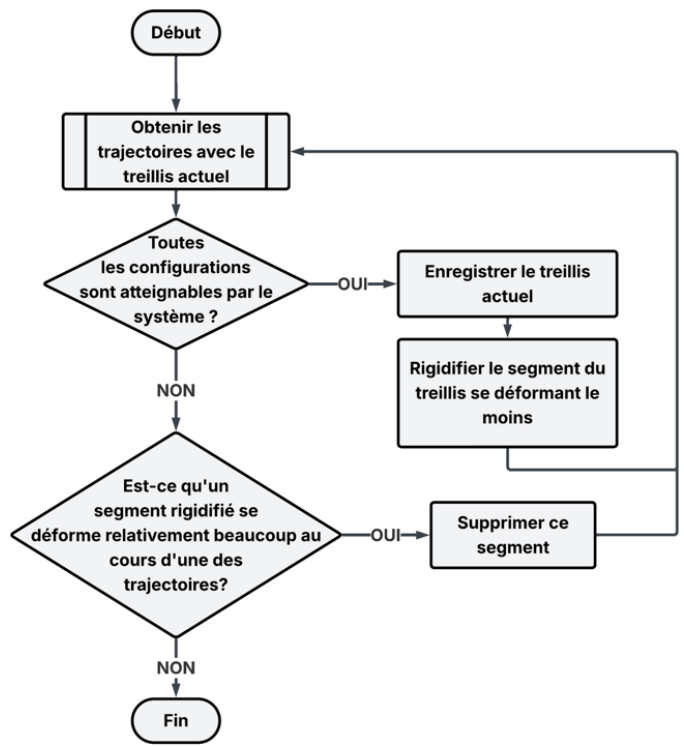


FIG. 9. Algorithme pour la rigidification/suppression de segments

4. RÉSULTATS

La méthodologie présentée ci-dessus est appliquée sur un cas simple. Trois topologies sont exigées (figure 10 a, b et c) sous forme de profils continus. À partir du profil le plus exigeant (figure 10 c) le nombre de nœuds du cordon supérieur est déterminé et conduit au treillis initial illustré figure (10 d).

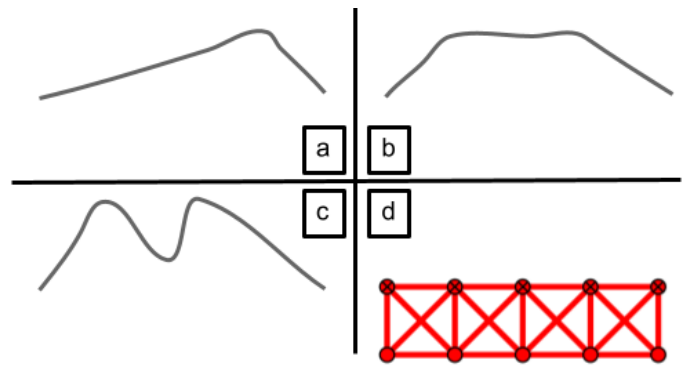


FIG. 10. d Treillis initial avant optimisation. a, b et c courbes requises par l'utilisateur de la moins exigeantes à la plus exigeantes

En appliquant la méthode décrite précédemment, avec le modèle mécanique basé sur le PFD, le treillis final (figure 11 d) est obtenu ainsi que les configurations du système afin de répondre

aux courbes exigées (figure 11 a, b et c). De même, l'architecture permettant, depuis la configuration initiale, d'atteindre les différentes configurations finales est illustrée figure 11 et la cinématique accessible par le QR code ou lien URL.

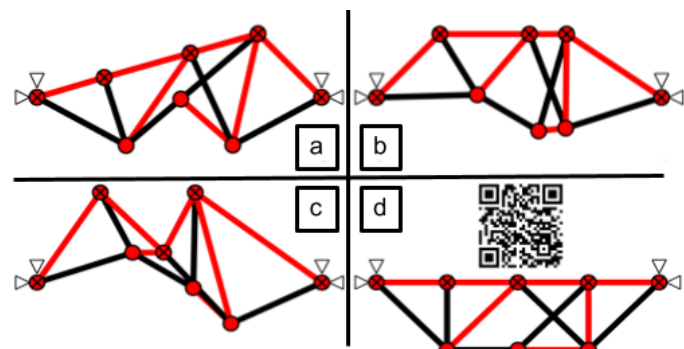


FIG. 11. Système final obtenu dans différentes configurations. d configuration de référence, a, b et c configurations pour répondre aux exigences utilisateur. URL : <https://media.hal.science/hal-04884503>

5. CONCLUSIONS

Une méthodologie générale a été développée pour déterminer une structure répondant aux exigences cinématiques à partir d'un ensemble de surfaces exigées, tout en minimisant le nombre d'éléments déformables. Un certains nombre d'outils permettant de répondre aux problématiques de la méthodologie ont été mis en place. La méthode et les outils réalisés ont permis d'obtenir, sur des cas simples, des résultats prometteurs. Cependant ces derniers restent perfectibles. Plusieurs pistes d'amélioration sont envisagées :

- Adaptation de la procédure de rigidification/suppression pour le modèle mécanique basé sur le Lagrangien.
- Définition de critères discriminants permettant de distinguer les segments déformables actifs des segments passifs.
- Exploration de treillis initiaux plus complexes :
 - différentes configurations de treillis,
 - connexion entre nœuds plus éloignés,
 - ajout de nœuds auxiliaires.
- Rigidification de certaines liaisons pivots pour renforcer le couplage mécanique en interdisant certains mouvements.
- Définition de trajectoires alternatives via une approche variationnelle.

Ces ajustements devraient, d'une part améliorer les temps de calculs et la fiabilité des trajectoires du treillis, et d'autre part, réduire davantage le nombre de segments déformables et donc, une fois le critère discriminant bien défini, le nombre d'actionneurs requis.

6. RÉFÉRENCES

[1] A. Mazzone, C. Spagno, et A. Kunz, "A haptic feedback device based on an active mesh", Proceedings of the ACM symposium on Virtual reality software and technology, 2003, p. 188 195.

[2] I. Qama, R.Groh, D. Holman, et A.Roudaut. "A Literature Review of Morphing Materials for the Design of Shape-Changing Interfaces", Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI 2018). Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, Paper 374, p.1–23.

[3] G. J. Hamlin, A. C. Sanderson, "Tetrobot : A Modular Approach to Reconfigurable Parallel Robotics", 1998, isbn 9781461554714.

[4] M. Braza, J.F. Rouchon, G. Tzabiras, F. Auteri, et P. Flaszynski, "Smart Morphing and Sensing for Aeronautical Configurations", Springer International Publishing, vol 153, 2023.,

- [5] Z. Qaiser, et al., "Case study of a novel multi-actuated optimized reconfigurable freeform surface (MORFS) mold for custom foot orthoses", *International journal of advanced manufacturing technology*, 120.5-6, 2022, p. 3831-3842.
- [6] J. Ou, Z. Ma, J. Peters, S. Dai, et al., "KinetiX - designing auxetic-inspired deformable material structures", *Computers & Graphics*, vol 75, pp. 72-81, 2018.
- [7] P. Marker, A. Bleicher, "A Hierarchical Optimization Method for the Design of Active Hybrid Structures", *Frontiers in Built Environment*, 2022.
- [8] G. Senatore, P. Duffour, et P. Winslow, "Synthesis of minimum energy adaptive structures", *Structural and multidisciplinary optimization*, 60.3, 2019, p. 849-877.
- [9] R. Sachse. "Variational motion design for adaptive structures", Stuttgart : Institut für Baustatik und Baudynamik, Universität Stuttgart, 2020.
- [10] M. Visvalingam et JD. Whyatt, "Line Generalization by Repeated Elimination of the Smallest Area", *The Cartographic Journal*, vol 30, number 1, 1993