

# Contribution à la modélisation de machines électriques supraconductrices par méthodes intégrales

Hocine MENANA, Yazid STATRA

Université de Lorraine, GREEN, F-54000 Nancy, France.

**RESUME** - Ce travail concerne le développement une modélisation 3D rapide, par méthode d'intégrales de volume, pour le dimensionnement et l'optimisation des machines électriques supraconductrices. L'utilisation d'intégrations sur des éléments de volumes de forme rectangulaire ou en en forme d'arc, de sections rectangulaires, sans avoir à les discrétiser, permet d'accélérer le calcul du champ magnétique. La méthode du tenseur des contraintes de Maxwell est utilisée pour les calculs de forces et de couples, en tenant compte de la dépendance au champ magnétique des performances des supraconducteurs utilisés. Une application à l'optimisation d'une machine synchrone à flux axial, entièrement supraconductrice est considérée, en associant la modélisation par intégrales de volume aux algorithmes génétiques. Le but étant de maximiser le couple et minimiser la longueur du fil supraconducteur dans la structure considérée, tout en respectant les contraintes liées aux propriétés physiques et mécaniques du matériau supraconducteur considéré.

**Mots-clés**—Machines supraconductrices sans fer, modélisation, optimisation, intégrales de volume.

## 1. INTRODUCTION

Les machines électriques intégrant des supraconducteurs à haute température critique (SHTC) ont récemment suscité un grand intérêt pour les applications embarquées, en raison de leurs densités de puissance élevées [1-2]. En effet, les SHTC supportent des densités de courant élevées et présentent de faibles pertes de puissance, permettant d'augmenter la densité de couple et le rendement global des machines électriques, tant que leur puissance reste largement supérieure à la puissance de leurs parties cryogéniques. Les structures les plus matures sont des machines synchrones hybrides (inducteur supraconducteur – induit en cuivre), avec des entrefers assez larges en raison de la présence de l'enceinte cryogénique confinant le rotor qui est porté à température cryogénique. Le développement de machines entièrement supraconductrices est limité par les pertes AC qui peuvent être élevées dans les SHTC, conduisant à des coûts cryogéniques excessifs. Cette solution est pourtant attrayante, car, elle permet d'éliminer ou de réduire fortement la quantité de fer utilisée, réduit les pertes et poids [3], et de diminuer l'entrefer, la machine étant entièrement dans une enceinte cryogénique, ce qui permet d'augmenter les niveaux de champ magnétique. Les applications basse vitesse, fort couple sont les plus favorables.

En raison de leurs structures non conventionnelles, et du comportement non linéaire des matériaux SHTC, des

approches dédiées, basées sur l'évaluation de grandeurs locales en 3D, sont nécessaires pour le de dimensionnement de telles machines. Les approches numériques sont généralement incontournables, et les approches classiques peinent dans certains cas à fournir des solutions précises dans des temps de calcul raisonnables, malgré les performances des outils de calcul atteintes de nos jours. Le développement d'approches de modélisation spécifiques est donc nécessaire pour accélérer les procédures de dimensionnement et d'optimisation des systèmes SHTC en général, et, en particulier, des machines électriques les intégrant. Dans ce contexte, une approche de modélisation par la méthode d'intégrales de volume est proposée dans ce travail pour une modélisation 3D rapide des forces et du couple dans une machine à flux axial, sans fer, et entièrement supraconductrice. Le calcul du champ magnétique à l'aide d'équations intégrales est accéléré grâce à l'utilisation d'éléments de volume de base, pour lesquels des solutions analytiques existent [4-5]. La modélisation par intégrales de volume est ensuite associée aux algorithmes génétiques pour l'optimisation d'une machine synchrone à flux axial, entièrement supraconductrice, où, la longueur du fil supraconducteur est minimisée pour un couple donné, en respectant les contraintes liées aux propriétés physiques et mécaniques du matériau supraconducteur considéré. Une comparaison avec l'analyse par éléments finis 3D sur la solution optimale, obtenue pour le couple maximal, confirme la précision et la rapidité de l'approche proposée.

## 2. RAPPELS SUR LES MATERIAUX SUPRACONDUCTEURS

Les matériaux supraconducteurs ont la propriété de transporter un courant continu ou alternatif avec des pertes nettement plus faibles que les conducteurs classiques. D'autre part, ils peuvent supporter des densités de courant très importantes. Ils se trouvent sous différentes formes : pièces massives, conducteurs multi filamentaires ou multicouches.

La relation  $E(J)$  entre le champ électrique  $E$  et la densité de courant  $J$  est non linéaire tel que le montre la figure 1. Le champ électrique critique est communément choisi d'une valeur de  $E_c=1\mu\text{V/cm}$  pour les supraconducteurs à haute température critique. A cette valeur du champ électrique correspond la densité de courant critique  $J_c$  (Fig.1).

La densité de courant critique dépend du champ magnétique et de la température, tel que le montre la figure 2. Les valeurs critiques de ces trois grandeurs ( $J_c$ ,  $T_c$ , et  $B_c$ ) forment une surface critique en dessous de laquelle le matériau est à l'état supraconducteur et au-dessus de laquelle le matériau passe à l'état normal.

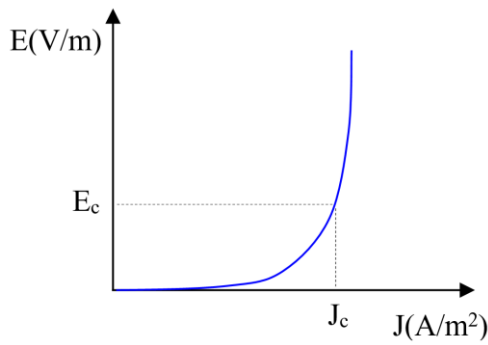


Fig. 1. Relation  $E(J)$  dans un supraconducteur de type II.

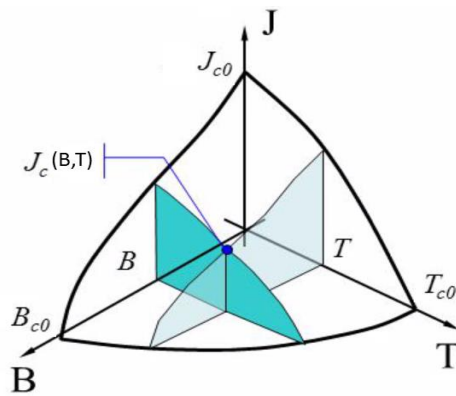


Fig. 2. Surface critique d'un supraconducteur.

Les pertes en courant continu dans un supraconducteur sont quasi nulles du moment qu'on reste en dessous du courant critique. Cependant, en alternatif, ces derniers présentent des pertes par hystérésis qui peuvent être élevées, selon la structure, les niveaux de champ magnétique et la fréquence. La figure 3 montre qualitativement l'aimantation d'un échantillon supraconducteur sous l'effet d'un champ magnétique externe. La largeur du cycle d'hystérésis obtenu dépendra alors du courant critique et de la dimension de l'échantillon transverse au champ magnétique appliqué.

Pour réduire les pertes par hystérésis, dans des applications en alternatif, les supraconducteurs se présentent sous forme multi filamentaire, où les brins de fil ont des diamètres très réduits (de taille sub-micrométrique), associés à des bons conducteurs pour des raisons de stabilité thermique et de consistance mécanique.

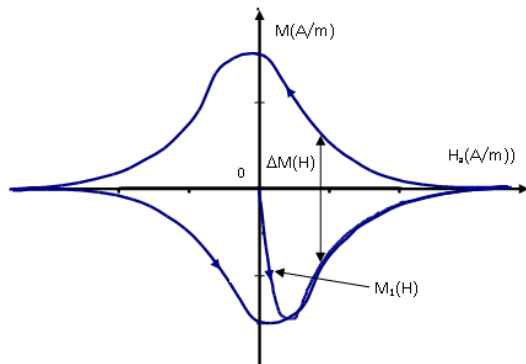


Fig. 3. Aimantation d'un échantillon supraconducteur.

### 3. STRUCTURE ETUDIEE ET SA MODELISATION

La structure de la machine étudiée est illustrée dans la figure 4. Le stator et le rotor sont formés de bobines SHTC de forme triangulaire, montées sur des supports amagnétiques. Les bobines de l'inducteur sont alimentées par des courants continus. C'est la partie tournante de la machine. Au stator, les bobines forment un enroulement d'induit triphasé concentrique sans chevauchement, alimenté par des courants alternatifs. Ce choix est plus approprié pour les SHTC. Les bobines sont fixées sur les faces antérieures de supports en résine époxy (G11). Elles sont constituées de ruban en BSCCO (Bismuth Strontium Calcium Coper Oxyde) dont la structure est illustrée dans la figure 5.

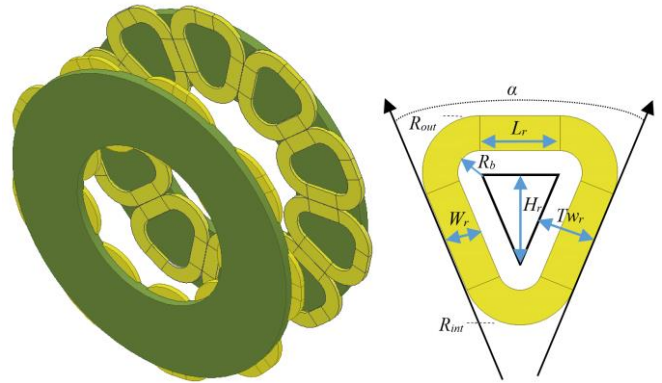


Fig. 4. Structure étudiée, et paramètres dimensionnant les bobines SHTC [7].

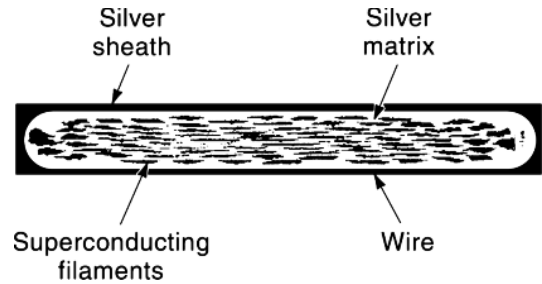


Fig. 5. Structure d'un ruban en BSCCO.

La loi en puissance est utilisée pour exprimer la dépendance non linéaire du champ électrique  $E$  à la densité de courant  $J$ , impliquant le champ électrique critique  $E_c$  un coefficient de fluage ( $n$ ) et la densité de courant critique  $J_c$ , qui dépend de manière anisotrope du champ magnétique ( $B$ ), tel que le décrit le système d'équations (1), où  $J_{c0}$  et  $n_0$  sont les valeurs de la densité de courant critique et du coefficient de fluage à champ magnétique nul [6]. Les paramètres du ruban utilisé à 30K sont fournis dans le Tableau 1.

$$\begin{cases} E = E_c J_c^{-n(B)} (B) J^{n(B)} \\ J_c(B_{//}, B_{\perp}) = J_{c0} \left( 1 + B_{j0}^{-1} \sqrt{k^2 B_{//}^2 + B_{\perp}^2} \right)^{-\beta} \\ n(B_{//}, B_{\perp}) = n_0 \left( 1 + B_{n0}^{-1} \sqrt{k^2 B_{//}^2 + B_{\perp}^2} \right)^{-1} \end{cases} \quad (1)$$

Le bobinage triphasé est alimenté comme suit :  $i_a=I$ ,  $i_b=i_c=-I/2$ . Le champ magnétique est évalué par l'équation intégrale (2), évaluée sur toutes les parties actives de la machine.

$$\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \int_{\Omega} \vec{J}(\vec{r}') \times \vec{\nabla} G(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' \quad (2)$$

L'exploitation des solutions analytiques obtenues pour des éléments volumiques rectangulaires et en forme d'arc (Fig.6), sans avoir à les discrétiser, a permis d'accélérer considérablement le calcul du champ magnétique [4-5]. Tous les détails des calculs sont fournis dans [7].

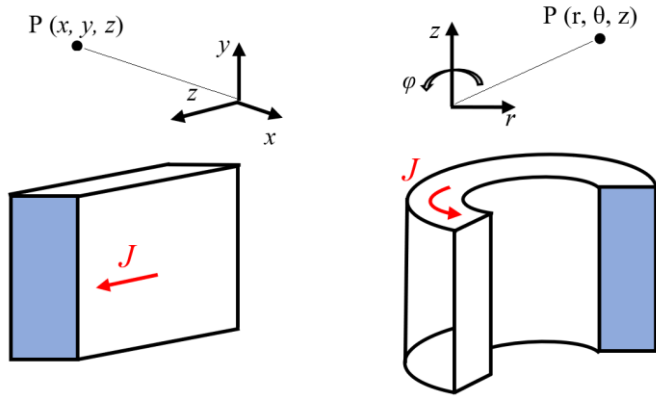


Fig. 6. Eléments de base utilisés pour l'évaluation rapide des intégrales de volume.

La force axiale ( $F_z$ ) et le couple statique ( $\Gamma$ ) sont obtenus par l'intégration du tenseur des contraintes de Maxwell sur une surface (S) située au milieu de l'entrefer :

$$F_z = \frac{1}{\mu_0} \iint_S \frac{1}{2} (B_z^2 - B_x^2 - B_y^2) dx dy \quad (3)$$

$$\Gamma = -\frac{1}{\mu_0} \iint_S (B_y B_z x - B_x B_z y) dx dy \quad (4)$$

L'optimisation donne les compromis possibles entre le couple et la longueur de fil supraconducteur comme le montre la figure 7 qui représente l'évolution du front de Pareto en fonction du nombre de générations pour une population de 30 individus. Les résultats d'optimisation sont fournis dans le Tableau 2, pour le couple maximal. La longueur du fil est donnée en fonction des paramètres décrits dans la figure 4, avec une contrainte sur le rayon de courbure  $R_b$ .

Les résultats du couple statique calculé pour différentes positions relatives entre le stator et le rotor obtenus par le modèle intégral ont ensuite été comparés à une analyse par éléments finis (FEM) 3D réalisée sur le logiciel COMSOL dans un but de validation. Un très bon accord est trouvé entre les deux résultats. Cependant, pour un point de calcul, le temps de calcul est de l'ordre de quelques secondes avec l'approche proposée, alors qu'il est d'une dizaine de minutes pour le FEM, ce qui montre l'efficacité de l'approche de modélisation par méthodes intégrales de volumes pour le dimensionnement et l'optimisation de telles structures de machines électriques.

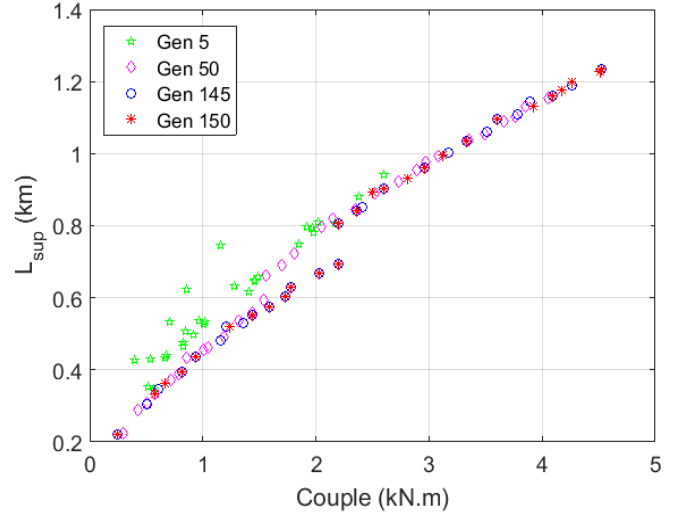


Fig. 7. Evolution du front de Pareto en fonction du nombre de générations [7].

Tableau 1. Paramètre du ruban supraconducteur BSCCO utilisé à 30 K. [7]

Paramètre	$J_{c0}$	$B_{j0}$	$\beta$	$k$	$n_0$	$B_{n0}$
valeur	537 A/mm <sup>2</sup>	1.01 T	0.87	0.182	31	2 T

Tableau 2. Paramètre de la machine optimisée pour le couple maximal [7]

Paramètre	Description	Valeur
$p$	Nombre de paires de pôles	5
$R_{in}$	Rayon interne	149 mm
$R_{out}$	Rayon externe	350 mm
$e$	entrefer	5mm
$W_r$	Largeur des bobines au rotor	42.26 mm
$W_s$	Largeur des bobines au rotor	31.5 mm
$\Gamma$	Couple statique maximal	4.52 kN.m
$L_{sup}$	Longueur du fil supraconducteur	1.23 km
$J_c$	Densité de courant critique	268.22 A/mm <sup>2</sup>

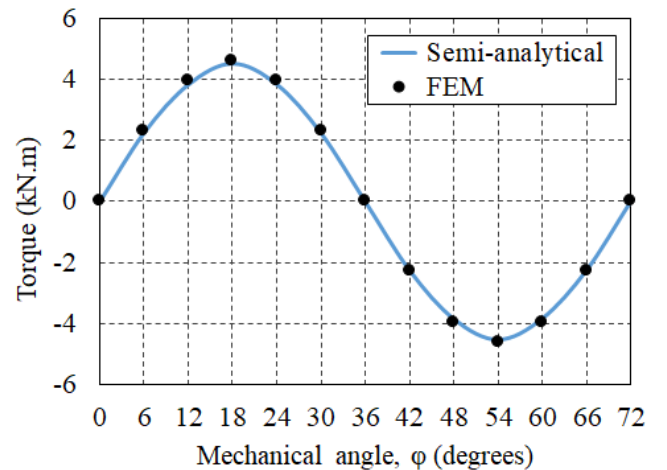


Fig. 8. Comparaison des calculs de couple obtenus avec la méthode d'intégrales de volume et la méthode des éléments finis [7].

La figure 9 présente l'évolution de la force axiale en fonction de l'angle interne. Nous remarquons que la force axiale n'a pas de valeur moyenne en raison de l'absence de matériaux ferromagnétiques dans la structure étudiée.

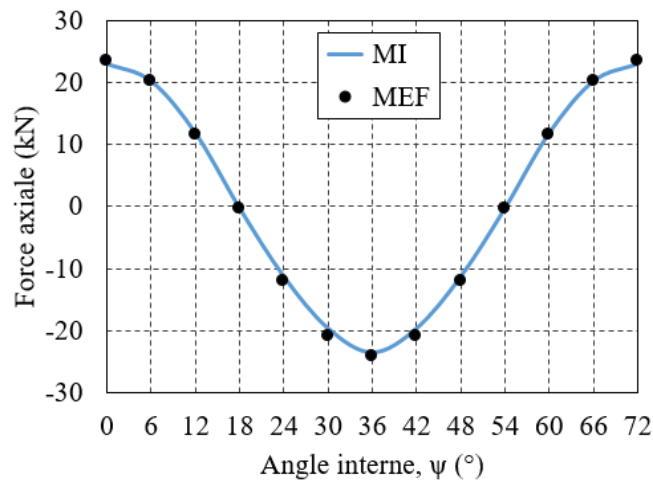


Fig. 9. Evolution de la force axiale en fonction de l'angle interne [7].

#### 4. CONCLUSION

Une modélisation rapide basée sur des équations intégrales a été développée pour le dimensionnement et l'optimisation d'une machine électrique supraconductrice. L'approche permet de ne discrétiser que les parties actives du système. L'évaluation des intégrales de volume sur des éléments volumiques rectangulaires et en forme d'arc a permis d'éviter de discrétiser finement la structure étudiée, conduisant à une réduction substantielle des temps de calcul, tout en gardant une précision acceptable.

#### 5. REFERENCES

- [1] M. Ainslie et al, «Recent advances in superconducting rotating machines: an introduction to the 'Focus on Superconducting Rotating Machines' », *Supercond. Sci. Technol.*, 29(6), 060303, Apr. 2016.
- [2] M. Zhang, F. Eastham and W. Yuan, « Design and Modeling of 2G HTS Armature Winding for Electric Aircraft Propulsion Applications », *IEEE Trans. Appl. Superconduct.*, 26(3), pp. 1-5, Apr. 2016.
- [3] R. Ravaut, G. Lemarquand and V. Lemarquand, « Ironless permanent magnet motors: Three-dimensional analytical calculation », *2009 IEEE International Electric Machines and Drives Conference*, Miami, FL, pp. 947-952, 2009.
- [4] L. Urankar, « Vector potential and magnetic field of current-carrying finite arc segment in analytical form, Part III: Exact computation for rectangular cross section », *IEEE Trans. Magn.*, 18(6), pp. 1860-1867, Nov. 1982.
- [5] A. Capelluto, M. Nervi and P. Molino, « Algorithm for the Fast Calculation of Magnetic Fields Generated by Arc-Shaped Conductors With Rectangular Cross Section », *IEEE Trans. Appl. Superconduct.*, 24(6), 1-5, Dec. 2014.
- [6] Y. Statra, H. Menana, L. Belguerras and B. Douine, « A volume integral approach for the modelling and design of HTS coils », *COMPEL- The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, 38(4), pp.1133-1140, July 2019.
- [7] Y. Statra, H. Menana, B. Douine, « 3D Semi-Analytical Modeling and Optimization of Fully HTS Ironless Axial Flux Electrical Machines », *Physica C: Superconductivity and its Applications*, Vol. 574, 1353660, July 2020.