

Cartographie de champs électromagnétiques en régimes transitoire et permanent par la modélisation bond graph

Majid KHALILI DERMANI, Baptiste TRAJIN, Olivier PANTALE, Kevin AYIVI

Université de Toulouse, UTTOP, LGP, Tarbes, France

RESUME – Améliorer l’efficacité énergétique des systèmes multiphysiques complexes nécessite une compréhension approfondie de la modélisation de leurs composants, en particulier celle des éléments de couplage électromagnétique (EM). Le comportement de ces couplages est régi par les équations de Maxwell. Des solutions précises à ces équations requièrent l’utilisation de méthodes numériques, impliquant des logiciels commerciaux spécialisés inadaptés à l’échelle du système, ce qui pose des défis d’interopérabilité. Cette étude vise à intégrer les méthodes numériques avec des représentations macroscopiques afin de modéliser l’ensemble du système multiphysique, y compris la modélisation des éléments de couplage EM, dans un environnement de simulation unique.

Mots-clés – Bond graph, Equations de Maxwell, Simulation numérique, Différences finies.

1. INTRODUCTION

Dans la recherche d’une efficacité énergétique accrue dans les systèmes multiphysiques, il est essentiel de comprendre intimement les différents composants ainsi que leurs interactions au sein du système global. L’adoption d’une modélisation énergétique macroscopique permettant de révéler le fonctionnement des sous-systèmes et de mettre en lumière les différentes pertes permet alors une optimisation plus efficace [1]-[3].

Plusieurs méthodologies de modélisation, telles que la Représentation Énergétique Macroscopique (REM) [4, 5], les bond graphs [6]-[9], et les Graphes Orientés Énergie (POGs) [10], adoptent une approche macroscopique, chacune offrant des avantages distincts. La REM fournit une représentation intuitive et hiérarchique des systèmes complexes, la rendant particulièrement adaptée à la définition de schémas de contrôle. Les POGs se concentrent sur l’analyse des flux de puissance dans les systèmes multiénergies, proposant un cadre structuré pour évaluer les interactions énergétiques. Les bond graphs quant à eux, constituent un outil puissant pour modéliser et analyser la dynamique des systèmes multi-domaines en représentant le transfert, le stockage et la conversion d’énergie dans un cadre unifié. De plus, les bond graphs permettent une représentation formelle mais intuitive de la dynamique des systèmes dans le domaine temporel. Leur prise en compte de la causalité garantit une interprétation physiquement cohérente des phénomènes modélisés, facilitant une analyse énergétique dans divers domaines de l’ingénierie [7, 9].

Classiquement, dans les représentation bond graph, les interactions électromagnétiques sont caractérisées par un flux magnétique et une force magnétomotrice vus respectivement comme l’effort et le flux. Cependant, l’étude des champs électromagnétiques locaux n’a que peu été menée dans la représentation par bond graph [7, 8, 11]. Toutefois, la nature intriquée de ces champs nécessite une approche locale afin d’en saisir pleinement la complexité et d’ouvrir la voie à de nouvelles améliorations des performances globales du système.

L’analyse des systèmes électromagnétiques repose généralement sur des modèles mathématiques fondés sur les équations

de Maxwell [12, 13]. Leur mise en œuvre permet de lier les grandeurs locales telles que les champs aux grandeurs du système, telles que les grandeurs électriques [14, 15]. Toutefois, le calcul analytique de ces grandeurs locales et globales s’avère difficile en raison de problèmes liés aux conditions aux limites, aux géométries complexes, aux non-linéarités, et aux interactions entre phénomènes. Par conséquent, l’utilisation de méthodes numériques de discrétisation s’avère essentielle. Ces méthodes transforment les équations aux dérivées partielles (EDP) en un système d’équations algébriques à degrés de liberté finis. Ce processus de transformation implique des schémas de discrétisation tels que la méthode des différences finies (MDF) [16]-[21], la méthode des éléments finis (MEF) [12, 13, 22, 23], la méthode des volumes finis (MVF) [24], ou encore la méthode des moments (MoM).

Cet article vise à intégrer l’approche MDF avec la représentation bond graph afin de permettre la modélisation des champs électromagnétiques locaux. Cette approche offre un cadre systématique pour l’analyse des interactions électromagnétiques dépendantes du temps. De plus, le modèle proposé peut être intégré aux modèles bond graph existants (électriques, mécaniques et thermiques) afin de permettre la simulation de systèmes multiphysiques, incluant les sous-systèmes EM.

Dans cet article, la section 2 présente le système d’étude et les modélisations associées. La section 2.4 d’intérêt particulier se concentre sur la modélisation bond graph de sous-systèmes EM discrétisés par MDF. À partir de cette représentation bond graph, la formulation correspondante en espace d’état est établie. La section 3 permet de démontrer la précision et la pertinence de l’approche bond graph proposée ainsi que sa représentation dans l’espace d’état pour les simulations temporelles. Enfin, la section 4 conclut l’article.

2. MODÉLISATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

2.1. Système d’étude

Cet article se concentre sur la cartographie de champs EM d’un fil conducteur infiniment long, parcouru par un courant électrique et plongé dans un milieu non magnétique. Ce cas d’étude vise à valider la modélisation unifiée proposée permettant d’intégrer les méthodes de modélisation EM classiques avec le formalisme énergétique bond graph.

Ainsi, le problème consiste à modéliser le champ électrique $\vec{E}$ et le champ magnétique $\vec{H}$ en différents points M de l’espace, comme illustré par la figure 1. La fréquence du courant est suffisamment faible pour que sa distribution reste uniforme sur l’ensemble de la section transversale du conducteur.

2.2. Equations de Maxwell

En considérant les symétries du système de la figure 1, il est établi que si le courant est totalement selon l’axe z , le champ électrique l’est également. Par ailleurs, le champ magnétique se

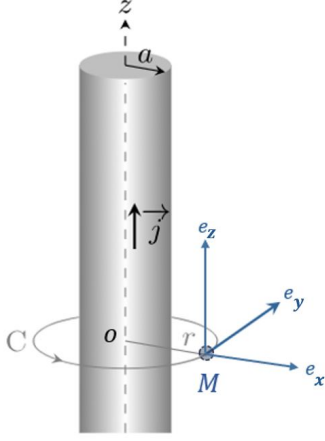


FIG. 1. Système d'étude

situé dans le plan orthogonal à la direction du courant soit donc selon les axes x et y .

Ainsi, les équations de Maxwell décrivant les phénomènes électromagnétiques [25] peuvent se simplifier selon (1)-(4).

$$\mu \frac{\partial H_x}{\partial x} + \mu \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial E_z(t)}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_x(t)}{\partial t} \quad (2)$$

$$-\frac{\partial E_z(t)}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_y(t)}{\partial t} \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial H_y(t)}{\partial x} - \frac{\partial H_x(t)}{\partial y} \right) = \sigma E_z(t) + J_{sz}(t) + \varepsilon \frac{\partial E_z(t)}{\partial t} \quad (4)$$

avec :

- μ la perméabilité magnétique du milieu considéré,
- ε la permittivité diélectrique du milieu considéré,
- σ la conductivité électrique du milieu considéré,
- J_s la densité de courant dans le milieu considéré.

2.3. Bond graph

Le bond graph est un outil de modélisation graphique permettant de représenter les transferts de puissance dans un système via des demi-flèches. Chacun de ces liens porte une variable de flux (f) et une variable d'effort (e), dont le produit correspond à la puissance.

Le bond graph multiports est particulièrement efficace pour les systèmes dans lesquels les interactions entre variables sont multiples. Les efforts et les flux sont alors des grandeurs constituées de plusieurs composantes.

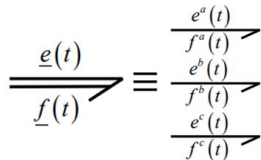


FIG. 2. Bond graph multiport

La puissance véhiculée par les champs EM est déterminée par le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ comme le produit vectoriel des champs électriques et magnétiques (5). Ainsi, nous considérerons que le champ électrique (resp. magnétique) est l'effort

(resp. le flux) au sens du bond graph. Dans la modélisation proposée, c'est la causalité intégrale qui sera considérée.

$$\vec{\Pi} = \vec{E} \wedge \vec{H} \quad (5)$$

Ainsi, les éléments I (resp. C) du bond graph représenteront des éléments de stockage de l'énergie du champ magnétique (resp. du champ électrique). Les éléments R du bond graph seront des éléments dissipatifs d'énergie.

2.4. Discrétisation spatiale du champ EM

Afin de discrétiser spatialement le champ EM, il est nécessaire de définir une grille de discrétisation. Nous choisissons ici une grille cartésienne dont le pas de discrétisation est uniforme $\Delta_{xy} = \Delta_x = \Delta_y$ et adapté à la dimension du câble. Cette grille permet de localiser les deux champs en chaque noeud afin d'accéder localement à la puissance. Un schéma numérique utilisant les différences finies centrées pour $\vec{H}$ et à gauche pour $\vec{E}$ conduit aux expressions (6)-(9).

$$\mu \frac{H_x^{i+1,j} - H_x^{i-1,j}}{2\Delta x} + \mu \frac{H_y^{i,j+1} - H_y^{i,j-1}}{2\Delta y} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{E_z^{i,j}(t) - E_z^{i,j-1}(t)}{\Delta y} = -\mu \frac{\partial H_x^{i,j}(t)}{\partial t} \quad (7)$$

$$-\frac{E_z^{i,j}(t) - E_z^{i-1,j}(t)}{\Delta x} = -\mu \frac{\partial H_y^{i,j}(t)}{\partial t} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{H_y^{i+1,j}(t) - H_y^{i-1,j}(t)}{2\Delta x} - \frac{H_x^{i,j+1}(t) - H_x^{i,j-1}(t)}{2\Delta y} \\ = \sigma E_z^{i,j}(t) + J_{sz}^{i,j}(t) + \varepsilon \frac{\partial E_z^{i,j}(t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (9)$$

En considérant les champs magnétique et électrique respectivement comme des variables de flux (f) et d'effort (e), la forme discrète de la loi d'Ampère (9) peut être exprimée comme une équation de conservation de l'effort. Ainsi, cette loi, réécrite sous forme vectorielle dans (10), peut être représentée à l'intérieur de chaque maille à l'aide d'une jonction 0 multiport, laquelle combine les contributions de flux provenant des mailles adjacentes. Pour illustrer cela, le modèle bond graph correspondant à la maille (i, j) est présenté dans la figure 3.

$$\begin{aligned} \sum f_{\text{output}} = \sum f_{\text{input}} \rightarrow \\ \underbrace{C \frac{\partial}{\partial t} [E_z^{i,j}]}_{f_C} = \underbrace{\left[\frac{H_y^{i,j}}{H_y^{i+1,j}} \right]}_{f_{\text{Right}}} - \underbrace{\left[\frac{H_y^{i,j}}{H_y^{i,j-1}} \right]}_{f_{\text{Left}}} \\ - \underbrace{\left[\frac{H_x^{i,j}}{H_x^{i,j+1}} \right]}_{f_{\text{Top}}} + \underbrace{\left[\frac{H_x^{i,j}}{H_x^{i,j-1}} \right]}_{f_{\text{Bottom}}} - \underbrace{\frac{1}{R} [E_z^{i,j}]}_{f_R} - \frac{1}{\varepsilon} \left[J_{sz}^{i,j} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

avec :

$$\begin{aligned} \text{— } C = 2\Delta_{xy}\varepsilon \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ \text{— } \frac{1}{R} = 2\Delta_{xy}\sigma \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

La forme vectorielle de (10) à l'application de la causalité intégrale à l'ensemble des mailles du domaine. De plus, puisque cette équation représente une conservation d'effort, l'effort dans tous les liens connectés à la jonction 0 est égal à E_z avec un indice correspondant à la maille associée (ici, $E_z^{i,j}$).

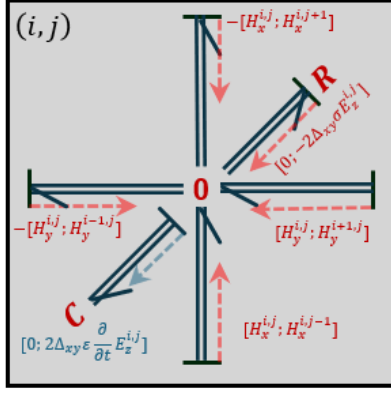


FIG. 3. Bond graph de l'équation d'Ampere discrétisée (9)

Par ailleurs, la forme discrète de la loi de Faraday (7) et (8) peut être exprimée sous la forme d'une équation de conservation du flux. Ainsi, cette loi, réécrite sous forme vectorielle dans (11) et (12), peut être représentée entre chaque mailles adjacentes à l'aide d'une jonction 1 multiport, laquelle combine les contributions d'effort provenant des mailles voisines. Pour illustrer cela, les modèles bond graph correspondant à deux mailles adjacentes selon les coordonnées y et x , associés respectivement à (11) et (12), sont présentés dans la figure 4.

$$\sum e_{\text{output}} = \sum e_{\text{input}} \rightarrow \mathbf{L} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} H_x^{i,j} \\ H_x^{i,j-1} \end{bmatrix} = -[E_z^{i,j}] + [E_z^{i,j-1}] \quad (11)$$

$$\sum e_{\text{output}} = \sum e_{\text{input}} \rightarrow \mathbf{L} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} H_y^{i,j} \\ H_y^{i-1,j} \end{bmatrix} = [E_z^{i,j}] - [E_z^{i-1,j}] \quad (12)$$

avec : $\mathbf{L} = \Delta_{xy} \mu \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

De plus, puisque ces équations représentent une conservation du flux, le flux dans tous les liens connectés à la jonction 1 est identique.

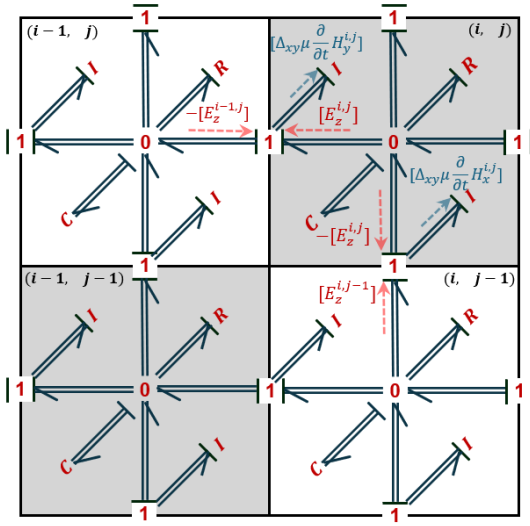


FIG. 4. Bond graph de mailles adjacentes

Le bond graph complet permettant de représenter les champs électriques et magnétiques est obtenu selon la grille de discrétisation définie en ajoutant au sein des mailles à l'intérieur du câble la densité de courant d'excitation comme une source de flux connectée sur les jonctions 0. .

2.5. Représentation dans l'espace d'état

À partir de l'extension du modèle bond graph présenté dans la figure ?? à l'ensemble du domaine de calcul, les équations d'état linéaires du système sont exprimées sous forme matricielle (13).

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \quad (13)$$

où $X(t)$ est le vecteur d'état (14) de dimension $(3N \times 1)$, avec N représentant le nombre total de points de discrétisation dans le domaine de calcul. Ce vecteur inclut toutes les variables énergétiques, à savoir les composantes des champs électrique et magnétique, à l'exception des conditions aux limites qui sont positionnées dans le vecteur d'entrée $U(t)$ incluant les conditions aux limites $H_{\infty x}$ et $H_{\infty y}$ ainsi que les sources externes J_{sz} .

$$X(t) = \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (14)$$

Les matrices A (15) et B sont respectivement des matrices blocs creuses de dimensions $(3N \times 3N)$ et $(3N \times 4)$.

$$A = \begin{bmatrix} 0_N & 0_N & -\frac{1}{\mu \Delta_{xy}} w_x \\ 0_N & 0_N & \frac{1}{\mu \Delta_{xy}} w_y \\ -\frac{1}{2\epsilon \Delta_{xy}} z_x & \frac{1}{2\epsilon \Delta_{xy}} z_y & -\frac{\sigma}{\epsilon} I_N \end{bmatrix} \quad (15)$$

avec :

- 0_N la matrice nulle de taille $N \times N$,
- I_N la matrice identité de taille $N \times N$,
- w_x , w_y , z_x et z_y les opérateurs rotationel discrétisés, construits par la MDF.

L'ensemble des matrices possède une structure par blocs creux permettent un stockage efficaces pour des systèmes de grande dimension. Cette structure permet également de réduire la complexité algorithmique de la résolution numérique des équations d'états par une méthode d'approximation classique telle que les méthodes de Runge-Kutta.

3. RÉSULTATS DE SIMULATION

Afin de valider le modèle bond graph électromagnétique ainsi que son expression dans l'espace d'état associé, un modèle bi-dimensionnel (2D) selon une coupe orthogonale à l'axe de révolution du conducteur cylindrique est considéré. Par ailleurs, la section du câble étudiée présente un rayon de $a = 0,006$ m et utilise une discrétisation spatiale structurée de pas $\Delta_{xy} = \Delta x = \Delta y = 4 \times 10^{-4}$ m.

Le problème consiste donc à modéliser le champ magnétique dépendant du temps $\vec{H}(t)$ en différents points de l'espace, généré par un courant selon l'axe de révolution du conducteur selon la direction $+z$. Le conducteur en cuivre est situé dans un milieu non magnétique. Les propriétés des matériaux du conducteur et du milieu environnant (air) sont indiquées dans le Tableau 1. Il est également supposé que la distribution de courant reste uniforme dans le conducteur, sans effet de peau, en raison de variations basse fréquence.

TABEAU 1. Propriétés physiques des matériaux dans le système étudié.

Paramètre	Symbole	Valeur
Conductivité du cuivre	σ	59×10^6 S/m
Conductivité de l'air	σ_a	1×10^{-15} S/m
Permittivités de l'air et du cuivre	$\epsilon = \epsilon_0$	$8,85 \times 10^{-12}$ F/m
Perméabilités magnétiques de l'air et du cuivre	$\mu = \mu_0$	$4\pi \times 10^{-7}$ H/m

Dans un premier temps, l'expression analytique des champs électromagnétiques est présentée dans les conditions magnéto-statiques dans le paragraphe 3.1. Ensuite, les champs magnétiques sont calculés pour $0 \leq r \leq 0,15$ m à partir de la représentation en espace d'état, à la fois pour un courant statique et pour un courant dynamique, dans les paragraphes 3.2 et 3.3. Le logiciel MATLAB est utilisé pour résoudre le système d'équations numériques.

3.1. Expression analytique magnéto-statique

L'expression analytique magnéto-statique s'obtient à partir de la forme intégrale du théorème d'Ampère (16).

$$\oint_C \mu \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{J}_{sz} \cdot d\vec{s} \quad (16)$$

Il convient de détailler deux cas : le champ $\vec{H}$ à l'intérieur du conducteur et le champ $\vec{H}$ à l'extérieur du conducteur. La solution est donnée dans (17) et (18).

$$H(r) = \frac{J_{sz}r}{2} \text{ pour } r \leq a \quad (17)$$

$$H(r) = \frac{J_{sz}a^2}{2r} \text{ pour } r \geq a \quad (18)$$

3.2. Résultats de simulation en condition magnéto-statique

En considérant un courant constant de 20 A, soit $J_{sz} = 0,18$ A/mm², dans le conducteur. L'amplitude du champ magnétique est calculé à partir de (13) pour $\dot{X}(t) = 0$ et représenté dans la figure 5. La circulation du champ magnétique est illustrée dans la figure 6.

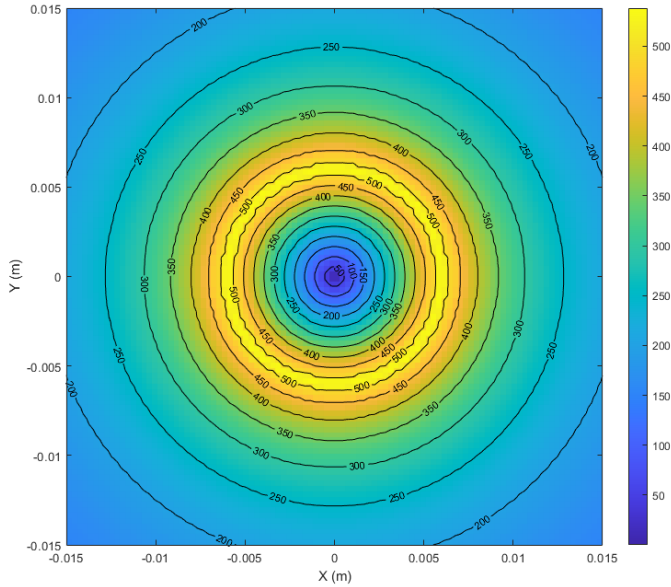


FIG. 5. Amplitude du champ magnétique autour du fil conducteur

Ces champs sont comparés à l'expression analytique magnéto-statique présentée dans (17) et (18). Les résultats obtenus par la modélisation bond graph sont en parfaite cohérence avec les simulations analytiques, avec une erreur relative maximale de seulement 1%, validant ainsi de manière claire la méthodologie proposée pour représenter les champs électromagnétiques.

Pour valider davantage les résultats numériques, les composantes diagonales et antidiagonales de $H_x(r)$ et $H_y(r)$ sont comparées à leurs équivalents analytiques, comme illustré sur la figure 7.

De plus, la comparaison des composantes $H_x(r)$ et $H_y(r)$ le long de $x = 0$ est également illustrée sur la figure 8, mettant

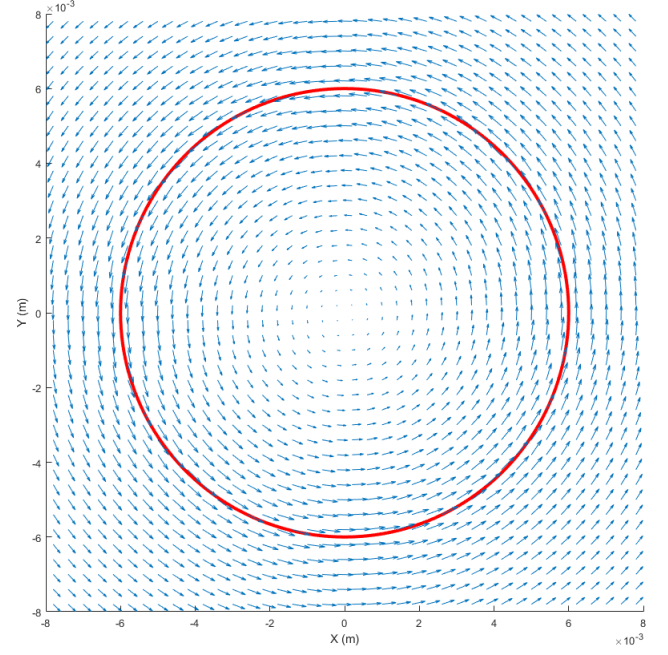
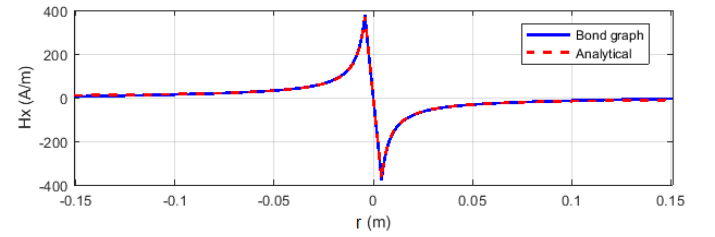
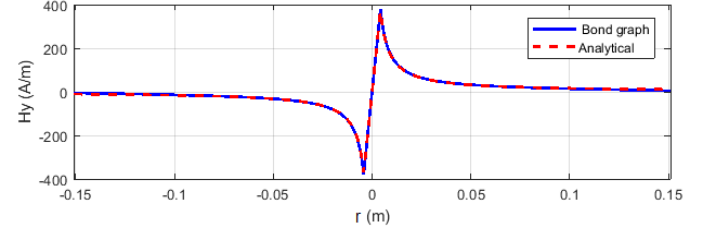


FIG. 6. Circulation du champ magnétique autour du fil conducteur



(a) Composante diagonale de $H_x(r)$



(b) Composante antidiagonale de $H_y(r)$

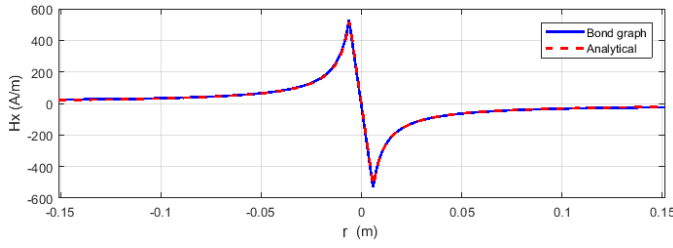
FIG. 7. Comparaison des résultats de simulation avec l'approche analytique

en évidence la bonne représentativité des résultats obtenus par simulation des équations d'état comparativement aux résultats analytiques.

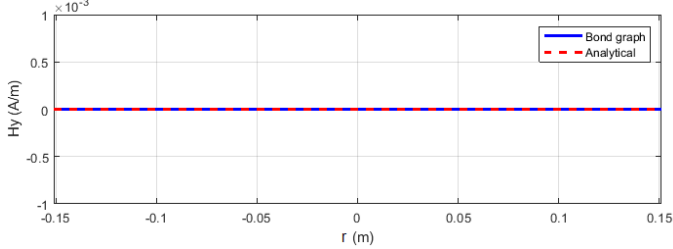
3.3. Résultats de simulation pour un courant variable

Une étude en régime variable est réalisée en appliquant un courant sinusoïdal d'amplitude 20 A et de fréquence 50 Hz dans le conducteur. La densité de courant, source des champs magnétiques, est représentée dans la figure 9. Le champ magnétique dépendant du temps est alors calculé à partir de la modélisation par bond graph en plusieurs points (voir figure 10).

Compte tenu de la vitesse de propagation du champ électromagnétique dans l'air, les champs variables à 50 Hz peuvent être considérés comme des phénomènes quasi-statiques. Par conséquent, les simulations temporelles peuvent être comparées aux solutions analytiques statiques des champs magnétiques. La figure 11 présente la valeur maximale de l'amplitude du champ $\vec{H}(t)$ le long de $x = 0$ et $y = 0$, comparée aux résultats analytiques statiques pour un courant maximal de $I = 20$ A. Les



(a) $H_x(r)$ le long de $x = 0$



(b) $H_y(r)$ le long de $x = 0$

FIG. 8. Comparaison des résultats de simulation avec l'approche analytique pour le calcul des composantes du champ magnétique le long de $x = 0$

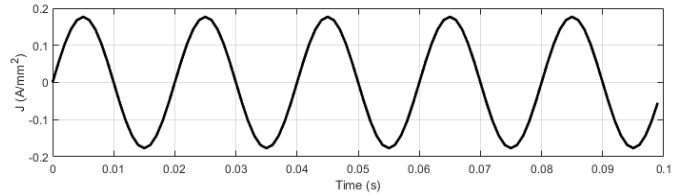


FIG. 9. Densité de courant dans le câble

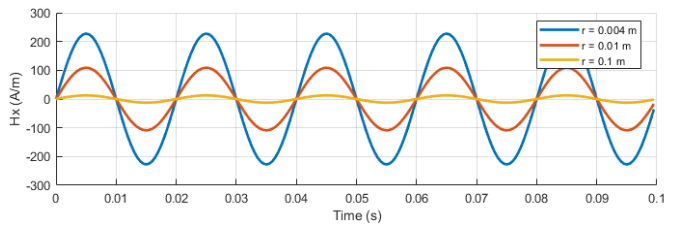
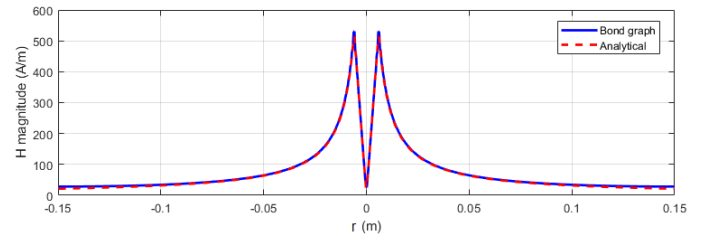


FIG. 10. Composante $H_x(t)$ du champ magnétique en plusieurs points le long de la direction radiale du câble

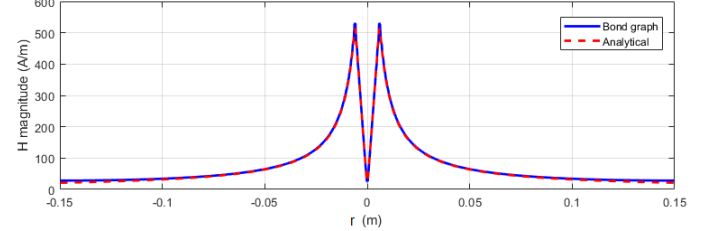
résultats montrent une excellente cohérence, avec une erreur relative maximale de 0,06%. Ces résultats mettent en évidence l'efficacité de la méthodologie bond graph pour simuler avec précision les champs électromagnétiques.

4. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Cet article présente une méthodologie de modélisation électromagnétique basée sur la réunion de la représentation bond graph et des approximations spatiales par la méthode des différences finies. En discrétisant les équations de Maxwell et en les associant à la méthodologie bond graph, un cadre systématique pour la simulation temporelle des champs électromagnétiques est établi. La représentation d'état du système est obtenue à partir du bond graph. La validité du modèle bond graph bidimensionnel et de sa représentation dans l'espace d'état a été confirmée par des simulations numériques des champs EM d'un câble cylindrique, à la fois en régime magnétostatique et en régime sinusoïdalement variable. Il a donc été démontré qu'un outil de modélisation, tel que le bond graph, initialement conçu pour représenter les transferts d'énergie à l'échelle du système, peut également être appliqué à des phénomènes locaux couplés tels que les champs électromagnétiques.



(a) Amplitude du champ magnétique le long de $y = 0$



(b) Amplitude du champ magnétique le long de $x = 0$

FIG. 11. Comparaison des résultats de simulation avec l'approche analytique pour le calcul de l'amplitude du champ magnétique le long de $x = 0$ et $y = 0$.

Les travaux futurs porteront sur l'extension de cette méthodologie aux sous-systèmes EM tridimensionnels ainsi que sur l'exploration d'autres méthodes numériques comme la méthode des volumes finis. Cette évolution renforcera la polyvalence et l'applicabilité de l'approche proposée. En effet, la méthode des volumes finis semble prometteuse à intégrer dans un formalisme bond graph, puisque l'énergie y est supposée constante dans des volumes élémentaires.

Enfin, ce travail constitue une base pour des recherches ultérieures où le modèle électromagnétique local en bond graph sera directement intégré aux bond graphs existants pour des systèmes multiphysiques. Cela permettra d'obtenir un modèle bond graph global au niveau système, fournissant une représentation électro-électromagnétique unifiée et une simulation complète d'un système donné. Cette approche pourrait éviter le recours à la co-simulation entre logiciels électriques et électromagnétiques, tout en réduisant la complexité algorithmique globale en utilisant un unique environnement numérique pour la simulation quelle que soit l'échelle considérée. De plus, elle favorise une meilleure compréhension des transferts d'énergie dans les systèmes complexes, en vue d'en améliorer l'efficacité lors des phases de conception.

5. RÉFÉRENCES

- [1] F. Merahi et al., « Bond graph modeling, design and experimental validation of a photovoltaic/fuel cell/electrolyzer/battery hybrid power system », International journal of Hydrogen Energy, 2021, vol. 46, n. 47, pp. 24011-24027.
- [2] A. Mojallal, S. Lotfifard, « Multi-physics graphical model-based fault detection and isolation in wind turbines », IEEE Transactions on smart grid, 2017, vol. 9, n. 6, pp. 5599-5612.
- [3] C. A. Fuentes Rojas, « Optimization of the design of DC-DC converters for improving the electromagnetic compatibility with the Front-End electronic for the super Large Hadron Collider Trackers », 2011.
- [4] K. Chen, A. Bouscayrol, W. Lhomme, « Energetic Macroscopic Representation and Inversion-based Control Application to an Electric Vehicle with an Electrical Differential », Journal of Asian Electric Vehicles, 2008, vol. 6, n.1, pp. 1097-1102.
- [5] L. Silva, A. Bouscayrol, C. de Angelo, « Modeling and control of an electric vehicle combining bond graph and energetic macroscopic representation », IEEE Vehicule Power and Propulsion Conference, 2012.
- [6] S. Amirdehi, B. Trajin, P.-E. Vidal, J. Vally, D. Colin, « Power transformer model in railway applications based on bond graph and parameter identification », IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2020, vol. 6,

n. 2, pp. 774-783.

- [7] W. Borutzky, « Bond graph methodology : development and analysis of multidisciplinary dynamic system models », Springer Science & Business Media, 2009.
- [8] W. Borutzky, « Bond graph modelling of engineering systems », Springer, 2011.
- [9] M. Khalili Dermani, B. Trajin, « System Level Modeling of Electromagnetic Couplings for the Energy Efficiency of Static Converters », IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT), Bristol, United Kingdom, 2024, pp. 1-6.
- [10] R. Zanasi, « The Power-Oriented Graphs Technique : system modeling and basic properties », IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, 2010, pp. 1-6.
- [11] A. K. Samantaray, B. O. Bouamama, « Model-based process supervision : a bond graph approach », Springer, 2008.
- [12] J. P. Bastos, N. Sadowski, « Magnetic materials and 3D finite element modeling », CRC Press, 2013.
- [13] J. R. Cardoso, « Electromagnetics through the finite element method : A simplified approach using maxwell's equations », CRC Press, 2016.
- [14] T. Delagnes, « Réduction de modèles numériques pour l'évaluation des performances de machines électriques », Thèse de doctorat, HESAM Université, 2022.
- [15] C. M. Dissanayake, « Numerical modeling and simulation of active and passive silicon photonic waveguides, PhD Thesis, Monash University, 2011.
- [16] H. Ludyati, A. B. Andriyan, A. Munir, « FDTD method for property analysis of waveguide loaded artificial circular dielectric resonator with anisotropic permittivity », Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIERS), 2016, pp. 315-318.
- [17] Z. Yang, X. Liu, Y. Chen, « Extended BOR-FDTD algorithm for the analysis of cylindrical guided-wave structures and antennas », Proceedings IEEE SoutheastCon 2002, 2002, pp. 210-214.
- [18] A. Munir, B. T. Ranum, « Cylindrical coordinate system-based full wave FDTD computation for resonant frequency calculation of circular cavity resonator », International Conference on Wireless and Telematics (ICWT), 2015, pp. 1-4.
- [19] M. F. Hadi, S. F. Mahmoud, A. Z. Elsherbeni, « Modeling cylindrical-sectoral structures with the BOR-FDTD method », International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2016, pp. 335-336.
- [20] B. Li, Y. Du, « A modified FDTD method using a hybrid Cartesian-cylindrical coordinate system », Asia-Pacific International Symposium on Electromagnetic Compatibility (APEMC), 2016, pp. 648-651.
- [21] R.J. Leveque, « Finite difference methods for differential equations », SIAM publications, 2007.
- [22] D. S. Abraham, « Finite-element time-domain methods for nonlinear dispersive media », McGill University (Canada), 2020.
- [23] A. A. Sharbaf, « Finite-element time-domain modelling of dispersive media and layered structures », McGill University (Canada), 2016.
- [24] V. Le-Van, G. Meunier, O. Chadebec, J.-M. Guichon, « A volume integral formulation based on facet elements for nonlinear magnetostatic problems », IEEE Transactions on Magnetics, 2015, vol. 51, n. 7, pp. 1-6.
- [25] M. K. Dermani and B. Trajin, « System Level Modeling of Electromagnetic Couplings for the Energy Efficiency of Static Converters », in 2024 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT), Bristol, United Kingdom, 2024, pp. 1-6.