

# Modélisation des effets de diffusion des batteries sodium-ion dans un circuit électrique équivalent

Houssam RABAB<sup>1</sup>, Nicolas DAMAY<sup>1</sup>, Christophe FORGEZ<sup>1</sup>, Asmae EL MEJDOUBI<sup>2</sup>

1 Université de Technologie de Compiègne, Roberval, Centre de recherche Royallieu - CS 60 319 - 60 203 Compiègne Cedex - France

2 TIAMAT, 72 rue des Jacobins 80000 Amiens - France

**RESUME** – Un modèle séparant les effets de diffusion en phases solides et liquide dans un circuit électrique équivalent est proposé. Ce modèle est testé sur les batteries sodium-ion de type NVPF/HC, dont la diffusion au sein des électrodes présente de fortes non-linéarités en état de charge. Grâce à ce modèle, les paramètres de diffusion présentent moins de non-linéarités et sont plus faciles à déterminer. Le modèle proposé permet de bien simuler le comportement des batteries NVPF/HC pour des états de charge supérieurs à 30%.

**Mots-clés** – Batteries sodium-ion, diffusion, circuit électrique équivalent, non-linéarités.

## 1. INTRODUCTION

Cela fait quelques années que les batteries sodium-ion (Na-ion) sont en fort développement dans le monde et commencent à être commercialisées. Ces cellules assurent de bonnes alternatives aux batteries lithium-ion (Li-ion). Les mêmes phénomènes électrochimiques se produisent dans les deux technologies, mais les amplitudes de leurs effets sont différentes. Notamment, les phénomènes de diffusion impactent fortement la tension des cellules étudiées, à savoir des cellules Na-ion de type NVPF/HC ( $\text{Na}_3\text{V}_2(\text{PO}_4)_2\text{F}_3/\text{hard carbon}$ ), produites par Tiamat. La modélisation de ces effets de diffusion par des circuits électriques équivalents ("equivalent circuit model" [1], ECM) classiques pose problème.

En effet, les effets de diffusion, dans les batteries NVPF/HC, présentent de fortes non linéarités en état de charge ("state of charge", SoC) [2]. Pour cela, un ECM classique, dont les paramètres sont mis à jour avec des tables d'interpolation, peut difficilement suivre la complexité des effets de diffusion. Même dans le cas des batteries Li-ion, un ECM classique n'arrive pas à bien modéliser les chutes de tension dues à la diffusion, à moins de réaliser des caractérisations longues et complexes [3]. Dans cet article, nous proposons une nouvelle approche pour modéliser les effets de la diffusion dans un ECM modifié. Cette approche fait la distinction entre les effets de la diffusion du sodium au sein des électrodes (appelée diffusion solide) et la diffusion des ions de sodium dans l'électrolyte (appelée diffusion liquide). Cela permet de réduire les non-linéarités de l'ECM et de simplifier la détermination de ces paramètres.

Dans un premier temps, nous présenterons la différence entre l'ECM classique et l'ECM que nous proposons. Nous justifierons aussi la pertinence physique de ce circuit modifié. Dans un deuxième temps, nous étudierons la dépendance des effets de diffusion en courant. Dans un troisième temps, nous présenterons le protocole expérimental utilisé. Dans un dernier temps, nous montrerons les tensions simulées par l'ECM modifié et nous les comparerons avec les tensions mesurées.

## 2. CIRCUIT ÉLECTRIQUE ÉQUIVALENT ASSOCIÉ

Comme pour les batteries Li-ion, plusieurs modèles peuvent être appliqués au Na-ion. Des modèles physiques purs tels que le "single particle model" peuvent être appliqués [4]. Il existe éga-

lement des modèles comportementaux tels que l'ECM. L'ECM est relativement un modèle plus facile à être intégré dans le "battery management software" (dénommé BMS), vu que l'ECM nécessite des équations relativement plus simple.

Cependant, la caractérisation des paramètres de l'ECM classique nécessite des tables d'interpolations. Ceci limite le modèle à prédire les non-linéarités fortes présentes dans les cellules NVPF/HC. Pour cela, nous avons modifié l'ECM de façon que la caractérisation des paramètres par des lois physiques soit possible.

Dans cette section, nous présentons les ECM classique et modifié.

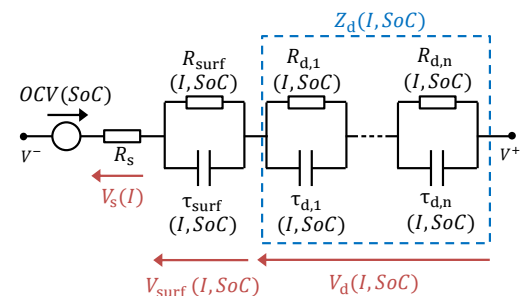
### 2.1. Rappel de l'ECM classique

La figure 1 illustre une version simplifiée de circuit de Randles. Chaque composant de ce circuit représente un phénomène présent dans les cellules Na-ion et Li-ion. On distingue :

- Une résistance série  $R_s$  représentant les phénomènes statiques. Ces phénomènes correspondent à la conduction électronique assurée entre la cellule et le circuit extérieur, ainsi que la conduction ionique dans l'électrolyte ;
- Une résistance  $R_{surf}$  en dérivation avec une capacité. Ce dipôle représente les chutes de tension liées aux phénomènes de surface, qui sont présents entre la surface de chaque électrode et la surface de l'électrolyte ;
- Une impédance  $Z_d$  représentant les effets des phénomènes de diffusion. Cette impédance est l'équivalent d'une série de  $n$  circuits RC ;
- Une source de tension à vide (OCV).

En se basant sur l'ECM (figure 1), la tension de la batterie est exprimée de la façon suivante :

$$U_{cell}(I, SoC) = OCV(SoC) - V_s(I) - V_{surf}(I, SoC) - V_d(I, SoC) \quad (1)$$



$$\tau_{surf}(I, SoC) = R_{surf}(I, SoC) \times C_{surf}$$

$$\tau_{d,i}(I, SoC) = R_{d,i}(I, SoC) \times C_{d,i}$$

FIG. 1. Modèle à circuit équivalent classique.

tel que  $V_s$ ,  $V_{surf}$  et  $V_d$  sont les chutes de tension dues respectivement aux phénomènes statiques, de surface et de diffusion.

## 2.2. Effets macroscopiques des effets de diffusion

La diffusion du sodium est le transport de masse des zones de plus forte concentration en sodium vers les zones de concentration moindre. La diffusion peut être :

- due au gradient de concentration des atomes de sodium au sein des particules de matière actives de chaque électrode, appelée "diffusion solide" dans cet article ;
- due au gradient de concentration des ions de sodium dans l'électrolyte, appelée "diffusion liquide" dans cet article.

Nous proposons une nouvelle approche pour modéliser ces effets de diffusion. Cette approche consiste à séparer les diffusions solide et liquide. Classiquement, la distinction n'est pas faite entre les effets des diffusions solide et liquide, ce qui crée des non-linéarités très fortes et irrégulières sur les paramètres de diffusion. Pourtant, la diffusion solide est le principal processus limitant [5]. Elle introduit des constantes de temps importantes (plusieurs centaines de secondes, jusqu'à quelques milliers de secondes). Ceci a donc une grande influence sur la tension de la cellule et est responsable du phénomène de relaxation. Par contre, la diffusion liquide est souvent négligée devant l'effet de la diffusion solide [6]. La diffusion liquide ne présente pas de non-linéarités en SoC [7]. Les non-linéarités en SoC sont alors supposées être dues uniquement aux effets de la diffusion solide. L'éq. (2) exprime  $V_d$  en deux chutes de tension dues à la diffusion solide  $V_{sd}$  et à la diffusion liquide  $V_{ld}$ .  $V_{ld}$  dépend uniquement du courant, tandis que  $V_{sd}$  dépend du courant et du SoC.

$$V_d(I, SoC) = V_{sd}(I, SoC) + V_{ld}(I) \quad (2)$$

Kremer *et al.* [5] appliquent un modèle électrochimique, "single particle model" aux batteries LTO. Dans leur modèle, la diffusion solide impacte le taux d'insertion de lithium au niveau de la surface de l'électrode, ce qui affecte la tension d'équilibre de la cellule. Le taux d'insertion étant le rapport de la concentration locale et du maximum de concentration que peut accepter le matériau. La notion de tension d'équilibre est à comprendre ici comme l'équilibre de la réaction d'insertion des ions lithium. Ceci est différent de la notion d'OCV classique dans les ECM, qui correspond à un équilibre global de la cellule : où les réactions chimiques sont à l'équilibre et où tous les gradients de concentration sont relaxés.

Puisque nous travaillons avec une échelle macroscopique, nous n'avons pas accès aux informations chimiques comme le taux d'insertion du sodium dans l'un des deux électrodes. Pour cela, nous utilisons la notion du SoC. Mbeya *et al.* [8] proposent une relation entre le SoC d'une cellule et le taux d'insertion de lithium dans les électrodes positive et négative pour les cellules LiFePO<sub>4</sub>/graphite.

À l'instar du modèle de Kremer *et al.*, nous modélisons les effets de la diffusion solide sous la forme d'un décalage en SoC de l'OCV. L'éq.(3) illustre ce changement de paradigme, en remplaçant l'addition de l'OCV et d'une surtension de diffusion solide  $V_{sd}$  par un nouveau calcul de l'OCV qui dépend désormais du SoC et d'un décalage  $\Delta SoC_{sd}$  dû aux effets des gradients de concentration dans la matière active.

En fait, le SoC mesuré par les essais correspond à une concentration moyenne du sodium tout au long de chaque électrode. Ceci ne comprend pas les effets de la diffusion solide. Pour introduire les effets de la diffusion solide dans l'OCV, il faut trouver le SoC qui correspond aux taux d'insertion du sodium sur la surface des électrodes et non pas le taux d'insertion moyenne du sodium. C'est pour cela que nous ajoutons un décalage en SoC à l'OCV, nommé  $\Delta SoC_{sd}$ .

$$OCV(SoC) + V_{sd}(I, SoC) = OCV(SoC + \Delta SoC_{sd}(I)) \quad (3)$$

L'OCV décalé en SoC correspond à la tension d'équilibre de la cellule en surface des électrodes, notée SEV dans cet article (*surface equilibrium voltage*), exprimé par l'éq. (4). Le notion de potentiel d'équilibre de surface est utilisée très classiquement dans les modèles électrochimiques [9] et nous proposons la notion de SEV comme sa transcription dans le cadre d'un ECM qui voit la cellule de manière macroscopique.

$$OCV(SoC + \Delta SoC_{sd}(I)) = SEV(I, SoC) \quad (4)$$

## 2.3. ECM intégrant les différents effets de diffusion

L'ECM modifié, illustré par la figure 2, introduit une nouvelle approche pour modéliser les effets de la diffusion. Cette approche distingue les phénomènes de diffusion en :

- diffusion solide, modélisée par le SEV ;
- diffusion liquide, représentée par une série de circuits RC ( $R_{ld,i} \cdot \tau_{d,i}$  à ordre n), ce qui est équivalent à l'impédance de diffusion liquide  $Z_{ld}$ .

Dans le cas de l'ECM modifié, l'éq.(1) devient l'éq.(5) :

$$U_{cell}(I, SoC) = SEV(I, SoC) - V_s(I) - V_{surf}(I, SoC) - V_{ld}(I) \quad (5)$$

La modification du modèle classique est faite au niveau des phénomènes de la diffusion et de l'OCV. Dans l'ECM classique, la diffusion est représentée par  $Z_d$  (figure 1).  $Z_d$  est fortement non-linéaire en SoC parce qu'elle représente tous les effets de diffusion. Dans l'ECM modifié, nous n'attribuons plus les non-linéarités des effets de diffusion en SoC sous forme d'une impédance. En effet,  $Z_{ld}$  ne dépend pas ni du courant ni du SoC [7], ce qui n'est pas le cas pour  $Z_d$ .

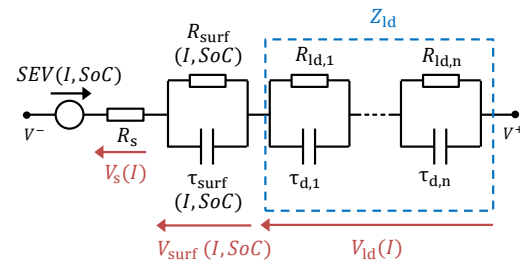
Avec l'ECM modifié, nous intégrons les non-linéarités en SoC dans le SEV. Ceci réduit les non-linéarités du modèle. Dans la prochaine section, nous présenterons la méthode de modélisation des non-linéarités des effets de diffusion en courant.

## 3. MODÉLISATION DES NON-LINÉARITÉS DES EFFETS DE DIFFUSION EN COURANT

### 3.1. La diffusion solide

Pour étudier la dépendance des effets de la diffusion solide en courant, nous modélisons  $\Delta SoC_{sd}$  (présent dans l'éq.(4)) par une équation linéaire (eq.(6)) dépendant uniquement du courant  $I$ .  $k_1$  et  $k_2$  sont des coefficients à déterminer.

$$\Delta SoC_{sd}(I) = k_1 \times I + k_2 \quad (6)$$



$$\tau_{surf}(I, SoC) = R_{surf}(I, SoC) \times C_{surf}$$

$$\tau_{d,i} = R_{ld,i} \times C_d$$

FIG. 2. Modèle à circuit équivalent modifié.

Au vu du comportement particulier des cellules étudiées, les effets de la diffusion solide sont particulièrement visibles entre les SoC 40% et 50% [2, 10] (voir la courbe noire de l'OCV dans la figure 4). Nous avons donc déterminé le  $\Delta SoC_{sd}$  par la différence entre le SoC auquel la tension mesurée passe à 3,65 V et le SoC auquel l'OCV passe à 3,65 V. Le choix de 3,65 V correspond bien à un SoC de la cellule NVPF/HC compris entre 40% et 50%. Le  $\Delta SoC_{sd}$  est ainsi déterminé pour chaque courant testé.  $k_1$  et  $k_2$  sont déterminés par une régression linéaire, à partir des valeurs de  $\Delta SoC_{sd}$  à différents courants.

### 3.2. La diffusion liquide

L'impédance équivalente à la diffusion liquide  $Z_{ld}$  est supposée correspondre à une impédance de diffusion limitée [3, 11, 12], ce qui permet de la représenter par une série de  $n$  circuits RC (voir figure 2). Dans cette étude  $n$  égale à 10, ceci permet de garantir une bonne représentation lors de variations rapides du courant.  $Z_{ld}$  est liée à deux paramètres : une résistance équivalente  $R_{ld}$  qui correspond au régime permanent et une constante de temps  $\tau_d$  qui est liée à la dynamique de son circuit RC le plus lent. Nous avons constaté de manière expérimentale que  $R_{ld}$  et  $\tau_d$  peuvent être supposés indépendants du courant. Ceci facilite la dépendance de  $V_{ld}$  en fonction du courant.

Pour simplifier la caractérisation, nous supposons que les dynamiques des effets de diffusion solide et liquide sont identiques et sont représentées par  $\tau_d$  dans la figure 2.

## 4. PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

Dans cette section, nous présentons les tests nécessaires à la caractérisation des paramètres de l'ECM. L'objectif est d'utiliser un minimum de mesures sans dégrader la précision du modèle. Nous avons utilisé une seule batterie 18650 NVPF/HC fournie par Tiamat. Sa capacité nominale est de 700 mAh. La tension maximale recommandée pour ces batteries est 4,25 V, et la tension minimale est 2 V.

Nous avons placé la cellule dans une chambre climatique pour contrôler sa température d'équilibre. Un système Bio-Logic a été utilisé pour les tests, avec un booster de 20 A pour les valeurs de courant de 20 A au maximum.

### 4.1. Essais à courant constant

Nous avons utilisé des essais à courant constant pour caractériser les effets de diffusion ( $\Delta SoC_{sd}$ ,  $R_{ld}$  et  $\tau_d$ ) et l'OCV.

Pour caractériser les effets de diffusion, nous avons utilisé des tests de charge et de décharge à courant constant. En appliquant un régime de courant constant, nous avons chargé une cellule NVPF/HC jusqu'à ce qu'elle atteigne la tension maximale (4,25 V). Puis, la cellule était déchargée avec le même régime du courant. La décharge est arrêtée dès que la tension de la batterie atteint 2 V. Durant la charge et le décharge, une pause de 1h est imposée quand la cellule est proche du SoC 60%. La pause d'une heure est appliquée pour bien déterminer  $\tau_d$  (ce qui correspond au comportement du redémarrage de la décharge de la cellule après la pause d'une heure à un SoC d'environ 60%). Ces essais sont faits à 25 °C et pour des régimes de courant de  $\pm C/2$ ,  $\pm 1C$  et  $\pm 2C$ . Ces tests ont été utilisés pour caractériser  $\Delta SoC_{sd}(I)$ ,  $R_{ld}$  et  $\tau_d$ .

Nous supposons que la tension d'une batterie en chargeant ou déchargeant par un courant négligeable est proche de l'OCV de la batterie. Pour cela, nous caractérisons l'OCV par un essai de charge/décharge à courant constant de 70 mA. Ce test est fait à 25 °C.

### 4.2. Spectroscopie d'impédance

Une spectroscopie d'impédance électrochimique galvanostatique, dénommée test EIS, à une amplitude de courant de 500 mA, a été appliquée pour déterminer  $R_s$ . Les résultats du test EIS sont montrés dans [10].  $R_s$  est déterminée par la partie

réelle du point minimum du tracé de Nyquist avant le demi-cercle.  $R_s$  ne dépend pas du SoC ni du courant. Le test est fait à 25 °C.

### 4.3. Méthode de détermination des paramètres de diffusion

La figure 3 représente les étapes de caractérisation des paramètres  $\Delta SoC_{sd}$ ,  $R_{ld}$  et  $\tau_d$ .

La première étape consiste à extraire l'évolution temporelle de la tension de cellule  $U_{cell,mes}$  pour différents courants  $I_j$ . Ces mesures ont été obtenues par les tests à courant constant mentionnés dans la section 4.1.

La deuxième étape consiste à ajuster l'éq.(5). Nous avons déjà les informations suivantes :

- $OCV(SoC)$ , mesuré par un simple test de courant constant de 70 mA (section 4.1)
- $V_s(I_j)$ , déterminé comme étant le produit de courant avec  $R_s$  (caractérisé par EIS),
- $V_{surf}(I_j, SoC_m)$ , simulé par le modèle de surface. Nous avons présenté ce modèle dans d'autres travaux [13, 10].

Par conséquent, nous n'avons que le jeu de paramètres de diffusion  $X_{diff}$  à ajuster (voir figure 3). Nous avons appliqué un ajustement au niveau de la tension de la cellule. Ainsi, nous avons utilisé la commande *fmincon* pour caractériser les paramètres en minimisant l'écart quadratique moyen (RMSE) entre la tension de cellule simulée  $U_{cell}$  et la tension de cellule mesurée  $U_{cell,mes}$ . Le modèle donne les paramètres optimisés désigné par  $X_{diff,opt}$ .

Donc, nous avons trois paramètres à déterminer :  $\Delta SoC_{sd}(I_j)$ ,  $R_{ld}$  et  $\tau_d$ .

Dans cet article, nous ne présentons pas les étapes de caractérisation de  $R_{surf}(I, SoC)$  et  $\tau_{surf}(I, SoC)$ . Ces deux paramètres sont caractérisés par le modèle de surface [13]. Vous trouverez les essais de caractérisation de ces deux paramètres dans [10].

## 5. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

La figure 4 montre l'évolution de la tension d'une cellule NVPF/HC en fonction du SoC. La courbe noire représente l'OCV. Les courbes rouges, jaunes et bleues représentent les tensions simulées de la cellule quand elle est déchargée à -C/2, -1C et -2C respectivement. Les courbes en pointillés sont les mesures de tensions obtenues par les essais.

L'ajustement de modèle, illustré par la figure 3, nous donne les paramètres suivants :  $R_{ld}$  égal à 18 mΩ,  $\tau_d$  égal à 100 s et  $\Delta SoC_{sd}$  exprimé par l'éq. (7).

$$\Delta SoC_{sd}(I) = 20,913 \times I - 1,1766 \quad (7)$$

D'après l'éq. (7),  $k_1$  est égal à 20,913 et  $k_2$  est égal à -1,1766.  $k_2$  égale à une valeur négative est prévu, puisque nous avons utilisé une approximation de l'OCV (essai de décharge à -70 mA).

Quand le SoC est au-dessus de 30%, les tensions simulées et mesurées ont quasiment les mêmes allures. Donc, notre modèle donne des résultats pertinents à des SoC supérieurs à 30%.

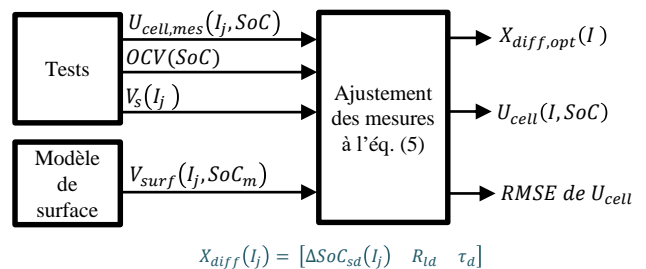


FIG. 3. Logigramme de la détermination du jeu de paramètres de diffusion  $X_{diff}(I_j)$

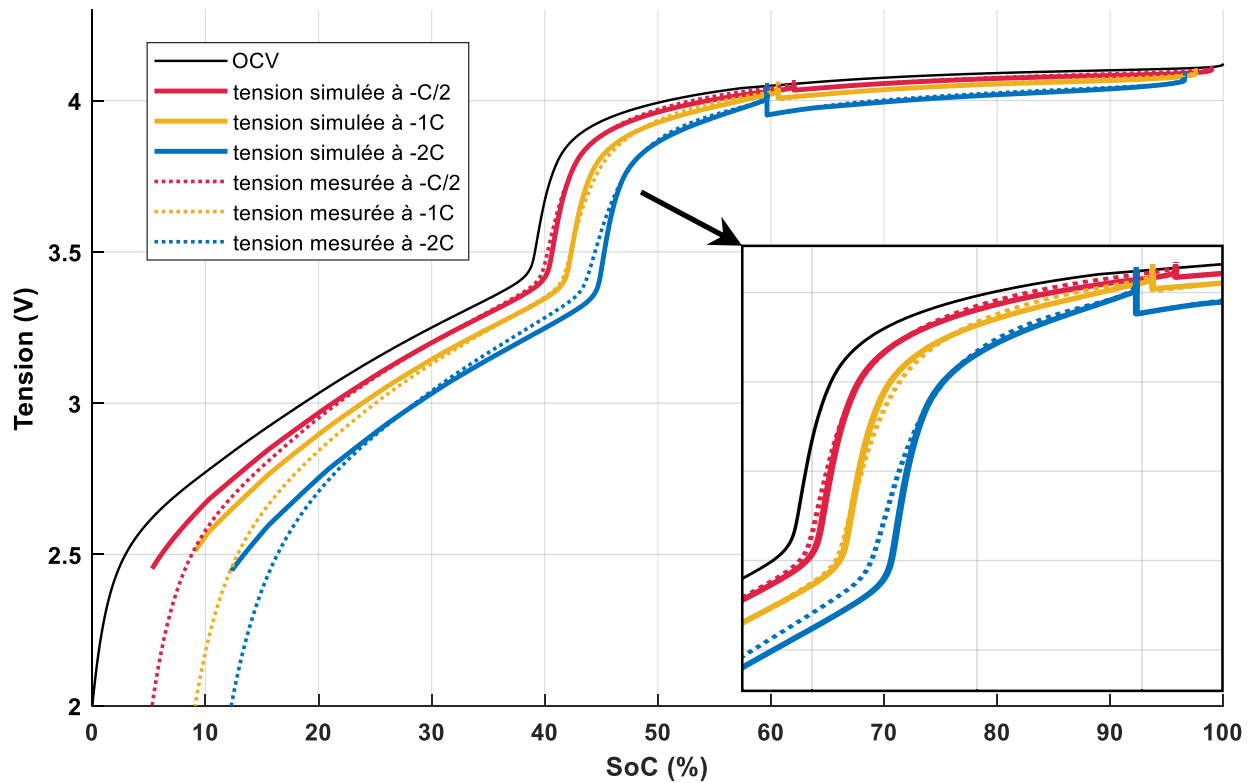


FIG. 4. Tensions d'une cellule NVPF/HC en fonction du SoC à 25 °C et à des régimes de courant de -C/2 (rouge), -1C (jaune) et -2C (bleu).

Le modèle arrive aussi à prédire le comportement de la batterie après la pause d'une heure à des SoC proche de 60%.

Ce résultat est prometteur pour utiliser un modèle qui ne nécessite pas des tables d'interpolation. Ce modèle est facile à embarquer dans le BMS. De plus, ce modèle pourrait être utilisé dans des applications automobiles où le SoC de la cellule ne soit pas au-dessous de 30%. En outre, dans les applications automobiles, nous nous intéressons plus à prédire la tension de la cellule en décharge ce qui est faisable avec notre modèle.

D'autre part, le modèle proposé ne peut pas prédire le comportement de la cellule NVPF/HC à un SoC inférieur à 30%. Cela peut être dû à la limitation du modèle par un  $\Delta SoC_{sd}$  qui ne prend pas en compte la différence des mécanismes complexes présents dans les électrodes positives et négatives [2, 14].

Le modèle a bien suivi la forte chute de tension entre 40% et 50% de SoC à -C/2 et -1C. Pourtant, dans le cas où le régime de courant est de -2C (courbe bleue sur la figure 4), entre 40% et 50% de SoC, le modèle n'a pas été en mesure de suivre la chute de tension avec précision. Cela est dû à l'hétérogénéité du SoC à des régimes de courant importants [15]. Nous n'avons pas étudié l'hétérogénéité du SoC dans le cadre de ce travail.

Pour ce premier travail, nous proposons un modèle capable de prédire la tension de la cellule à un SoC supérieur à 30% pour des régimes de courant allant jusqu'à 2C. Vu que nous avons utilisé une équation linéaire pour déterminer  $\Delta SoC_{sd}$  en fonction du courant, une étude du modèle à des régimes supérieurs à 2C serait nécessaire pour observer la limite de fiabilité du modèle en courant.

## 6. CONCLUSIONS

Un modèle des effets de la diffusion du sodium est proposé pour les batteries sodium-ion de type NVPF/HC. Ce modèle distingue les effets des diffusions en phases solides et liquide. L'effet de la diffusion en phase solide est modélisé par un décalage en état de charge (SoC) de la tension de la batterie à vide (OCV). L'effet de la diffusion en phase liquide est modélisé par une impédance indépendante du SoC et du courant. Cette méthode, testée uniquement en décharge, permet de simplifier la

caractérisation. L'ECM modifié donne de bons résultats à des SoC au-dessus de 30% pour différents régimes de courant. Ceci n'était pas le cas pour l'ECM classique qui n'arrive pas à bien suivre la complexité des phénomènes de diffusion en fonction du SoC. Par contre, cette méthode n'est pas précise à bas SoC (entre 0% et 30%). Pour améliorer la fiabilité du modèle à des SoC au-dessous de 30%, nous pourrions introduire un  $\Delta SoC_{sd}$  variable en SoC et en courant. Nous pourrions aussi tenir compte des comportements hétérogènes à de fortes puissances [15].

Pour les prochains travaux, les dépendances en température et en état de santé doivent être introduit dans le modèle, pour étudier la fiabilité et la limitation du modèle. L'application du modèle, lorsque la cellule est en charge, doit être testé aussi. Pour la dépendance de la diffusion solide en courant, il faudrait vérifier que l'équation linéaire reste valide à de plus hauts régimes de courant.

## 7. REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient la Région Hauts-de-France et Tiamat Energy pour leur soutien financier.

## 8. RÉFÉRENCES

- [1] D. Andre, M. Meiler, K. Steiner, H. Walz, T. Soczka-Guth, D. U. Sauer, Characterization of high-power lithium-ion batteries by electrochemical impedance spectroscopy. ii : Modelling, Journal of Power Sources 196 (2011) 5349–5356.
- [2] K. Chayambuka, G. Mulder, D. L. Danilov, P. H. Notten, Determination of state-of-charge dependent diffusion coefficients and kinetic rate constants of phase changing electrode materials using physics-based models, Journal of Power Sources Advances 9 (6 2021).
- [3] M. Juston, N. Damay, C. Forgez, Extracting the diffusion resistance and dynamic of a battery using pulse tests, Journal of Energy Storage 57 (1 2023).
- [4] C. Delacourt, Mathematical modeling as a tool for performance and aging analysis of li-ion batteries (2014).
- [5] F. Kremer, S. Rael, M. Urbain, 1d electrochemical model of lithium-ion

battery for a sizing methodology of thermal power plant integrated storage system, *AIMS Energy* 8 (2020) 721–748.

- [6] J. Huang, H. Ge, Z. Li, J. Zhang, An agglomerate model for the impedance of secondary particle in lithium-ion battery electrode, *Journal of The Electrochemical Society* 161 (2014) E3202–E3215.
- [7] P. Mauracher, E. Karden, Dynamic modelling of lead/acid batteries using impedance spectroscopy for parameter identification (1997).
- [8] K. M. Mbeya, N. Damay, G. Friedrich, C. Forgez, M. Juston, Off-line method to determine the electrode balancing of li-ion batteries, *Mathematics and Computers in Simulation* 183 (2021) 34–47.
- [9] M. Farkhondeh, M. Safari, M. Pritzker, M. Fowler, T. Han, J. Wang, C. Delacourt, Full-range simulation of a commercial lifepo 4 electrode accounting for bulk and surface effects : A comparative analysis, *Journal of The Electrochemical Society* 161 (2014) A201–A212.
- [10] H. Rabab, N. Damay, F. Vendrame, C. Forgez, A. El-Mejdoubi, Modeling the non-linearities of charge-transfers and solid electrolyte interphase resistances for a sodium-ion battery with a hard carbon electrode (2022).
- [11] L. Gagneur, A. L. Driemeyer-Franco, C. Forgez, G. Friedrich, Modeling of the diffusion phenomenon in a lithium-ion cell using frequency or time domain identification, *Microelectronics Reliability* 53 (2013) 784–796.
- [12] E. Kuhn, C. Forgez, P. Lagonotte, G. Friedrich, Modelling ni-mh battery using cauer and foster structures, *Journal of Power Sources* 158 (2006) 1490–1497.
- [13] N. Damay, K. M. Mbeya, G. Friedrich, C. Forgez, Separation of the charge transfers and solid electrolyte interphase contributions to a battery voltage by modeling their non-linearities regarding current and temperature, *Journal of Power Sources* 516 (12 2021).
- [14] C. M. Ghimbeu, J. Górka, V. Simone, L. Simonin, S. Martinet, C. Vix-Guterl, Insights on the na+ ion storage mechanism in hard carbon : Discrimination between the porosity, surface functional groups and defects, *Nano Energy* 44 (2018) 327–335.
- [15] M. Juston, N. Damay, C. Forgez, G. Friedrich, S. Vivier, K. M. Mbeya, B. Vulturescu, Direct determination of a single battery internal resistances distribution using a heterogeneous model, *Mathematics and Computers in Simulation* 183 (2021) 20–33.