

Etude de la sensibilité de la commande des machines électriques fractionnées vis à vis de la dispersion des paramètres

Yiyu LAI^{1,2}, Antoine CIZERON^{1,3}, Adrien VOLDOIRE¹, Javier OJEDA³ et Olivier BÉTHOUX^{1,2}

¹ Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, CNRS, GeePs, 91192, Gif-sur-Yvette, France

² Sorbonne Université, CNRS, GeePs, 75252, Paris, France

³ Université Paris-Saclay, ENS Paris-Saclay, CNRS, SATIE, 91190, Gif-sur-Yvette, France

RÉSUMÉ – Dans cet article, nous nous intéressons à l'étude de la sensibilité de différents repères utilisés pour la commande des machines électriques fractionnées vis-à-vis des disparités de valeurs dans la matrice d'inductance et dans la matrice des résistances. Ces différentes commandes sont étendues à partir d'une transformation dans le domaine de Park à une machine électrique possédant plusieurs bobinages fractionnés soit, plusieurs systèmes triphasés au sein de la même machine. Ensuite, nous mettons en œuvre la simulation avec une transformation étendue proposée ($\Sigma\delta$) et une commande par retour d'état directement dans le domaine de Park. Face aux variations des paramètres du modèle, la commande par retour d'état présente une meilleure performance.

Mots-clés – Machine électrique fractionnée, commande des machines électriques, étude de sensibilité.

1. INTRODUCTION

L'électrification de la majorité des chaînes de traction, que ce soit pour l'automobile, le fret ferroviaire ou encore dans le domaine de l'avionique pousse les chercheurs à intégrer de nouvelles fonctionnalités dans les chaînes de traction usuelles comme l'amélioration de la robustesse et de la fiabilité, la redondance matérielle, l'alimentation par des sources d'énergie variées, un rayonnement électromagnétique maîtrisé ou encore la commande sans capteurs [2],[6]. Pour répondre à plusieurs de ces défis, les machines dites multiphasées au sens large sont porteuses de promesses. Il existe deux grandes catégories de machine multiphase [11] : machine multi-triphasée [9],[12] et machine fractionnée [7],[13]-[15]. La méthode standard à fractionner une machine s'appelle multi-secteur, chaque phase est composée de multiples enroulements sur des dents statoriques différents [8],[15],[16]-[18]. Dans cette famille de machines dites multiphasées nous allons nous intéresser aux machines à alimentations fractionnées. L'idée générale consiste à fractionner les bobines d'alimentation des machines électriques en des bobines élémentaires contrôlées par des convertisseurs individuels de puissance réduite. Les bobines élémentaires étant isolées électriquement mais fortement couplées magnétiquement. Poussée à l'extrême, la machine est pilotée par des associations convertisseur – spire unique. Ce concept a été breveté par les deux laboratoires franciliens de Génie Electrique (SATIE et GeePs) sous le nom de CTAF : chaîne de traction à alimentation fractionnée (brevet WO201914996 ou US20190363599 [5]). Cette nouvelle approche porte la promesse de progrès quantitatifs substantiels vis-à-vis des enjeux évoqués plus haut et fournit un grand degré de liberté pour le dimensionnement en tension et courant [2],[19].

Néanmoins, l'accroissement du nombre de systèmes triphasés à commander indépendamment, alors qu'ils présentent des couplages magnétiques forts entre eux [10], soulève des questionnements : existe-t-il une commande généralisant la com-

mande dans le domaine de Park à un système fractionné ? La multiplication des sous-systèmes triphasés est sensible à la dispersion des paramètres, ainsi, cette commande généralisante est-elle sensible à cette dispersion ? Est-elle plus sensible qu'une transformation basée sur la diagonalisation directe de la matrice d'inductance ?

La première section va traiter de la commande de ces systèmes. À partir de la transformation dans le domaine de Park d'un système triphasé, nous définissons une transformation générique permettant de prendre en compte le fractionnement et la généralisation à un nombre quelconque de systèmes triphasés fortement couplés entre eux. Dans une deuxième section, nous nous intéressons à l'étude théorique de la sensibilité des transformations proposées vis-à-vis de variations des paramètres. Ces variations sont déduites de l'étude physique des paramètres de la machine fractionnée et notamment de la position des systèmes triphasés par rapport à l'entrefer (système triphasé dans chaque encoche proche de l'entrefer ou proche du haut de l'encoche). Dans la dernière section, nous mènerons une comparaison à partir de simulation de la commande proposée et de la commande diagonalisant la matrice d'inductance directement.

2. MODÉLISATION DE LA COMMANDE D'UNE MACHINE ÉLECTRIQUE FRACTIONNÉE

2.1. Description d'une machine électrique à alimentation fractionnée

Une machine électrique fractionnée possède une structure de machine conventionnelle, mais dans laquelle chaque bobinage au sein d'une encoche a été subdivisé. Cette subdivision crée un fractionnement des bobinages et donc du système triphasé en plusieurs systèmes triphasés fortement couplés magnétiquement puisque chaque bobinage fractionné partage un même circuit magnétique. Ainsi, le système peut être représenté symboliquement par la Fig. 1.

2.2. Modélisation de la commande dans le cadre d'une machine électrique à paramètres idéaux

Dans ce paragraphe nous nous intéressons à la modélisation de la commande dans le cas où tous les éléments de la machine électrique sont connus et idéaux. Par idéaux, nous entendons que les paramètres respectent parfaitement les symétries de la machine :

- L'inductance propre L d'un bobinage fractionné est identique, quelle que soit la position du bobinage dans l'encoche.
- La mutuelle inductance N entre deux bobinages fractionnés dans une encoche est identique, quelle que soit la position des bobinages dans l'encoche.

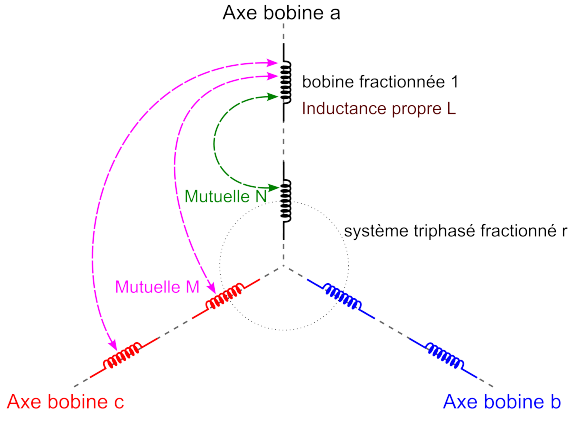


FIG. 1. Représentation schématique de la machine électrique fractionnée

- La mutuelle inductance M entre deux bobinages de deux phases est identique, quelle que soit la position des bobinages dans l'encoche.

De cette manière, la matrice inductance du système $\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}$ s'écrit à partir de deux matrices élémentaires d'inductances \mathcal{L} et \mathcal{N} :

Soit la matrice $\mathcal{L} \in \mathbb{R}^3$, matrice des inductances pour un système triphasé, et la matrice $\mathcal{N} \in \mathbb{R}^3$, matrice des inductances mutuelles pour les bobinages fractionnés :

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} \quad \mathcal{N} = \begin{bmatrix} N & M & M \\ M & N & M \\ M & M & N \end{bmatrix} \quad (1)$$

Nous définissons le paramètre r qui désigne le nombre de fractionnements par encoche ($r = 4$ correspond à une encoche fractionnée en 4 bobinages, soit 4 systèmes triphasés). La matrice inductance du système $\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}} \in \mathbb{R}^{3*r}$ s'écrit alors :

$$\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}} = \begin{bmatrix} \mathcal{L} & \mathcal{N} & \dots & \mathcal{N} \\ \mathcal{N} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathcal{N} \\ \mathcal{N} & \dots & \mathcal{N} & \mathcal{L} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Nous observons alors que cette matrice est circulante par blocs circulants. Le changement de base diagonalisant est obtenu en diagonalisant les blocs élémentaires puis en diagonalisant la matrice obtenue. \mathcal{L} et \mathcal{N} sont deux matrices circulantes et elles se décomposent dans \mathbb{C} à partir de la matrice de passage \mathcal{T}_3 :

$$\mathcal{T}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega_3 & \omega_3^2 \\ 1 & \omega_3^2 & \omega_3^4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\text{Avec } \omega_3 = e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

Par changement de base, \mathcal{L} se diagonalise en la matrice $\mathcal{D}_{\mathcal{L}}$:

$$\mathcal{D}_{\mathcal{L}} = \begin{bmatrix} L+2M & 0 & 0 \\ 0 & L-M & 0 \\ 0 & 0 & L-M \end{bmatrix} \quad (4)$$

De même, \mathcal{N} se diagonalise en la matrice $\mathcal{D}_{\mathcal{N}}$:

$$\mathcal{D}_{\mathcal{N}} = \begin{bmatrix} N+2M & 0 & 0 \\ 0 & N-M & 0 \\ 0 & 0 & N-M \end{bmatrix} \quad (5)$$

Ainsi, par application du changement de base, on peut ré-écrire la matrice $\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}$ comme $\mathcal{L}'_{\mathcal{MEF}} = \mathcal{T}_{\mathcal{T}_3}^{-1} * \mathcal{L}_{\mathcal{MEF}} * \mathcal{T}_{\mathcal{T}_3}$:

$$\mathcal{T}_{\mathcal{T}_3} = \begin{bmatrix} \mathcal{T}_3 & \mathcal{O}_3 & \dots & \mathcal{O}_3 \\ \mathcal{O}_3 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathcal{O}_3 \\ \mathcal{O}_3 & \dots & \mathcal{O}_3 & \mathcal{T}_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathcal{L}'_{\mathcal{MEF}} = \begin{bmatrix} \mathcal{D}_{\mathcal{L}} & \mathcal{D}_{\mathcal{N}} & \dots & \mathcal{D}_{\mathcal{N}} \\ \mathcal{D}_{\mathcal{N}} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathcal{D}_{\mathcal{N}} \\ \mathcal{D}_{\mathcal{N}} & \dots & \mathcal{D}_{\mathcal{N}} & \mathcal{D}_{\mathcal{L}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$\mathcal{L}'_{\mathcal{MEF}}$ est également une matrice circulante par blocs dont les blocs sont diagonaux. La matrice de passage $\mathcal{P}_{\mathcal{T}_r}$ s'écrit à partir de la matrice de passage \mathcal{T}_r :

$$\mathcal{T}_r = \frac{1}{\sqrt{r}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \omega_r & \dots & \omega_r^{r-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega_r^{r-1} & \dots & \omega_r^{(r-1)^2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\text{Avec } \omega_r = e^{i\frac{2\pi}{r}}$$

$$\mathcal{P}_{\mathcal{T}_r} = \frac{1}{\sqrt{r}} \begin{bmatrix} \mathbb{I}_3 & \mathbb{I}_3 & \dots & \mathbb{I}_3 \\ \mathbb{I}_3 & \omega_r * \mathbb{I}_3 & \dots & \omega_r^{r-1} * \mathbb{I}_3 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbb{I}_3 & \omega_r^{r-1} * \mathbb{I}_3 & \dots & \omega_r^{(r-1)^2} * \mathbb{I}_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Donc la matrice diagonale $\mathcal{D}_{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}}$ issue de $\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}$ se calcule par :

$$\mathcal{D}_{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}} = \mathcal{P}_{\mathcal{T}_r}^{-1} * \mathcal{T}_{\mathcal{T}_3}^{-1} * \mathcal{L}_{\mathcal{MEF}} * \mathcal{T}_{\mathcal{T}_3} * \mathcal{P}_{\mathcal{T}_r} \quad (10)$$

Les valeurs propres ou termes diagonaux sont alors :

- Racine $3*(r-1)$ ième avec la valeur $L - N$
- Racine double avec la valeur $L - r * M + (r - 1) * N$
- Racine simple avec la valeur $L + 2 * r * M + (r - 1) * N$

Les valeurs propres avec comme valeur $L - N$ sont critiques. En effet, dans un système couplé magnétiquement, nous pouvons définir le coefficient de couplage (coefficient de Blondel) par la relation $\sigma = 1 - N/L$. Ces dernières valeurs propres s'écrivent alors σL qui correspondent à l'inductance de fuite du circuit. Cette inductance va d'autant tendre vers 0 que le couplage sera idéal. Ces valeurs propres sont donc une image du couplage magnétique entre les bobinages fractionnés.

La valeur propre $L + 2 * r * M + (r - 1) * N$ correspond à une inductance homopolaire associée à un vecteur propre unitaire.

Donner un sens technologique aux autres valeurs est plus ardu. Ainsi, dans le paragraphe suivant, nous introduisons une commande pour utiliser des grandeurs plus en adéquation avec la représentation physique des grandeurs.

2.3. Commande dans un repère utilisant des grandeurs physiques

Dans ce paragraphe, nous introduisons une nouvelle transformation afin d'utiliser des grandeurs physiques observables et mesurables. Dans un système fractionné de dimension r , (X_a^r, X_b^r, X_c^r) représente un système triphasé (a, b, c) du bobinage fractionné r . Après la première transformation $\mathcal{T}_{\mathcal{T}_3}$ qui correspond à une transformation de Fortescue le vecteur initial X devient $\underline{X}_{\mathcal{T}_{\mathcal{T}_3}}$:

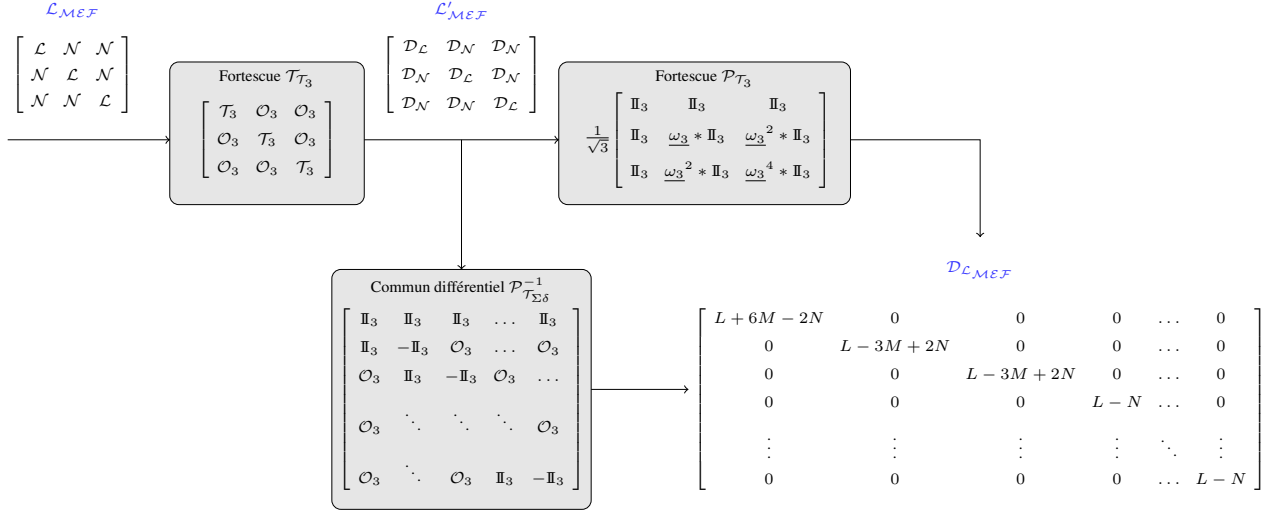


FIG. 2. Deux méthodes de transformation en deux étapes pour arriver à une diagonalisation complète de la matrice des inductances idéale.

$$(X) = \begin{pmatrix} X_a^1 \\ X_b^1 \\ X_c^1 \\ \vdots \\ X_a^r \\ X_b^r \\ X_c^r \end{pmatrix} \quad (\underline{X}_{\mathcal{T}_{\tau_3}}) = \begin{pmatrix} \underline{X}_0^1 \\ \underline{X}_d^1 \\ \underline{X}_i^1 \\ \vdots \\ \underline{X}_0^r \\ \underline{X}_d^r \\ \underline{X}_i^r \end{pmatrix} \quad (11)$$

$(\underline{X}_0^r, \underline{X}_d^r, \underline{X}_i^r)$ représente un système triphasé (axe homopolaire, axe direct, axe inverse) du bobinage fractionné r . La nouvelle transformation présentée, $\mathcal{P}_{\mathcal{T}_{\Sigma\delta}}$, introduit le mode commun Σ , i.e. la somme des composantes, et le mode différentiel δ , i.e. la différence deux à deux des composantes telles que :

$$(\underline{X}_{\mathcal{P}_{\mathcal{T}_{\Sigma\delta}}}) = \begin{pmatrix} \Sigma \underline{X}_0 \\ \Sigma \underline{X}_d \\ \Sigma \underline{X}_i \\ \delta \underline{X}_0^{12} \\ \delta \underline{X}_d^{12} \\ \delta \underline{X}_i^{12} \\ \vdots \\ \delta \underline{X}_0^{(r-1)r} \\ \delta \underline{X}_d^{(r-1)r} \\ \delta \underline{X}_i^{(r-1)r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{n=1}^r \underline{X}_0^n \\ \sum_{n=1}^r \underline{X}_d^n \\ \sum_{n=1}^r \underline{X}_i^n \\ \underline{X}_0^1 - \underline{X}_0^2 \\ \underline{X}_d^1 - \underline{X}_d^2 \\ \underline{X}_i^1 - \underline{X}_i^2 \\ \vdots \\ \underline{X}_0^{r-1} - \underline{X}_0^r \\ \underline{X}_d^{r-1} - \underline{X}_d^r \\ \underline{X}_i^{r-1} - \underline{X}_i^r \end{pmatrix} \quad (12)$$

La matrice de transformation qui conduit à ce vecteur de grandeurs physiques s'écrit :

$$\mathcal{P}_{\mathcal{T}_{\Sigma\delta}}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_3 & \mathbb{I}_3 & \mathbb{I}_3 & \dots & \mathbb{I}_3 \\ \mathbb{I}_3 & -\mathbb{I}_3 & \mathbb{O}_3 & \dots & \mathbb{O}_3 \\ \mathbb{O}_3 & \mathbb{I}_3 & -\mathbb{I}_3 & \mathbb{O}_3 & \dots \\ \mathbb{O}_3 & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbb{O}_3 \\ \mathbb{O}_3 & \ddots & \mathbb{O}_3 & \mathbb{I}_3 & -\mathbb{I}_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Cette transformation a l'avantage de n'effectuer que des opérations élémentaires, sommes et soustractions, permettant ainsi d'utiliser des capteurs simples et robustes comme des transformateurs de courants.

Les deux transformations proposées sont équivalentes. Elles conduisent à la même diagonalisation de la matrice $\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}$. La différence se situe sur le nombre d'opérations nécessaires sur les vecteurs (courants ou tensions). La transformation utilisant $\mathcal{P}_{\mathcal{T}_{\Sigma\delta}}$ nécessite beaucoup moins d'opérations que celle utilisant $\mathcal{P}_{\mathcal{T}_r}$.

3. ÉTUDE DE LA SENSIBILITÉ DU CHANGEMENT DE BASE AUX VARIATIONS DE PARAMÈTRES

3.1. Modélisation de la sensibilité du changement de base

Dans ce paragraphe, nous allons étudier la sensibilité du changement de base vis-à-vis des variations des paramètres des deux transformations proposées. Ainsi, nous allons pouvoir remettre en cause les hypothèses précédentes, paragraphe 2.2. La matrice $\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}$ peut s'écrire pour tenir compte de ces variations par :

$$\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}} = \overline{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}} + \Delta \mathcal{L}_{\mathcal{MEF}} \quad (14)$$

$\overline{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}}$ correspond à la matrice inductance idéale et $\Delta \mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}$ contient les variations des paramètres. L'équation 10 devient :

$$\mathcal{D}_{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}} = \mathcal{P}_{\mathcal{T}_r}^{-1} * \mathcal{T}_{\mathcal{T}_3}^{-1} * \overline{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}} * \mathcal{T}_{\mathcal{T}_3} * \mathcal{P}_{\mathcal{T}_r} + \mathcal{P}_{\mathcal{T}_r}^{-1} * \mathcal{T}_{\mathcal{T}_3}^{-1} * \Delta \mathcal{L}_{\mathcal{MEF}} * \mathcal{T}_{\mathcal{T}_3} * \mathcal{P}_{\mathcal{T}_r} \quad (15)$$

On en déduit que :

$$\mathcal{D}_{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}}(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_r}) = \overline{\mathcal{D}_{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}}} + \Delta \mathcal{D}_{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}}(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_r}) \quad (16)$$

De même, cette même équation peut être écrite pour la seconde transformation :

$$\mathcal{D}_{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}}(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_{\Sigma\delta}}) = \overline{\mathcal{D}_{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}}} + \Delta \mathcal{D}_{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}}(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_{\Sigma\delta}}) \quad (17)$$

Pour comparer la sensibilité aux variations des paramètres, nous proposons un critère algébrique δ tel que :

$$\delta(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_x}) = \frac{\|\Delta \mathcal{D}_{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}}(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_x})\|_{max}}{L - N} \quad (18)$$

Avec $\mathcal{P}_{\mathcal{T}_x}$ vaut $\mathcal{P}_{\mathcal{T}_r}$ ou $\mathcal{P}_{\mathcal{T}_{\Sigma\delta}}$ selon la transformation. $L - N$ est la plus petite valeur des valeurs propres de $\overline{\mathcal{D}_{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}}}$ et $\|MAT\|_{max}$ la valeur maximale du module des éléments de la matrice. Ce critère permet de mesurer l'importance des variations d'inductance vis-à-vis de la valeur minimale des valeurs propres de la matrice non perturbée.

Cependant, ce critère ne permet pas de mesurer que la transformation de la matrice perturbée puisse ajouter des termes en dehors de la diagonale et donc, créée des couplages indésirables.

3.2. Modélisation de l'effet de la position dans l'entrefer des bobinages sur les inductances propres

Selon la position du bobinage par rapport à l'entrefer, l'inductance propre varie. Elle va aller d'une valeur maximale L_{min} proche de l'entrefer à une valeur L_{max} en haut de l'encoche. Ainsi, la matrice $\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}$ peut s'écrire :

$$\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_{max} & \mathcal{N} & \dots & \mathcal{N} \\ \mathcal{N} & \mathcal{L}_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathcal{N} \\ \mathcal{N} & \dots & \mathcal{N} & \mathcal{L}_{min} \end{bmatrix} = \overline{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}} + \Delta\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}} \quad (19)$$

Dans le cas présent nous allons nous intéresser à une variation des valeurs d'inductances ne concernant qu'un seul système triphasé, telle que :

$$\Delta\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}} = \begin{bmatrix} \mathcal{O}_3 & \mathcal{O}_3 & \dots & \mathcal{O}_3 \\ \mathcal{O}_3 & \mathcal{O}_3 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathcal{O}_3 \\ \mathcal{O}_3 & \dots & \mathcal{O}_3 & \Delta L \mathbb{I}_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Le ΔL correspond aux variations de l'inductance propre pour chaque bobinage fractionné en fonction de la position dans l'encoche et aux incertitudes sur la réalisation des bobinages (têtes de bobines ...). Ces variations peuvent s'écrire comme des fractions de l'inductance propre L . Ainsi, $\Delta L = \alpha L$.

Le calcul du critère $\delta(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_{\Sigma\delta}})$ donne :

$$\delta(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_{\Sigma\delta}}) = \frac{r-1}{r} \frac{\alpha}{\sigma} \quad (21)$$

Ce dernier résultat permet de lier le couplage entre les phases σ et les variations d'inductances α . Il est ainsi possible de prédire selon le niveau de couplage magnétique quelle tolérance on peut accorder à la réalisation des différentes inductances et de leur variation vis-à-vis de la position dans l'encoche.

Le calcul du critère dans le cas de la seconde transformation : $\delta(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_r})$ donne :

$$\delta(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_r}) = \frac{1}{r} \frac{\alpha}{\sigma} \quad (22)$$

La transformation basée sur la transformation de Fortescue permet d'obtenir une sensibilité plus faible aux variations des paramètres. Néanmoins, dans ce cas, cette transformation engendre plus de couplage entre les différents axes qu'une transformation de mode commun / mode différentiel.

3.3. Étude de la sensibilité pour une variation aléatoire de la matrice de perturbation sur la matrice des inductances

Dans ce paragraphe, nous allons nous intéresser à une variation aléatoire de la matrice symétrique $\Delta\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}$, c'est-à-dire que chaque élément de la matrice est tiré aléatoirement avec une loi de probabilité uniforme dans l'intervalle $[-\alpha L; \alpha L]$. De cette manière, il est possible de modéliser toutes les interactions entre les différentes composantes des matrices de changement de base et ainsi, de chercher la configuration la plus pénalisante du point de vue de la robustesse aux variations de paramètres. Le critère $\delta(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_x})$ défini dans l'équation 18 devient alors une variable aléatoire $\hat{\delta}(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_x})$ possédant une espérance $\mathbb{E}[\hat{\delta}(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_x})]$ et un écart type $\mathbb{S}[\hat{\delta}(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_x})]$.

Sur la figure 3 sont représentés les 2^{18} tirages aléatoires indépendants du critère $\hat{\delta}(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_{\Sigma\delta}})$ dans le cadre d'une machine fractionnée en trois sous-systèmes triphasés.

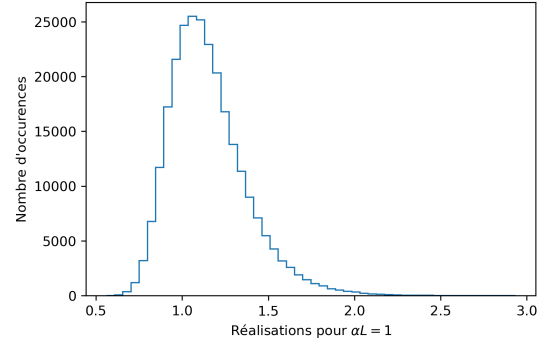


FIG. 3. Réalisations de la variable aléatoire $\hat{\delta}(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_x})$ pour un fractionnement en 3 sous bobines et 2^{18} tirages indépendants et pour une transformation en mode commun / mode différentiel.

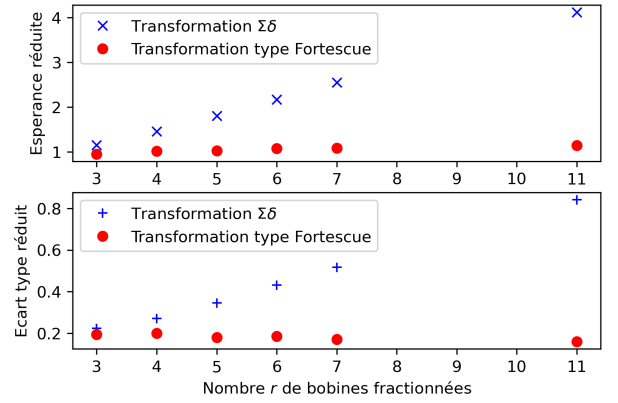


FIG. 4. Comparaison des espérances réduites $\mathbb{E}[\hat{\delta}(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_x})]/\frac{\alpha}{\sigma}$ et des écarts types réduits $\mathbb{S}[\hat{\delta}(\mathcal{P}_{\mathcal{T}_x})]/\frac{\alpha}{\sigma}$ pour les deux transformations proposées et pour différentes configurations de fractionnement.

À partir des résultats pour différents fractionnements en sous-systèmes triphasés et pour les deux transformations, il est possible de représenter les espérances mathématiques et les écarts types, figure 4.

La transformation en mode commun / mode différentiel $\Sigma\delta$ est plus sensible aux variations des paramètres, notamment lorsque le nombre de sous-systèmes triphasés augmente.

3.4. Étude de l'effet de disparité des résistances de phase

La résistance de phase est normalement un paramètre plus facile à contrôler par rapport à l'inductance, parce que nous pouvons régler la longueur des câbles pour rendre la résistance symétrique pour toutes les phases. Néanmoins, il peut toujours y avoir une disparité que nous n'arrivons pas à compenser à cause des contraintes de fabrication.

Soit la matrice $\mathcal{R} \in \mathbb{R}^3$, matrice des résistances pour un système triphasé, et une matrice des variations $\Delta\mathcal{R}$:

$$\mathcal{R} = \overline{\mathcal{R}} + \Delta\mathcal{R} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta R \end{bmatrix} \quad (23)$$

Si on applique la transformation de Fortescue, le terme ΔR apparaît dans tous les endroits de la matrice des variations transformée $\Delta\mathcal{D}_{\mathcal{R}}$. En pratique, nous utilisons la transformation de PARK pour avoir des grandeurs électriques continues, alors que la transformation de PARK apporte la position électrique du rotor θ_e dans la transformation. Si nous appliquons la transformation de PARK, les éléments de la matrice $\Delta\mathcal{D}_{\mathcal{R}}$ dépendent non seulement de ΔR mais aussi θ_e et $2\theta_e$.

Les termes diagonaux de la matrice $\Delta\mathcal{D}_R$ sont :

- $\frac{\Delta R}{3}(1 - \sin(\frac{\pi}{6} - 2\theta_e))$
- $\frac{\Delta R}{3}(1 + \sin(\frac{\pi}{6} - 2\theta_e))$
- $\frac{\Delta R}{3}$

Les termes non diagonaux sont :

- $\frac{\Delta R}{3} \cos(\frac{\pi}{6} - 2\theta_e)$
- $-\frac{\sqrt{2}\Delta R}{3} \sin(\frac{\pi}{6} + \theta_e)$
- $-\frac{\sqrt{2}\Delta R}{3} \cos(\frac{\pi}{6} + \theta_e)$

En conséquence, une ondulation dont la fréquence est deux fois la fréquence électrique peut apparaître sur la réponse. Il faut noter que ces ondulations ne sont pas liées au fractionnement, elles existent dans n'importe quel système triphasé déséquilibré si une transformation de PARK est appliquée.

4. COMPARAISON DE LA COMMANDE PROPOSÉE AVEC UNE COMMANDE DIAGONALISANT LA MATRICE INDUCTANCE

Dans ce chapitre, nous allons comparer la commande proposée $\Sigma\delta$ avec une commande diagonalisant directement la matrice d'inductance lorsque des variations de paramètres sont introduites. Les variations de paramètres considérées sont des disparités sur les valeurs des inductances propres et sur les inductances mutuelles qui varient selon la position des enroulements dans l'encoche. Les variations des termes résistifs seront également pris en compte.

4.1. Définition de la matrice de perturbation à partir de mesures expérimentales

Dans cette section, à partir des mesures des différentes inductances propres et mutuelles ainsi que les résistances, nous définissons la matrice des perturbations. La machine mesurée est une machine synchrone à double excitation[1], mais elle est équivalente à une machine synchrone à pôle lisse à aimant permanent, car nous ne faisons pas varier le courant d'excitation. En appliquant un courant sinusoïdal dans un enroulement à partir d'un amplificateur linéaire, nous pouvons calculer les résistances et les inductances propres respectivement par la puissance active et la puissance réactive, et nous pouvons calculer les inductances mutuelles par la tension induite dans la bobine secondaire et le courant dans la bobine primaire.

$$\begin{cases} R_x = \frac{P_x}{I_x^2} \\ L_x = \frac{Q_x}{\omega_e \cdot I_x^2} \\ M_{xy} = \frac{V_y}{I_x \cdot \omega_e} \end{cases} \quad (24)$$

R_x et L_x sont la résistance et l'inductance propre de la bobine primaire, M_{xy} est l'inductance mutuelle entre primaire et secondaire. Nous utilisons un wattmètre *GW INSTEK GPM-8213* pour mesurer la puissance active P_x et réactive Q_x ainsi que le courant I_x dans la bobine primaire ; nous utilisons un voltmètre *SOURCETRONIC ST1941* pour mesurer la tension ouverte induite dans la bobine secondaire V_y , la fréquence électrique est $200Hz$, qui correspond à la fréquence des courants pour le point de base en vitesse. I_x et V_y sont en valeurs efficaces.

Les inductances et résistances mesurées sont dans le repère naturel, nous pouvons ainsi calculer la valeur moyenne des paramètres du modèle : $\bar{L} = 397\mu H$, $\bar{M} = -124\mu H$, $\bar{N} = 384\mu H$ et $\bar{R} = 345m\Omega$. Ces quatre paramètres constituent notre modèle idéal, nous les comparons ensuite avec le modèle réel mesuré.

TABLEAU 1. Inductance d dans le repère $\Sigma\delta$ en μH

	Σ_d	δ_{12d}	δ_{23d}
Σ_d	1495 ± 31	6 ± 41	0 ± 41
δ_{12d}	4 ± 20	23 ± 28	5 ± 26
δ_{23d}	-2 ± 20	0 ± 26	13 ± 28

TABLEAU 2. Résistance d dans le repère $\Sigma\delta$ en $m\Omega$

	Σ_d	δ_{12d}	δ_{23d}
Σ_d	342 ± 11	-14 ± 15	-19 ± 15
δ_{12d}	-3 ± 7	331 ± 11	-3 ± 7
δ_{23d}	-8 ± 8	8 ± 8	352 ± 12

La machine a un niveau de fractionnement $r = 3$, donc la matrice des résistances et la matrice des inductances ont une dimension 9×9 dans le repère naturel. Pour simplifier la présentation du modèle réel, nous transformons la matrice des inductances mesurée $\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}}$ et la matrice des résistances mesurée $\mathcal{R}_{\mathcal{MEF}}$ dans le repère final en prenant en compte l'incertitude de mesure après la transformation. Seuls les paramètres de l'axe direct sont présentés dans les tableaux, car les valeurs sont identiques sur l'axe indirect, et l'axe homopolaire n'est pas exploité dans notre structure à neutre non-accessible. Le Tableau 1 montre les inductances sur l'axe direct avec ses incertitudes, et le Tableau 2 montre les résistances sur l'axe direct avec ses incertitudes.

À partir de cette mesure, nous définissons les matrices des perturbations dans le repère $\Sigma\delta$ sur l'axe direct : $\Delta\mathcal{D}_{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}d}}$ et $\Delta\mathcal{D}_{\mathcal{R}_{\mathcal{MEF}d}}$ sont les différences entre matrices mesurées et matrices idéales.

$$\begin{cases} \Delta\mathcal{D}_{\mathcal{L}_{\mathcal{MEF}d}} = \begin{bmatrix} 42 & 6 & 0 \\ 4 & -10 & 5 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mu H \\ \Delta\mathcal{D}_{\mathcal{R}_{\mathcal{MEF}d}} = \begin{bmatrix} 3 & -14 & -19 \\ -3 & 14 & -3 \\ -8 & 8 & -7 \end{bmatrix} m\Omega \end{cases} \quad (25)$$

4.2. Comparaison des dynamiques des différents contrôles

Dans cette section, nous allons comparer la dynamique de deux contrôles différents : le premier basé sur la transformation $\Sigma\delta$, le deuxième basé sur la commande par retour d'état à action intégrale.

Le logiciel utilisé pour la simulation est PLECS, car il permet de simuler l'onduleur et la machine CTAF. Trois onduleurs triphasés alimentent la machine, pilotés par une MLI sinusoïdale, dont la modulante est calculée par le système de contrôle-commande. Chaque enroulement de la machine CTAF est représenté par la mise en série d'une résistance et d'une inductance. Vu que les bobines sont magnétiquement couplées dans la machine CTAF, nous utilisons un bloc PLECS "mutual inductor" qui prend en compte toutes nos inductances propres et mutuelles L , M et N .

Le modèle de la machine CTAF utilisé dans PLECS prend en compte la matrice de perturbation présentée dans la section 4.1.

4.2.1. Commande PI dans le repère $\Sigma\delta$

La Figure 5 montre un schéma classique de la commande PI à retour unitaire. La consigne et la réponse sont des vecteurs de dimension 6 dans le repère, car les trois points neutres de la machine sont reliés, et l'axe homopolaire n'est pas commandable.

$$i_{\Sigma\delta} = [\Sigma i_d \ \Sigma i_q \ \delta i_d^{12} \ \delta i_q^{12} \ \delta i_d^{23} \ \delta i_q^{23}]^T \quad (26)$$

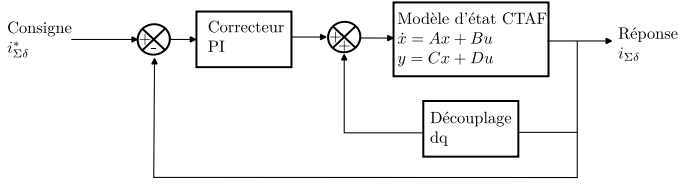


FIG. 5. Commande PI classique avec découplage des axes dq

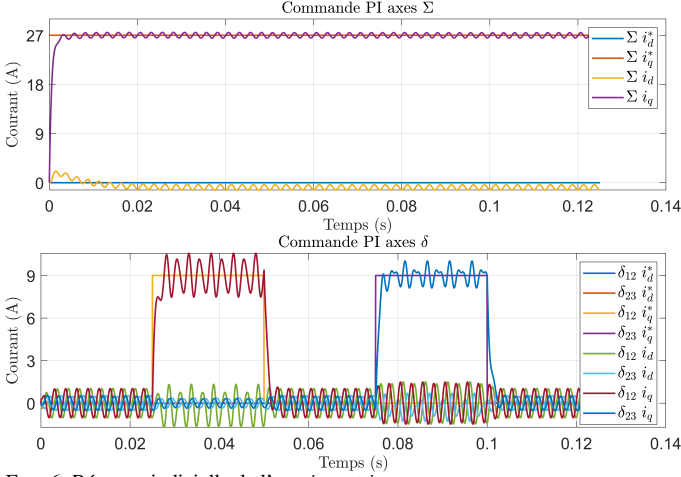


FIG. 6. Réponse indicielle de l'axe $i_{\Sigma q}$ et $i_{\delta q}$

Le couplage est lié à la transformation de PARK sur la matrice des inductances, si on prend l'exemple d'une machine synchrone triphasée conventionnelle, l'équation électrique s'écrit comme :

$$(u(t)) = [R] \cdot (i(t)) + [L] \cdot \frac{d(i(t))}{dt} + (e(t)) \quad (27)$$

Après la transformation de PARK sur les vecteurs $u(t)$, $i(t)$ et $e(t)$, cette équation devient :

$$(u_{dqo}) = ([R_{dqo}] + \omega_e \cdot [L_{dqo}] \cdot [Q_{\frac{\pi}{2}}]) \cdot (i_{dqo}) + [L_{dqo}] \cdot \frac{d(i_{dqo})}{dt} + (e_{dqo}) \quad (28)$$

avec $Q_{\frac{\pi}{2}}$ la matrice de couplage entre l'axe d et q, qui ressemble à une matrice de rotation antihoraire autour de l'axe o $R_{\frac{\pi}{2}}$:

$$Q_{\frac{\pi}{2}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Avec le bloc "découplage dq", nous utilisons une valeur L_{Σ} et L_{δ} pour compenser le couplage apporté par la matrice $Q_{\frac{\pi}{2}}$. Le découplage n'est pas parfait parce qu'il y a une dissymétrie entre les axes dq et les axes $\delta_{12}\delta_{23}$, et donc les inductances propres de ces axes ne sont pas identiques.

Nous appliquons une consigne dans le repère $\Sigma\delta$ avec la commande PI : à $t = 0s$, $\Sigma i_q^* = 27A$ pour imposer un couple constant de la machine CTAF, car en autopilotage, le couple est proportionnel à Σi_q ; à $t = 0.025s$, δi_q^{12*} devient $9A$ pour avoir une contribution différente entre le sous-système 1 et 2, δi_q^{12*} revient à $0A$ à $t = 0.05s$; à $t = 0.075s$, δi_q^{23*} devient $9A$ pour avoir une contribution différente entre le sous-système 2 et 3, δi_q^{23*} revient à $0A$ à $t = 0.1s$.

La figure 6 présente l'évolution des courants sur l'axe Σ et δ . La mesure suit bien la commande, mais une ondulation de fréquence 400 Hz, soit deux fois la fréquence électrique, apparaît.

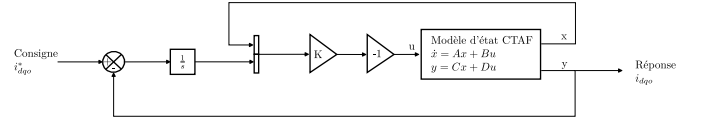


FIG. 7. Commande par retour d'état à action intégrale

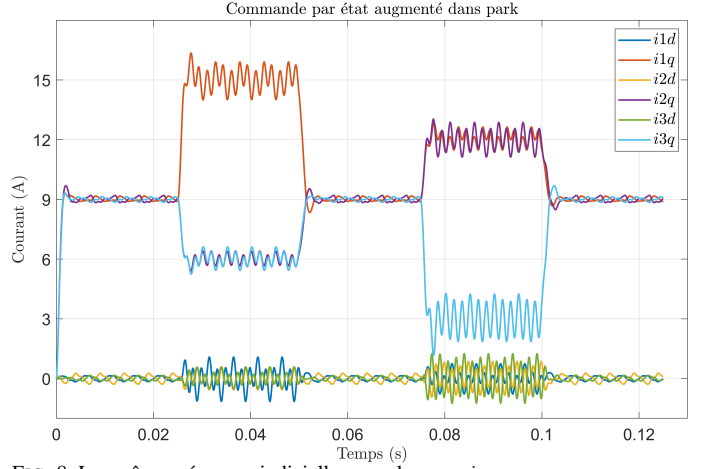


FIG. 8. Les mêmes réponses indicelles pour les axes i_q

Cette ondulation n'apparaît pas lorsqu'il n'y a pas de disparité dans la matrice d'impédance, et s'observe en revanche sur le banc expérimental. Cette ondulation est donc une conséquence des disparités des valeurs dans la matrice, qui compromet la diagonalisation du système.

4.2.2. Commande par retour d'état à action intégrale dans le repère de PARK

Dans le but de mieux prendre en compte les disparités de couplage et les variations de paramètres du système, choisir le formalisme de la représentation d'état paraît intéressant, car il est particulièrement adapté aux systèmes MIMO (Multiple Input Multiple Output). La commande par retour d'état consiste à placer les pôles en boucle fermée directement dans le repère de Park. Il existe différentes méthodes pour choisir les pôles, permettant d'augmenter la robustesse de la commande ou de se rapprocher d'une commande optimale (e.g. LQR, H_{∞} , μ -analyse). La commande par retour d'état est appliquée dans ce paragraphe en identifiant le système à un second ordre, et en imposant un amortissement et une pulsation de coupure à la même vitesse que l'axe Σ de la commande PI.

Le modèle d'état de la machine s'obtient par l'équation 28 :

$$\frac{d(i_{dqo})}{dt} = -[L_{dqo}^{-1}] \cdot ([R_{dqo}] + p \cdot \Omega \cdot [L_{dqo}] \cdot [R_{\frac{\pi}{2}}]) \cdot (i_{dqo}) + [L_{dqo}^{-1}] \cdot ((u_{dqo}) - (e_{dqo})) \quad (30)$$

Les matrices du modèle d'état sont les suivantes :

$$\begin{aligned} [A] &= -[L_{dqo}^{-1}] \cdot ([R_{dqo}] + \omega_e \cdot [L_{dqo}] \cdot [R_{\frac{\pi}{2}}]) & [B] &= [L_{dqo}^{-1}] \\ [C] &= [\mathcal{I}_9] & [D] &= [\mathcal{O}_9] \end{aligned} \quad (31)$$

Néanmoins, la commande par retour d'état simple ne comportant pas de terme intégral, ce qui ne permet donc pas de rejeter les perturbations, nous choisissons d'implémenter un retour d'état à action intégral, construit avec un système augmenté, c'est-à-dire en ajoutant le vecteur d'erreur au vecteur d'état :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{dqo} \\ e_{dqo} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & \mathcal{O}_9 \\ -C & \mathcal{O}_9 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_{dqo} \\ e_{dqo} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ \mathcal{O}_9 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \mathcal{O}_9 \\ \mathcal{I}_9 \end{bmatrix} i_{dqo}^* \quad (32)$$

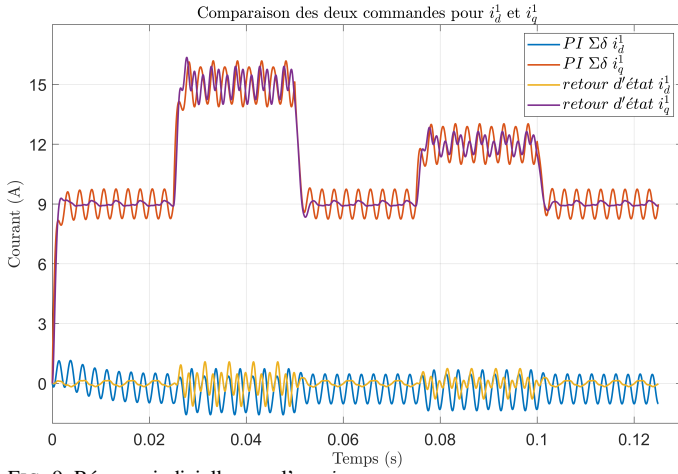


FIG. 9. Réponse indicielle pour l'axe i_q

Comme le modèle du système augmenté dépend de l'angle θ_e , 1000 matrices de correcteur $K(\theta_e)$ sont précalculées pour $\theta_e \in [0, 2\pi]$. Par conséquent, cette méthode est très coûteuse en temps de calcul. Des pistes d'amélioration consistent à choisir des pôles invariants dans le temps avec des méthodes plus robustes.

La même consigne que la commande PI est utilisée, cette consigne est traduite dans le repère dq pour exploiter la commande par retour d'état. La figure 8 présente l'évolution des courants, asservis par la commande par retour d'état.

En comparant les deux commandes dans le repère dq pour le sous-système 1, nous avons les résultats dans la figure 9, les ondulations à la fréquence $2\omega_e$ de la commande par retour d'état sont plus faibles d'un facteur 75% lorsque nous demandons un courant Σ . Mais les ondulations sont seulement plus faibles d'un facteur 20% lorsque nous demandons un courant δ . Globalement le retour d'état présente une meilleure performance du rejet de variation.

Ce résultat permet de diminuer les ondulations du couple mécanique de la machine, ce qui permet d'augmenter la durée de vie des articulations mécaniques et de l'arbre de la machine.

5. CONCLUSION

Cet article pose un cadre théorique permettant d'évaluer la robustesse de la transformation permettant le pilotage de la machine à partir des modes communs et modes différentiels entre les différents sous-systèmes triphasés fractionnés, en considérant une dispersion des valeurs des inductances. La robustesse de cette transformation est ainsi comparée à une transformation qui diagonaliserait directement la matrice des inductances.

Une étude sur l'impact de la disparité des résistances est ensuite présentée. Cette disparité est à l'origine d'une ondulation de courant/couple parasite, non asservie par une stratégie $\Sigma\delta$. Enfin, une commande par retour d'état à action intégrale est envisagée pour résoudre le problème précédent. Cette commande offre plus de degrés de liberté et permet théoriquement de mieux découpler les axes. Des pistes d'amélioration, à partir de ce dernier point, sont à l'étude, dans le but de synthétiser une commande sans ondulation, robuste, et implémentable.

6. RÉFÉRENCES

- [1] Cizeron, A., Ojeda, J., Monmasson, E., et Béthoux, O., "Control of a Segmented Three-Phase Synchronous Motor With Highly Coupled Subwindings.", IEEE Transactions on Industrial Electronics, 70(5), 4405-4415, 2022.
- [2] Ben Ahmed, H., Béthoux, O., Cizeron, A., Hoang, E., Juton, A. et al., Les enjeux du concept CTAF : Chaîne de Traction à Alimentation Fractionnée. Symposium de génie électrique, 2021.

- [3] Scullier, F., Semail, E. et Charpentier, J.F., "General modeling of the windings for multi-phase ac machines-Application for the analytical estimation of the mutual stator inductances for smooth air gap machines.", The European Physical Journal Applied Physics, 50(3), 31102, 2010.
- [4] Semail, E., Bouscayrol, A. et Hautier, J. P., "Vectorial formalism for analysis and design of polyphase synchronous machines.", The European physical journal-applied physics, 22(3), 207-220, 2003.
- [5] Hoang, E. et Labouré, E., "Machine électrique alimentée en basse tension et chaîne de traction multicellulaire associée.", 23 août 2018, WO2018149996
- [6] Levi, E., "Advances in converter control and innovative exploitation of additional degrees of freedom for multiphase machines.", IEEE Transactions on Industrial Electronics, 63(1), 433-448, 2016.
- [7] Wang, J., Li, Y. et Han, Y., "Integrated Modular Drive Design With GaN Power FETs.", IEEE Transactions on Industry Applications, 51(4), 3198-3207, 2015.
- [8] Sala, G., Valente, G., Nardo, M. D., Degano, M., Zanchetta, P. et Gerada, C., "Power-Sharing Control in Bearingless Multi-Sector and Multi-Three-Phase Permanent Magnet Machines.", IEEE Transactions on Industrial Electronics, 68(10), 9070-9080, 2021.
- [9] Verkroost, L., Van Damme, J., Bozalakov, D. V., De Belie, F., Sergeant, P. et Vansompel, H., "Simultaneous DC-Link and Stator Current Ripple Reduction with Interleaved Carriers in Multiphase Controlled Integrated Modular Motor Drives.", IEEE Transactions on Industrial Electronics, 68(7), 5616-5625, 2021.
- [10] Cizeron, A., Ojeda, J., Labouré, E. et Béthoux, O., "Prediction of PWM-induced current ripple in subdivided stator windings using admittance analysis.", Energies, 12(23), 4418, 2019.
- [11] Raherimihaja, H. J., Zhang, Q., Xu, G. et Zhang, X., "Integration of Battery Charging Process for EVs into Segmented Three-Phase Motor Drive with V2G-Mode Capability.", IEEE Transactions on Industrial Electronics, 68(4), 2834-2844, 2021.
- [12] Rubino, S., Dordevic, O., Armando, E., Bojoi, I. R. et Levi, E., "A Novel Matrix Transformation for Decoupled Control of Modular Multiphase PMSM Drives.", IEEE Transactions on Power Electronics, 36(7), 8088-8101, 2021.
- [13] Lin, C. C. et Tzou, Y. Y., "An innovative multiphase PWM control strategy for a PMSM with segmented stator windings.", Conference Proceedings - IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC, 270-275, 2015.
- [14] Hsu, H. H., et Tzou, Y. Y., "FPGA control and implementation of a multiphase-interleaved PWM inverter for a segmented PMSM.", Proceedings of the International Conference on Power Electronics and Drive Systems, 224-230, 2015.
- [15] Jiang, D., Liu, K., Liu, Z., Wang, Q., He, Z. et Qu, R., "Four-Module Three-Phase PMSM Drive for Suppressing Vibration and Common-Mode Current.", IEEE Transactions on Industry Applications, 57(5), 4874-4883, 2021.
- [16] Wu, G., Huang, S., Wu, Q., Rong, F., Zhang, C. et Liao, W., "Robust Predictive Torque Control of Nx3-Phase PMSM for High-Power Traction Application.", IEEE Transactions on Power Electronics, 35(10), 10799-10809, 2020.
- [17] Wang, X., Sala, G., Zhang, H., Gu, C., Buticchi, G., Formentini, A., Gerada, C. et Wheeler, P., "Torque Ripple Reduction in Sectorized Multi Three-Phase Machines Based on PWM Carrier Shift.", IEEE Transactions on Industrial Electronics, 67(6), 4315-4325, 2020.
- [18] Zhang, H., Giangrande, P., Sala, G., Xu, Z., Hua, W., Madonna, V., Gerada, D. et Gerada, C., "Thermal Model Approach to Multisector Three-Phase Electrical Machines.", IEEE Transactions on Industrial Electronics, 68(4), 2919-2930, 2021.
- [19] Zhang, Q., Raherimihaja, H. J., Xu, G. et Zhang, X., "Design and Performance Analysis of Segmented Three-Phase IPMSM for EVs Integrated Battery Charger.", IEEE Transactions on Industrial Electronics, 68(10), 9114-9124, 2021.