

# Caractérisation et modélisation du comportement magnéto-élasto-plastique d'un acier doux

Mathieu DOMENJOU 1, 2, Laurent DANIEL 1, 2

<sup>1</sup>Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, CNRS, Laboratoire de Génie Electrique et Electronique de Paris, 91192, Gif-sur-Yvette

<sup>2</sup> Sorbonne Université, CNRS, Laboratoire de Génie Electrique et Electronique de Paris, 75252, Paris, France

**Les propriétés des systèmes électromécaniques sont intimement liées à celles des matériaux utilisés pour leur conception. Lors de leur mise en forme, ces matériaux subissent des contraintes mécaniques impactant leur comportement magnétique. Ce travail présente la caractérisation et la modélisation du comportement magnéto-mécanique d'un acier doux sous différents niveaux de déformation plastique et de contrainte mécanique. L'analyse de la sensibilité des paramètres magnétiques au niveau de déformation plastique est connectée aux évolutions de la contrainte interne et de la densité de dislocations. Ces deux paramètres sont introduits dans un outil de modélisation multi-échelle. La comparaison entre résultats expérimentaux et de modélisation valide la capacité de l'approche pour décrire le comportement magnéto-mécanique sous divers chargements mécaniques (en trois dimensions), couvrant les premiers niveaux de plasticité jusqu'à la striction.**

**Mots-clés – acier DC04, traction uniaxiale, dégradation et restauration des propriétés magnétiques, contrainte interne, densité de dislocations.**

## 1. INTRODUCTION

Les matériaux magnétiques sont communément utilisés pour la réalisation de machines électriques et d'actionneurs. Les performances de ces dispositifs sont fortement dépendantes des sollicitations mécaniques subies par le matériau lors du procédé de fabrication [1–4]. Les outils de modélisation de ces systèmes nécessitent de disposer de lois de comportement précises et prédictives de ces matériaux. Cependant, l'impact des déformations plastiques sur le comportement magnéto-élastique de matériaux magnétiques est encore mal maîtrisé.

Ce travail étudie l'influence de la plasticité et d'une contrainte de recharge sur les propriétés magnétiques d'un acier bas carbone (DC04 produit par ArcelorMittal). Après une présentation du dispositif expérimental, l'effet de la plasticité sur les propriétés magnétiques est discuté. Le développement d'un modèle magnéto-élasto-plastique intégrant la contrainte interne et la densité de dislocations comme variables internes est ensuite décrit. La comparaison des résultats de modélisation avec les résultats expérimentaux valide la capacité de l'approche pour décrire le comportement magnétique sous divers états mécaniques.

## 2. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET DESCRIPTION DES ÉTATS MÉCANIQUES CONSIDÉRÉS

Le dispositif expérimental utilisé [5] permet une mesure de l'induction magnétique ( $B$ ) dans des échantillons ferromagnétiques soumis simultanément à un champ magnétique ( $H$ ) et à une force statique uniaxiale dans la direction du champ appliqué. Le circuit magnétique, constitué de deux U en Fer-Silicium, assure la fermeture du champ magnétique généré par une bobine primaire (placée autour de l'échantillon) alimentée par un amplificateur de puissance. Les dimensions des échantillons (250 mm × 20 mm × 2 mm) assurent l'homogénéité du champ magnétique et de la contrainte mécanique dans la zone

centrale (zone de mesure) de l'échantillon. L'induction magnétique dans l'échantillon est mesurée grâce à une B-Coil entourant ce dernier. Le champ magnétique est mesuré en surface de l'échantillon par un Gaussmètre. La contrainte uniaxiale vraie ( $\sigma_u$ ) est calculée en faisant le rapport de la force appliquée et de la surface de l'échantillon mesurée à chaque niveau de déformation plastique. Les niveaux de déformation longitudinale vraie ( $\varepsilon$ ) sont calculés à partir d'une jauge de déformation collée sur l'échantillon. L'acquisition des mesures, la génération des signaux d'excitations et de contrôle sont assurés par un module dSPACE cadencé à 50 kHz.

La figure 1 présente la mesure du comportement mécanique stabilisé du matériau, en allant jusqu'à la limite de striction ( $\varepsilon_p^n \approx 23\%$ ). Différents niveaux de déformation plastique ( $\varepsilon_p$ ) ont ainsi été étudiés : 0.017, 0.045, 0.073, 0.142, 0.491, 1.04, 2.67, 5.22, 8.47, 14.5, et 21.7%. A chaque niveau de  $\varepsilon_p$ , le comportement magnétique hystéristique et anhystéristique [1, 5] a été caractérisé à l'état déchargé et pour des niveaux de contrainte uniaxiale de 50, 100 MPa ainsi que pour la valeur maximum de contrainte atteinte avant la décharge.

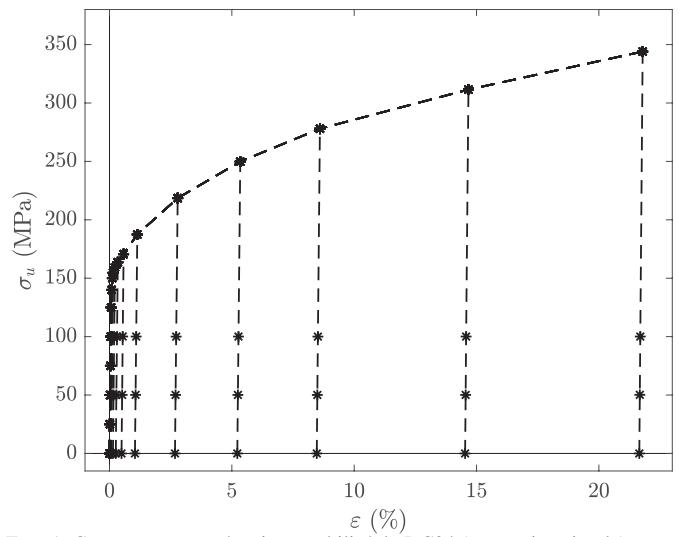


FIG. 1. Comportement mécanique stabilisé du DC04 (en traction simple).

## 3. CARACTÉRISATION DU COMPORTEMENT MAGNÉTIQUE DU MATÉRIAUX PLASTIFIÉ

La figure 2 présente l'évolution du cycle d'hystérisis  $B(H)$  pour différents niveaux de déformation plastique. Le comportement magnétique du DC04 est très dépendant du niveau de  $\varepsilon_p$ , surtout à faible niveau ( $\varepsilon_p < 0.5\%$ ). La plasticité induit de grandes variations des paramètres magnétiques  $B_r$  et  $H_c$ .  $B_r$  décroît fortement jusqu'à  $\varepsilon_p = 0.5\%$ . Au delà de cette valeur, la

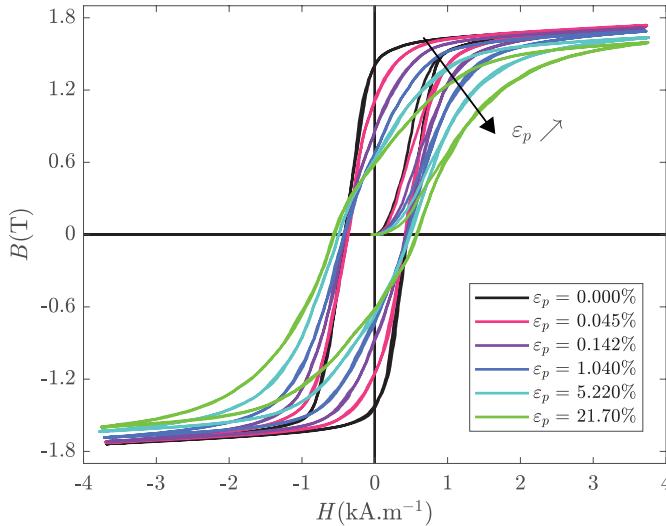


FIG. 2. Comportement magnétique hystérotique d'un acier DC04 plastifié en traction à différents niveaux de déformation plastique ( $\varepsilon_p$ ), à l'état déchargé.

dégradation ralentit puis sature. A faible niveau de  $\varepsilon_p$ , la plasticité induit une évolution faible de  $H_c$  tant que  $\varepsilon_p < 0.5\%$ . Au delà de cette valeur, la croissance de  $H_c$  en fonction du niveau de  $\varepsilon_p$  est significative. Le comportement réversible (anhystérotique) du matériau est lui aussi fortement dégradé par de faibles niveaux de déformation plastique, puis (pour  $\varepsilon_p > 0.5\%$ ) cette sensibilité sature en se rapprochant de  $\varepsilon_p^n$ .

Comme discuté dans [5], le premier stade de plasticité ( $\varepsilon_p < 0.5\%$ ) est dominé par l'évolution de la contrainte interne ( $\sigma_{int}$ ). Ce paramètre sature au delà, et la plasticité est alors dominée par l'augmentation de la densité de dislocation ( $N_d$ ).

#### 4. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MAGNÉTO-ÉLASTO-PLASTIQUE DU MATERIAU

L'outil de modélisation développé est basé sur une modélisation multi-échelle [6]. Dans sa version simplifiée [7], le matériau polycristallin est traité comme un ensemble de domaines magnétiques, notés  $\alpha$ , pour lesquels l'aimantation et la déformation de magnétostriction locales sont notées  $M_\alpha$  et  $\varepsilon_\alpha^\mu$ , respectivement. On définit l'énergie libre locale  $W_\alpha$  comme

$$W_\alpha = W_\alpha^{\text{mag}} + W_\alpha^{\text{el}} + W_\alpha^{\text{an}} \quad (1)$$

où  $W_\alpha^{\text{mag}}$  est l'énergie magnéto-statique,  $W_\alpha^{\text{el}}$  est l'énergie magnéto-élastique et  $W_\alpha^{\text{an}}$  est l'énergie d'anisotropie. Dans ce travail, l'énergie magnéto-élastique est développée au second ordre [5, 8, 9]. Considérant que le matériau est isotrope,  $W_\alpha^{\text{an}}$  est nulle.

L'état d'aimantation macroscopique du matériau est obtenu en comparant les énergies libres des différentes orientations de domaine et en attribuant une fraction volumique à chaque orientation (plus l'énergie est grande, plus la fraction volumique est faible, voir [7] et [9] pour plus de détails).

Dans le cas où le matériau est isotrope, le modèle dépend uniquement de quatre paramètres : l'aimantation à saturation  $M_{\text{sat}}$ , la magnétostriction maximum  $\lambda_{\text{sat}}$ , la contrainte uniaxiale pour laquelle la perméabilité est maximum  $\sigma_m$  et la susceptibilité anhystérotique initiale (sans contrainte appliquée)  $\chi_i^0$ .

L'effet de la plasticité sur le comportement magnétique est introduit au travers de deux mécanismes [5] : le développement du tenseur des contraintes internes du second ordre [10–13] et l'augmentation de la densité de dislocations [14–17]. Il a ainsi été montré que le rôle respectif de chacun de ces paramètres peut être identifié en utilisant la courbe de traction uniaxiale du matériau (figure 1). Cette dernière peut-être décrite par une loi

de Ludwik modifiée (2),

$$\sigma_u = R_e + K_1 \varepsilon_p^{m_1} + K_2 \varepsilon_p^{m_2} \quad (2)$$

avec  $\sigma_u$  la contrainte uniaxiale appliquée,  $R_e$  la limite élastique. Le couple de valeurs  $(K_1, m_1)$  et  $(K_2, m_2)$  correspond aux coefficients de résistance et d'écrouissage identifiés à partir de la courbe de traction à bas et haut niveau de déformation plastique respectivement.

Dans le cas d'un matériau plastifié par une contrainte de traction, le tenseur de contrainte interne  $\sigma_{int}$  (3) possède la même symétrie que le tenseur des déformations plastiques et agit comme une contrainte de compression ( $\sigma_{int} \leq 0$ ) [18].

$$\sigma_{int} = \sigma_{int} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Le tenseur de contrainte interne  $\sigma_{int}$  est obtenu à partir de la loi d'écrouissage [5] :

$$\sigma_{int} = \eta_1 K_1 \varepsilon_p^{m_1} + \eta_2 K_2 \varepsilon_p^{m_2} \quad (4)$$

Le coefficient de proportionnalité  $\eta_1$  peut-être connecté à la proportion relative de phases dures et molles dans le polycristal [19]. Le coefficient de proportionnalité  $\eta_2$  décrit l'effet de la formation de structures de dislocations, stabilisant la contrainte interne dans le matériau.

La contrainte interne  $\sigma_{int}$  est introduite comme un terme additionnel dans l'énergie magnéto-élastique en définissant le tenseur des contrainte  $\sigma$  comme

$$\sigma = \sigma_{app} + \sigma_{int} \quad (5)$$

ou  $\sigma_{app}$  est le tenseur de contrainte appliquée.

L'effet de l'évolution de la densité de dislocations est introduit comme un paramètre contrôlant la susceptibilité initiale du matériau  $\chi_i$ . Différents travaux [14–16, 20] ont montré que ce paramètre évolue proportionnellement à  $1/\sqrt{N_d}$ . L'écrouissage des aciers étant proportionnel à  $\sqrt{N_d}$  [21],  $\chi_i$  s'exprime comme :

$$\chi_i = \frac{\chi_i^0}{1 + \eta_d (K_1 \varepsilon_p^{m_1} + K_2 \varepsilon_p^{m_2})} \quad (6)$$

où  $\chi_i^0$  est le paramètre standard défini dans l'état non plastifié et non contraint et  $\eta_d$  est un paramètre matériau additionnel.

#### 5. IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES MATERIAU

Les paramètres magnéto-élastiques ont été identifiés à partir d'une caractérisation magnétique classique, en l'absence de contrainte appliquée, sur un matériau non plastifié (voir [9] pour plus de détails) :  $M_{\text{sat}} = 1.38 \cdot 10^6 \text{ A.m}^{-1}$ ,  $\lambda_{\text{sat}} = 5.5 \cdot 10^{-6}$ ,  $\chi_i^0 = 5590$  et  $\sigma_m = 60 \text{ MPa}$ .

Les paramètres mécaniques ont été mesurés à partir d'une courbe de traction standard (figure 1) :  $K_1 = 226 \text{ MPa}$ ,  $K_2 = 273 \text{ MPa}$ ,  $m_1 = 0.27$ ,  $m_2 = 0.803$ , et  $\varepsilon_p^n = 23\%$ .

Les paramètres magnéto-plastiques  $\eta_1$  et  $\eta_d$  ont été estimés égaux à 0.354 et  $6.44 \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$  en ajustant une courbe d'aimantation, à l'état libre (sans contrainte), à bas et haut niveau de déformation plastique respectivement (voir [5] pour plus de détails).  $\eta_2$  est calculé à 0.354 en imposant une dérivée nulle pour  $\partial \sigma_{int} / \partial \varepsilon_p$  à la striction.

#### 6. COMPARAISONS ENTRE RÉSULTATS DE MODÉLISATION ET EXPÉRIMENTAUX

La figure 3 présente une comparaison entre les résultats expérimentaux et de modélisation pour le comportement  $B(H)$  anhystérotique à l'état déchargé, pour différents niveaux de déformation plastique. Le comportement magnéto-plastique est cor-

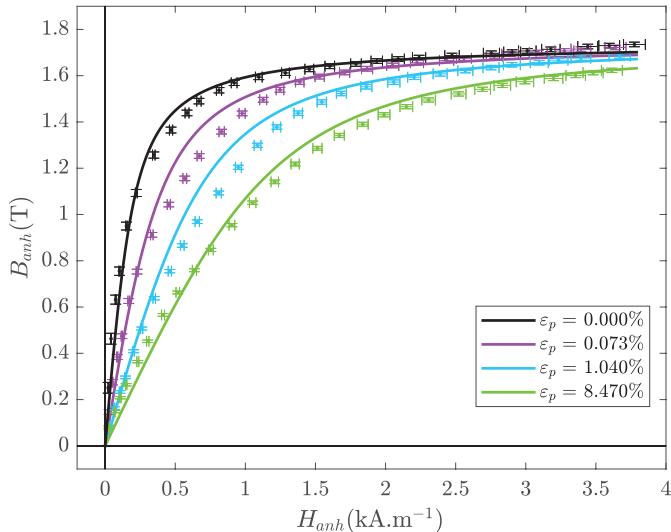


FIG. 3. Résultats expérimentaux (marqueurs avec barre d'erreur) et de modélisation (lignes continues) du comportement magnétique anhystérétique (à l'état déchargé) en fonction de la déformation plastique ( $\varepsilon_p$ ).

rectement reproduit par le modèle. Les courbes obtenues à bas et haut niveaux de déformation plastique sont très proches des résultats expérimentaux.

La figure 4 compare les résultats de modélisation et expérimentaux pour le comportement  $B(H)$  anhystérétique du matériau plastifié ( $\varepsilon_p = 0.491\%$ ), pour différents niveaux de contrainte de recharge. Les tendances du comportement magnéto-élasto-

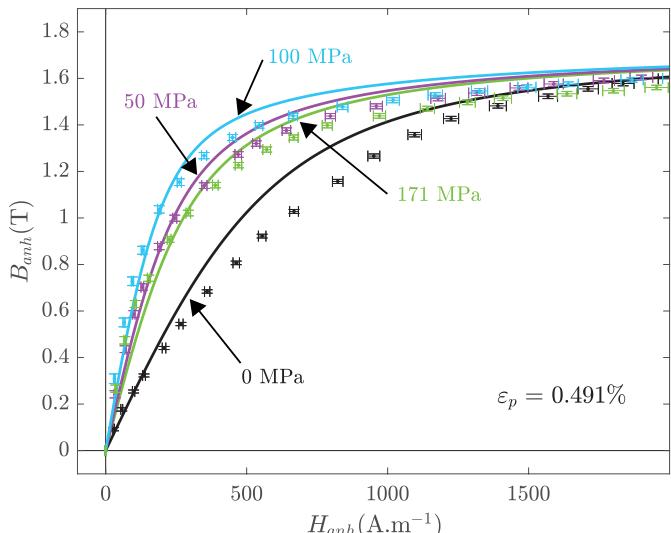


FIG. 4. Résultats expérimentaux (marqueurs avec barre d'erreur) et de modélisation (lignes continues) du comportement magnétique anhystérétique d'un acier DC04, à l'état plastifié, pour différents niveaux de contraintes uniaxiales.

plastique du DC04 sont bien décrits par le modèle, notamment la non-monotonie de l'effet de la contrainte de recharge sur la perméabilité magnétique (développement de l'énergie magnéto-élastique au second ordre, voir [5, 9] pour plus de détails). La figure 5 présente la perméabilité magnétique anhystérétique ( $\mu_{anh}$ ) à différents niveaux de contrainte uniaxiale (pour un champ magnétique appliqué  $H_{anh} = 250 \text{ A.m}^{-1}$ ) en fonction des niveaux de déformation plastique. Le bon accord entre résultats expérimentaux et de modélisation atteste la capacité du modèle à décrire la dégradation par la déformation plastique et la restauration par la contrainte des propriétés magnétiques du DC04. La zone de transition autour de  $\varepsilon_p = 0.5\%$  (correspondant à la saturation de l'évolution de  $\sigma_{int}$  et à la croissance de

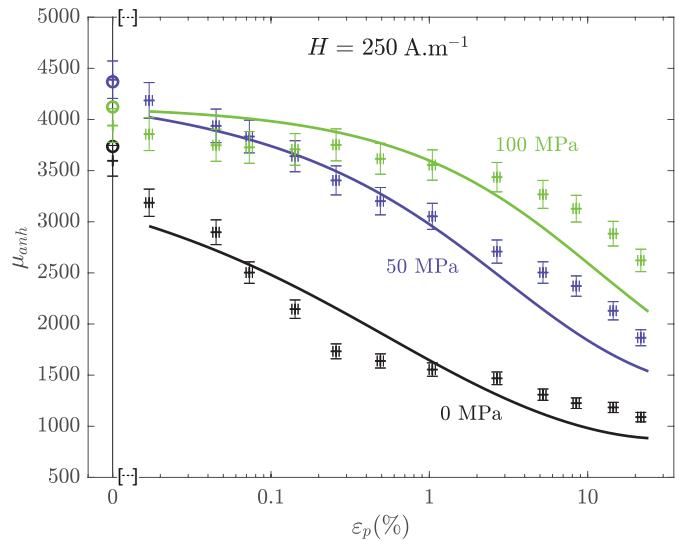


FIG. 5. Résultats expérimentaux (marqueurs avec barre d'erreur) et de modélisation (lignes continues) de la perméabilité magnétique anhystérétique ( $\mu_{anh}$ ) pour différents niveaux de contrainte (pour  $H_{anh} = 250 \text{ A.m}^{-1}$ ), en fonction de la déformation plastique ( $\varepsilon_p$ ).

$N_d$ ) montre cependant une précision plus faible que pour les autres niveaux de déformation.

## 7. CONCLUSION

Ce travail expose les grandes lignes d'une étude plus large sur le comportement magnéto-élasto-plastique des matériaux ferromagnétiques. Les résultats expérimentaux permettent de séparer la contribution de la contrainte interne et celle de la densité de dislocations, toutes deux associées à la plastification du matériau. Le modèle développé permet de décrire le comportement magnéto-mécanique du matériau plastifié, à l'état déchargé et sous contrainte de recharge, sur toute la gamme de déformation plastique.

## 8. REMERCIEMENTS

Ces résultats ont été partiellement obtenus dans le cadre d'un partenariat avec la société Moving Magnet Technologies (MMT), 1 Rue Christiaan Huygens, 25000 Besançon.

## 9. RÉFÉRENCES

- [1] D. C. JILES, *Introduction to Magnetism and Magnetic Materials*. London : Chapman and Hall, 1991.
- [2] O. HUBERT et E. HUG, « Influence of plastic strain on magnetic behaviour of non-oriented Fe-3Si and application to manufacturing test by punching », *Mater. Sci. Technol.*, vol. 11, no. 5, p. 482–487, 1995.
- [3] F. OSSART, E. HUG, O. HUBERT, C. BUVAT et R. BILLARDON, « Effect of punching on electrical steels : Experimental and numerical coupled analysis », *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 5, p. 3137–3140, 2000.
- [4] E. G. ARAUJO, J. SCHNEIDER, K. VERBEKEN, G. PASQUARELLA et Y. HOUBAERT, « Dimensional effects on magnetic properties of Fe-Si steels due to laser and mechanical cutting », *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 2, p. 213–216, 2010.
- [5] M. DOMENJOUED et L. DANIEL, « Effects of plastic strain and reloading stress on the magneto-mechanical behavior of electrical steels : Experiments and modeling », *Mech. Mater.*, vol. 176, p. 104510, 2023.
- [6] L. DANIEL, M. REKIK et O. HUBERT, « A multiscale model for magneto-elastic behaviour including hysteresis effects », *Arch. Appl. Mech.*, vol. 84, no. 9-11, p. 1307–1323, 2014.
- [7] L. DANIEL, O. HUBERT et M. REKIK, « A simplified 3-D constitutive law for magnetomechanical behavior », *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 3, p. 1–4, 2015.
- [8] O. HUBERT, « Multiscale magneto-elastic modeling of magnetic materials

- including isotropic second order stress effect », *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 491, p. 165564, 2019.
- [9] L. G. da SILVA, A. ABDERAHMANE, M. DOMENJOU, L. BERNARD et L. DANIEL, « An extension of the vector-play model to the case of magneto-elastic loadings », *IEEE Access*, vol. 10, p. 126674–126686, 2022.
- [10] B. D. CULLITY, *Introduction to magnetic materials*. Reading, Mass., 1972.
- [11] B. ASTIE, J. DEGAUQUE, J. L. PORTESEIL et R. VERGNE, « Influence of the dislocation structures on the magnetic and magnetomechanical properties of high-purity iron », *IEEE Trans. Magn.*, vol. 17, no. 6, p. 2929–2931, 1981.
- [12] X. FEAUGAS, « On the origin of the tensile flow stress in the stainless steel AISI 316L at 300 K : back stress and effective stress », *Acta Mater.*, vol. 47, p. 3617–3632, oct. 1999.
- [13] O. HUBERT, M. CLAVEL, M. Guillot et E. HUG, « Magnetism and internal stresses : Concept of magneto-plastic anisotropy », *J. Phys. IV France*, vol. 09, no. PR9, p. Pr9–207–Pr9–216, 1999.
- [14] A. H. QURESHI et L. N. CHAUDHARY, « Influence of plastic deformation on coercive field and initial susceptibility of Fe-3.25% Si alloys », *J. Appl. Phys.*, vol. 41, no. 3, p. 1042–1043, 1970.
- [15] K. LUBITZ, « Magnetic studies of the dislocation structure of iron single crystals deformed at 295 K », *Appl. Phys.*, vol. 4, no. 1, p. 51–61, 1974.
- [16] J. DEGAUQUE, « Soft magnetic materials : Microstructure and properties », *Solid State Phenom.*, vol. 35-36, p. 335–352, 1993.
- [17] M. J. SABLICK, « Modeling the effect of grain size and dislocation density on hysteretic magnetic properties in steels », *J. Appl. Phys.*, vol. 89, no. 10, p. 5610–5613, 2001.
- [18] J. LEMAITRE et J.-L. CHABOCHE, *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge, 1994.
- [19] O. HUBERT et S. LAZREG, « Two phase modeling of the influence of plastic strain on the magnetic and magnetostrictive behaviors of ferromagnetic materials », *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 424, p. 421–442, 2017.
- [20] A. SEEGER, H. KRONMÜLLER, H. RIEGER et H. TRÄUBLE, « Effect of lattice defects on the magnetization curve of ferromagnets », *J. Appl. Phys.*, vol. 35, no. 3, p. 740–748, 1964.
- [21] A. S. KEH, « Work hardening and deformation sub-structure in iron single crystals deformed in tension at 298°k », *Philos. Mag.*, vol. 12, no. 115, p. 9–30, 1965.