

# Modélisation des machines à bobinage asymétrique par réduction d'une configuration symétrique

Franck SCUILLER

Institut de Recherche de l'École Navale

**RESUME** – Les machines polyphasées à bobinage asymétrique peuvent être alimentées par plusieurs convertisseurs statiques indépendants, au bénéfice de la fiabilité fonctionnelle. Le contrôle de ces systèmes asymétriques étant plus complexe (et assez peu documenté, excepté pour la configuration double-étoile triphasée), cet article détaille une modélisation vectorielle des systèmes asymétriques exploitant leur équivalence avec un système symétrique (où les phases en opposition diamétrale sont connectées en anti-série). L'image par l'application linéaire de connexion des composantes de Fortescue d'ordre impair définit une base propre pour l'application décrivant le couplage magnétique inter-phase du système asymétrique (si la saillance est négligeable). Cette équivalence permet la définition systématique d'un schéma de contrôle et une meilleure maîtrise du comportement de la machine si des étoiles sont éteintes.

**Mots-clés** – Machine polyphasée, double-étoile, asymétrique, symétrique, bobinage.

## 1. INTRODUCTION

En conversion électromécanique, l'augmentation du nombre de phases améliore la répartition de puissance, la qualité du couple, la fiabilité fonctionnelle, la caractéristique couple/vitesse et l'aptitude au contrôle sans capteur. Pour le bobinage, la configuration symétrique  $N$ -phase présente des axes de phase régulièrement répartis le long de l'induit. La configuration asymétrique  $s \times N^*$ -phase peut alors être vue comme la superposition de  $s$  bobinages symétriques  $N^*$ -phase, décalés d'un angle  $\pi/(sN^*)$  radians électriques : le système asymétrique  $s \times N^*$ -phase est donc équivalent à un système symétrique  $2s \times N^*$ -phase où les phases en opposition diamétrale sont virtuellement en anti-série [1]. Avantagusement, cette configuration divise par deux le nombre de bornes d'alimentation [2]. En traction automobile ou propulsion navale, les contraintes de fiabilité et de modularité pourraient être satisfaites avec des machines polyphasées asymétriques, dite multi-étoiles. Si la modélisation de la structure double étoile triphasée ( $2 \times 3$ -phase) est très documentée [3, 4], tel n'est pas le cas de la configuration asymétrique à nombre de phases quelconque, analysée dans la suite comme la réduction d'un système symétrique. La méthode proposée est proche de celle reposant sur l'analyse des propriétés des bobinages non pas sur deux pas polaires mais sur un pas polaire, ce qui définit la configuration semi-symétrique équivalente [5, 6, 1]. Cependant, l'approche ici détaillée se concentre sur les bobinages asymétriques résultant de la réduction d'une configuration symétrique équivalente à nombre de phases nécessairement pair. C'est par analyse vectorielle et introduction d'une application linéaire réduisant le système symétrique à nombre de phases pair en un système semi-symétrique que des propriétés originales sont mises en évidence, notamment pour gérer la connexion/déconnexion des étoiles du système asymétrique. La première partie de l'article formalise l'équivalence entre systèmes asymétriques et systèmes symétriques par analyse vectorielle. La seconde partie applique les résultats sur des systèmes asymétriques à deux et trois étoiles, en exposant des stratégies de déconnexion/reconnexion d'étoiles originales.

## 2. ÉQUIVALENCE ENTRE SYSTÈMES ASYMÉTRIQUE ET SYMÉTRIQUE

### 2.1. Nomenclature

Le nombre de phases des systèmes asymétrique et symétrique sont notés respectivement  $N'$  et  $N = 2N'$ . Généralement, le bobinage asymétrique est divisé en  $s$  étoiles (bobinages identiques alimentés indépendamment) à nombre de phases noté  $N^*$  (normalement un nombre impair, plutôt premier, typiquement 3). Le tableau 1 illustre cette correspondance pour les systèmes asymétrique 6-phase et 15-phase. Afin d'éviter toute ambiguïté, il est recommandé de nommer le système asymétrique  $N'$ -phasé système asymétrique  $s \times N^*$ -phasé. Par exemple, un système asymétrique 15-phase (équivalent à un système symétrique 30-phase) peut être un système  $5 \times 3$ -phase ou  $3 \times 5$ -phase.

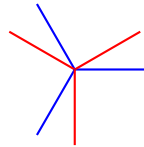
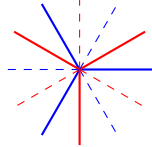
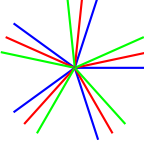
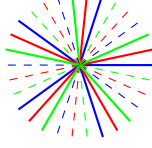
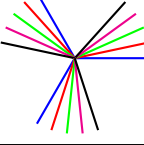
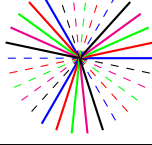
Asymétrique	Symétrique
$N' = 6$ $(s, N^*) = (2, 3)$ 	$N = 12$ 
$N' = 15$ $(s, N^*) = (3, 5)$ 	$N = 30$ 
$N' = 15$ $(s, N^*) = (5, 3)$ 	$N = 30$ 

TABLEAU 1. Système asymétrique 6-phase et 15-phase et leurs correspondants symétriques

### 2.2. Principe de la réduction

En raison de la connexion anti-série, le courant  $i'_n$  de la phase  $n$  du système asymétrique à  $s$  étoiles est le courant de la phase  $r(n, s)$  du système symétrique correspondant, noté  $i_{r(n, s)}$  ( $r$  étant la fonction faisant correspondre numérotations symétrique et asymétrique) :

$$\forall n \in [0..N' - 1] \quad i'_n = i_{r(n, s)} \quad (1)$$

Généralement, le passage de la numérotation asymétrique vers la numérotation symétrique dépend du nombre d'étoiles  $s$  et peut s'exprimer de la façon suivante (où  $[x]$  est la partie entière de  $x$ ) :

$$r(k, s) = k + s[k/s] \quad (2)$$

Le flux  $\Lambda'_n$  de la phase  $n$  du système asymétrique à  $s$  étoiles s'exprime en fonction des flux  $\Lambda_m$  du système symétrique d'origine :

$$\forall n \in [0..N' - 1] \quad \Lambda'_n = \Lambda_{r(n,s)} - \Lambda_{\text{mod}(r(n,s)+N',N)} \quad (3)$$

La figure 1 illustre cette équivalence pour le cas usuel d'un système asymétrique 2×3-phase ( $s = 2$  et  $N^* = 3$ ). Si  $m_{n,k}$  ( $m'_{n,k}$  respectivement) est l'inductance mutuelle entre les phases  $n$  et  $k$  du système symétrique (asymétrique respectivement), de (1) et (3) il résulte :

$$\begin{aligned} \forall n \in [0..N' - 1] \\ \Lambda'_n = \sum_{k=0}^{N'-1} 2 \underbrace{\left( m_{r(n,s),r(k,s)} - m_{\text{mod}(r(n,s)+N',N),r(k,s)} \right)}_{=m'_{n,k}} i'_k \end{aligned} \quad (4)$$

En somme, les relations (1) et (3) définissent fondamentalement la réduction d'un système symétrique (avec un nombre pair de phases) en un système asymétrique équivalent.

### 3. MODÉLISATION VECTORIELLE DE LA RÉDUCTION

#### 3.1. Application linéaire de réduction

La réduction du système symétrique vers le système asymétrique est représenté par une application linéaire  $\mathcal{S}$ , supposant l'introduction de deux espaces vectoriels  $\mathcal{E}^N$  et  $\mathcal{E}^{N'}$ , respectivement associés aux systèmes symétrique et asymétrique :

$$\begin{aligned} \mathcal{S} : \mathcal{E}^N &\longrightarrow \mathcal{E}^{N'} \\ \overrightarrow{x^N} &\longmapsto \overrightarrow{y^{N'}} = \mathcal{S}(\overrightarrow{x^N}) \end{aligned} \quad (5)$$

Chaque espace vectoriel est muni d'une base naturelle orthonormée  $\mathbf{B}^M$  (où  $\overrightarrow{b_m^M}$  est un vecteur de base). L'application linéaire  $\mathcal{S}$  peut être décrite par la matrice  $[S]$  définie ci-après :

$$[S] = \text{mat}(\mathcal{S}, \mathbf{B}^N, \mathbf{B}^{N'}) = (s_{k,m})_{(k,m) \in [0..N'-1] \times [0..N-1]} \quad (6)$$

Concrètement, le coefficient  $s_{k,m}$  de la matrice  $[S]$  indique les phases du bobinage symétrique qui sont connectées en anti-série pour former le bobinage asymétrique. Ces coefficients peuvent être précisément calculés à partir de la fonction  $r$  faisant correspondre les numérotations des phases des systèmes symétrique et asymétrique (2) :

$$\begin{aligned} \forall (k, m) \in [0..N'] \times [0..N] \\ s_{k,m} = \begin{cases} 1 & \text{si } m = r(k, s) \\ -1 & \text{si } m = \text{mod}(r(k, s) + N', N) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

Si  $\mathcal{M}_{ss}$  et  $\mathcal{M}'_{ss}$  sont les applications linéaires décrivant le couplage magnétique inter-phase pour les systèmes symétrique et asymétrique respectivement, les matrices d'inductances correspondantes dans les bases naturelles ( $[M_{ss}]$  et  $[M'_{ss}]$  respectivement) vérifient les relations suivantes :

$$[M_{ss}] = \text{mat}(\mathcal{M}_{ss}, \mathbf{B}^N, \mathbf{B}^N) = (m_{n,k})_{(n,k) \in [0..N]^2} \quad (8)$$

$$[M'_{ss}] = \text{mat}(\mathcal{M}'_{ss}, \mathbf{B}^{N'}, \mathbf{B}^{N'}) = [S][M_{ss}][S]^T \quad (9)$$

En particulier, la relation (9) permet de retrouver les inductances du système asymétrique mises en évidence dans (4) :

$$[M'_{ss}] = [S][M_{ss}][S]^T = (m'_{n,k})_{(n,k) \in [0..N']^2} \quad (10)$$

#### 3.2. Base de découplage pour le système symétrique

La base de Fortescue  $\mathbf{F}^N$  (ou base des séquences) peut être utilisée pour exprimer les grandeurs polyphasées :

$$\mathbf{F}^N = \left\{ \overrightarrow{f_0^N} \dots \overrightarrow{f_u^N} \dots \overrightarrow{f_{N-1}^N} \right\}, \quad \overrightarrow{f_u^N} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j \frac{2\pi}{N} un} \overrightarrow{b_n^N} \quad (11)$$

Il est à noter que les vecteurs de Fortescue sont conjugués deux à deux :

$$\overrightarrow{f_u^N} = \left( \overrightarrow{f_{N-u}^N} \right)^* \quad (12)$$

Cette propriété de conjugaison est utilisée pour définir la base de Clarke, base orthogonale à coefficients réels :

$$\begin{aligned} \forall u \in \left[ 1.. \frac{N-2+\text{mod}(N,2)}{2} \right] \quad \overrightarrow{f_u^N} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \left( \overrightarrow{\alpha_u^N} + j \overrightarrow{\beta_u^N} \right) \\ \forall u \in \left\{ 0, \frac{N}{2} \right\} \cap \mathbb{N} \quad \overrightarrow{f_u^N} &= \sqrt{\frac{2}{N}} \overrightarrow{z_u^N} \end{aligned} \quad (13)$$

Si la machine est à bobinage symétrique et de saillance négligeable, les vecteurs de Fortescue sont propres pour l'application linéaire décrivant le couplage magnétique inter-phase  $\mathcal{M}_{ss}$  [7]. Si  $L_{s,k}$  désigne l'inductance cyclique d'ordre  $k$  pour le système symétrique, cette propriété s'écrit :

$$\forall k \in [0..N-1] \quad \mathcal{M}_{ss} \left( \overrightarrow{f_k^N} \right) = L_{s,k} \overrightarrow{f_k^N} \quad (14)$$

Si le nombre de phases  $N$  du système symétrique est pair, l'ensemble des espaces propres est composé de 2 droites propres et de  $N/2 - 1$  plans propres. En notant  $\mathcal{E}_k^N$  l'espace propre associé à l'inductance cyclique  $L_{s,k}$ , il vient :

$$\mathcal{E}_k^N = \begin{cases} \text{vect} \left\langle \overrightarrow{f_k^N} \right\rangle & \text{si } k \in \{0, N/2\} \\ \text{vect} \left\langle \overrightarrow{f_k^N}, \overrightarrow{f_{N-k}^N} \right\rangle & \text{si } k \in [1..N/2-1] \end{cases} \quad (15)$$

Physiquement, les sous-espaces propres peuvent être assimilés à des machines fictives magnétiquement découplées mais mécaniquement couplées [7]. Ainsi la machine à nombre  $N$  de phases pair peut être décomposée en :

- 2 machines homopolaires basées sur les droites  $\mathcal{E}_0^N$  et  $\mathcal{E}_{N/2}^N$  d'inductances cycliques  $L_{s,0}$  et  $L_{s,N/2}$ ,
- $N/2 - 1$  machines diphasées basées sur les plans  $\mathcal{E}_k^N$  d'inductances cycliques  $L_{s,k} = L_{s,N-k}$ .

De plus, la saillance rotorique étant négligeable, chaque machine fictive est sensible à une série d'harmoniques électriques spécifiques listées par  $F_k$  pour la machine d'ordre  $k$  :

$$F_k = |k \pm \mathbb{Z}N| \quad (16)$$

Cette décomposition permet de déduire un schéma de contrôle en courant pour les machines à bobinage symétrique. Le courant de la machine fictive diphasée d'ordre  $k$  est régulé dans un repère tournant  $\left\{ \overrightarrow{d_k^N}, \overrightarrow{q_k^N} \right\}$ , obtenu depuis le repère de Clarke  $\left\{ \overrightarrow{\alpha_k^N}, \overrightarrow{\beta_k^N} \right\}$  par rotation d'angle  $k\theta_e$  ( $\theta_e$  est l'angle électrique).

#### 3.3. Base de découplage pour le système asymétrique

Si le bobinage est asymétrique, la base de Fortescue (d'ordre  $N'$ ) n'est pas propre pour l'application linéaire décrivant le couplage magnétique inter-phase  $\mathcal{M}'_{ss}$ . Cependant, calculer l'image des composantes de Fortescue d'ordre  $N$  par l'application de

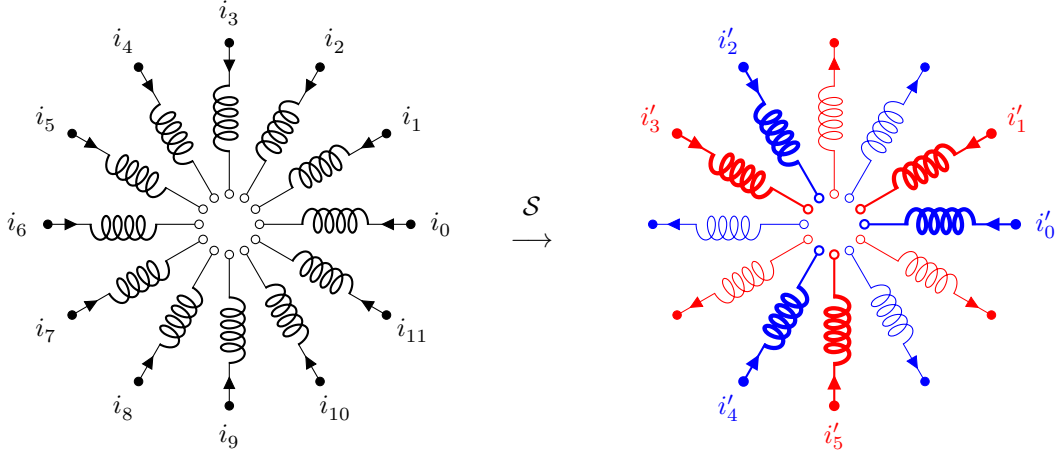


FIG. 1. Passage d'un système symétrique 12-phase ( $N = 12$ ) vers un système asymétrique  $2 \times 3$ -phase  $((N', s, N^*) = (6, 2, 3))$

connexion  $\mathcal{S}$  montre que seules les séquences d'ordre impair sont transmises (les ordres pairs sont dans le noyau de  $\mathcal{S}$ , donc effacés) :

$$\ker \mathcal{S} = \left\{ \overrightarrow{f_{2u}^N}, u \in [0..N'] \right\} \quad (17)$$

$$\text{im } \mathcal{S} = \left\{ \mathcal{S} \left( \overrightarrow{f_{2u+1}^N} \right), u \in [0..N'] \right\} \quad (18)$$

Depuis (18), il est possible de définir une nouvelle base ortho-normale pour le système asymétrique :

$$\mathbf{F}^{N'} = \left\{ \overrightarrow{f_0^{N'}} \dots \overrightarrow{f_k^{N'}} \dots \overrightarrow{f_{N'-1}^{N'}} \right\}, \overrightarrow{f_k^{N'}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathcal{S} \left( \overrightarrow{f_{2k+1}^{2N'}} \right) \quad (19)$$

Il est à noter que cette base apparaît dans [6] en tant que base modifiée de Fortescue. Dans la suite, cette base est appelée base de pseudo-Fortescue ou base des composantes asymétriques. La relation (19) et la propriété de conjugaison (12) permettent d'établir la relation de conjugaison suivante pour les vecteurs de pseudo-Fortescue :

$$\overrightarrow{f_k^{N'}} = \left( \overrightarrow{f_{N'-1-k}^{N'}} \right)^* \quad (20)$$

L'expression du vecteur de pseudo-Fortescue dans la base naturelle peut être précisée avec (19) et (11) pour un nombre d'étoiles  $s$  donné (2) :

$$\overrightarrow{f_k^{N'}} = \frac{1}{\sqrt{N'}} \sum_{n=0}^{N'-1} e^{j \frac{\pi}{N'} r(n,s)(2k+1)} \overrightarrow{b_n^{N'}} \quad (21)$$

Il peut être démontré que les vecteurs de pseudo-Fortescue constituent une base propre pour l'application linéaire  $\mathcal{M}'_{ss}$  et que les valeurs propres associées (définissant les inductances dites acycliques  $L'_{s,k}$ ) s'expriment simplement en fonction des inductances cycliques  $L_{s,k}$  du système symétrique associé :

$$\forall k \in [0..N'-1] \quad \mathcal{M}'_{ss} \left( \overrightarrow{f_k^{N'}} \right) = \underbrace{2L_{s,2k+1}}_{=L'_{s,k}} \overrightarrow{f_k^{N'}} \quad (22)$$

(20) et (22) permettent de montrer les appariements suivants pour les inductances acycliques  $L'_{s,k}$  :

$$\forall k \in [0..N'-1] \quad L'_{s,k} = L'_{s,N'-1-k} \quad (23)$$

Finalement, l'application linéaire de couplage inter-phase  $\mathcal{M}'_{ss}$  admet  $(N' - \text{mod}(N', 2))/2$  plans propres :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_k^{N'} &= \text{vect} \left\langle \overrightarrow{f_k^{N'}}, \overrightarrow{f_{N'-1-k}^{N'}} \right\rangle \\ &= \text{vect} \left\langle \mathcal{S} \left( \overrightarrow{f_{2k+1}^{2N'}} \right), \mathcal{S} \left( \overrightarrow{f_{2N'-(2k+1)}^{2N'}} \right) \right\rangle \end{aligned} \quad (24)$$

Et, si  $N'$  est impair,  $\mathcal{M}'_{ss}$  admet également une droite propre :

$$\mathcal{E}_{\frac{N'-1}{2}}^{N'} = \text{vect} \left\langle \overrightarrow{f_{\frac{N'-1}{2}}^{N'}} \right\rangle = \text{vect} \left\langle \mathcal{S} \left( \overrightarrow{f_{\frac{N'}{2}}^{2N'}} \right) \right\rangle \quad (25)$$

La relation (20) de conjugaison permet, comme pour le système symétrique, de construire une base de Clarke pour le plan propre  $\mathcal{E}_k^{N'}$  :

$$\begin{aligned} \forall k \in \left[ 0.. \frac{N' - \text{mod}(N', 2)}{2} - 1 \right] \\ \overrightarrow{f_k^{N'}} = \frac{1}{\sqrt{N'}} \left( \overrightarrow{\alpha_k^{N'}} + j \overrightarrow{\beta_k^{N'}} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

Résumée par (24) et (25), la correspondance entre les espaces propres du système symétrique à  $2N'$  phases et ceux du système asymétrique à  $N'$  phases permet de déduire un schéma de contrôle systématique pour le système asymétrique. Pour le plan propre  $\mathcal{E}_k^{N'}$ , associé à l'inductance acyclique  $L'_{s,k}$ , la stratégie consiste à exprimer tensions et courants dans un repère tournant (de Park) obtenu par rotation du repère de Clarke  $\left\{ \overrightarrow{\alpha_k^{N'}}, \overrightarrow{\beta_k^{N'}} \right\}$  d'un angle à définir, par exemple  $k\theta_e$ .

### 3.4. Exploitation des correspondances entre espaces propres

La tableau 2 applique cette correspondance pour la réduction d'un système symétrique 12-phase en un système asymétrique 6-phase. Le nombre de phases asymétriques étant pair, seuls des plans propres caractérisent le système asymétrique. En particulier le plan  $\mathcal{E}_2^{N'}$ , image du plan  $\mathcal{E}_5^{12}$ , peut être contrôlé :

- soit par rotation d'un angle  $5\theta_e$ ,
- soit par rotation d'un angle  $-\theta_e$ , ce qui définit le repère anti-synchrone.

Avec la première option, les harmoniques temporels d'ordre 5 sont démodulés et deviennent constants. Avec la seconde option, les harmoniques 5 et 7 (notamment) sont groupés dans un signal ondulatoire à 12 fois la fréquence d'alimentation, ce qui peut faciliter leur élimination par la régulation en courant (par un filtre résonant par exemple). Cette seconde option est en fait assez classique [4, 8].

$\mathcal{E}_n^{12}$	$\mathcal{E}_n^{16}$	Angle
vect $\langle \vec{f}_1^{12}, \vec{f}_{11}^{12} \rangle$	vect $\langle \vec{f}_0^{16}, \vec{f}_5^{16} \rangle$	$\theta_e$ (fondamental)
vect $\langle \vec{f}_3^{12}, \vec{f}_9^{12} \rangle$	vect $\langle \vec{f}_1^{16}, \vec{f}_4^{16} \rangle$	$3\theta_e$
vect $\langle \vec{f}_5^{12}, \vec{f}_7^{12} \rangle$	vect $\langle \vec{f}_2^{16}, \vec{f}_3^{16} \rangle$	$5\theta_e$ ou $-\theta_e$

TABLEAU 2. Correspondance des espaces propres des systèmes symétrique 12-phase et asymétrique 6-phase

La tableau 3 traite de la réduction d'un système symétrique 30-phase en un système asymétrique 15-phase. Dans ce cas, le nombre de phases asymétriques étant impair, il existe une droite propre (composantes de pseudo-Fortescue  $\vec{f}_7^{15}$ ).

$\mathcal{E}_n^N$	$\mathcal{E}_n^{N'}$	Angle
vect $\langle \vec{f}_1^{30}, \vec{f}_{29}^{30} \rangle$	vect $\langle \vec{f}_0^{15}, \vec{f}_{14}^{15} \rangle$	$\theta_e$ (fondamental)
vect $\langle \vec{f}_3^{30}, \vec{f}_{27}^{30} \rangle$	vect $\langle \vec{f}_1^{15}, \vec{f}_{13}^{15} \rangle$	$3\theta_e$
vect $\langle \vec{f}_5^{30}, \vec{f}_{25}^{30} \rangle$	vect $\langle \vec{f}_2^{15}, \vec{f}_{12}^{15} \rangle$	$5\theta_e$
vect $\langle \vec{f}_7^{30}, \vec{f}_{23}^{30} \rangle$	vect $\langle \vec{f}_3^{15}, \vec{f}_{11}^{15} \rangle$	$7\theta_e$
vect $\langle \vec{f}_9^{30}, \vec{f}_{21}^{30} \rangle$	vect $\langle \vec{f}_4^{15}, \vec{f}_{10}^{15} \rangle$	$9\theta_e$
vect $\langle \vec{f}_{11}^{30}, \vec{f}_{19}^{30} \rangle$	vect $\langle \vec{f}_5^{15}, \vec{f}_9^{15} \rangle$	$11\theta_e$
vect $\langle \vec{f}_{13}^{30}, \vec{f}_{17}^{30} \rangle$	vect $\langle \vec{f}_6^{15}, \vec{f}_8^{15} \rangle$	$13\theta_e$
vect $\langle \vec{f}_{15}^{30} \rangle$	vect $\langle \vec{f}_7^{15} \rangle$	$15\theta_e$

TABLEAU 3. Correspondance des espaces propres des systèmes symétrique 30-phase et asymétrique 15-phase

Comme pour les systèmes symétriques, une propriété de distribution des harmoniques électriques dans les différents espaces propres caractérisant le système asymétrique peut être établie : les harmoniques électriques d'ordre  $|(2k+1+\mathbb{Z}N)|$  se projettent exclusivement dans l'espace propre  $\mathcal{E}_k^{N'}$ . Par contre, les harmoniques électriques d'ordre pair atteignent plusieurs espaces propres simultanément : un espace propre n'est donc pas sensible à des harmoniques électriques pairs spécifiques.

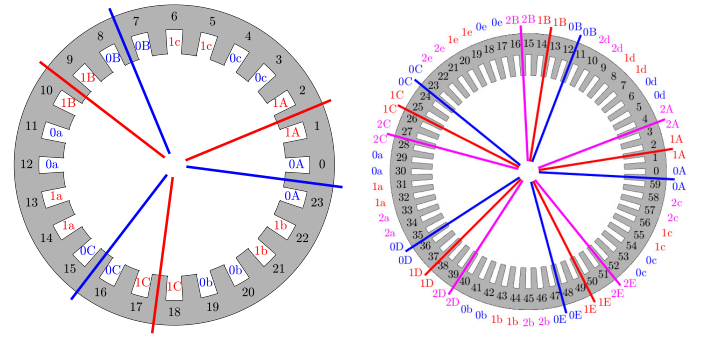
#### 4. APPLICATION

Cette équivalence entre systèmes symétrique et asymétrique permet la définition systématique d'un schéma de contrôle en courant autorisant la limitation ou l'injection d'harmoniques (selon la distribution harmonique mise en évidence). Des orientations de conception facilitant la mise en œuvre de ce contrôle peuvent aussi être déduites. L'approche proposée permet évidemment d'aboutir au schéma de contrôle classique pour une machine asymétrique 2×3-phase [3, 4].

L'approche vectorielle ici détaillée se révèle particulièrement utile pour étudier et maîtriser le comportement de la machine asymétrique en utilisation partielle d'étoiles. Ceci est montré dans la suite pour des distributions asymétriques à  $s = 2$  étoiles et  $s = 3$  étoiles. Afin d'illustrer les résultats, deux machines synchrones à aimants déposés (à  $p = 1$  paire de pôles) sont considérées :

- une machine à bobinage 2×3-phase (soit  $(N', s, N^*) = (6, 2, 3)$ ) et à force électromotrice trapézoïdale,
- une machine à bobinage 3×5-phase (soit  $(N', s, N^*) = (15, 3, 5)$ ) et à force électromotrice sinusoïdale.

Dans les cas deux cas, les bobinages sont concentrés polaires à une encoche par pôle et par phase (considérant le nombre de phases  $N$  du système symétrique d'origine). Les distributions sont présentées en figure 2. En termes de contrôle, les courants des machines sont régulés selon les éléments des tableaux 2 et



(a) Asymétrique 2×3-phase

(b) Asymétrique 3×5-phase

FIG. 2. Distribution de bobinage pour les configurations asymétriques considérées

3. Après projection du vecteur courant dans la base de pseudo-Clarke, il consiste à réguler le courant du plan propre d'ordre  $\{\alpha_k^{N'}, \beta_k^{N'}\}$  dans un repère tournant  $\{d_k^{N'}, q_k^{N'}\}$ . Dans la suite, les stratégies de contrôle sont pré-évaluées par simulation dynamique (intégration du modèle d'état par solveur Runge-Kutta 45, saturation non prise en compte et modèle moyen pour l'onduleur). La vitesse de rotation est constante et les courants directs sont régulés à zéro (*Maximum Torque Per Ampere*).

#### 4.1. Cas d'un système à $s = 2$ étoiles

##### 4.1.1. Analyse

Dans le cas d'une machine double-étoile polyphasée ( $s = 2$ , soit  $N' = 2N^*$ ), si le courant circulant dans l'étoile 1 (composée des phases 1, 3, ...  $N' - 1$ ) est annulé, le courant du système asymétrique peut être exprimé selon le courant du système symétrique dont il dérive :

$$\forall n \in \left[0, \frac{N'}{2} - 1\right] \left\{ \begin{array}{l} i_{2n}' = I\sqrt{2} \cos(\theta_e + 4n\frac{2\pi}{N}) \\ i_{2n+1}' = 0 \end{array} \right. \iff \vec{i}'^{N'} = \mathcal{S}(\vec{i}^N) = \mathcal{S}\left(I\sqrt{\frac{N}{2}} \Re\left\{e^{j\theta_e} \left(\vec{f}_1^N + \vec{f}_{\frac{N}{2}+1}^N\right)\right\}\right) \quad (27)$$

La relation (27) montre qu'alimenter une étoile sur deux est équivalent à solliciter de façon égale les composantes de Fortescue 1 et  $N/2 + 1$  du système symétrique d'origine (considérer l'étoile 0 éteinte revenant à changer le signe du courant sur la composante symétrique d'ordre  $N/2 + 1$  dans (27)). Finalement, le tableau 4 résume les répartitions en courant sur les séquences symétriques  $2N'$ -phasées correspondant aux trois situations possibles pour un système à  $s = 2$  étoiles : 2 étoiles alimentées et une étoile parmi deux alimentée. Dans ce tableau,  $s_k$  indique l'état de l'étoile  $N^*$ -phasée numéro  $k$  (0 si éteinte et 1 si allumée, c'est-à-dire circulation d'un courant  $N^*$ -phasé).

$[s_0 \ s_1]$	$\vec{f}_1^N$	$\vec{f}_{1+\frac{N}{2}}^N$
[1 1]	1	0
[1 0]	1/2	1/2
[0 1]	1/2	-1/2

TABLEAU 4. Système asymétrique à  $s = 2$  étoiles  $N^*$ -phasées ( $N = 2N' = 4N^*$ ) : amplitudes et angles sur les séquences du système symétrique  $N$ -phase pour éteindre ou allumer sinusoïdalement les deux étoiles

##### 4.1.2. Prédiction des harmoniques spatiaux

Comme chaque séquence symétrique génère un train d'harmoniques spatiaux spécifiques [1], la modification de l'onde de



force magnétomotrice lorsqu'une étoile est éteinte peut être évaluée (ce qui permet de pré-estimer des phénomènes vibratoires). Concrètement, pour un bobinage à nombre entier d'encoches par pôle et par phase (comme ceux ici considérés et visibles en figure 2), les harmoniques spatiaux générés par la séquence d'alimentation  $u$  (c'est-à-dire si le bobinage symétrique est parcouru par un courant sinusoïdal avec déphasage angulaire entre deux phases consécutives égal à  $u \times 2\pi/N$ , soit un vecteur courant colinéaire au vecteur  $\vec{f}_u^N$  à tout instant) sont listés par  $F_u$  [1] :

$$F_u = p(u + \mathbb{Z}N) \quad (28)$$

Pour la configuration  $(N', s, N^*) = (6, 2, 3)$ , selon le tableau 4, en alimentation normale (c'est-à-dire avec les deux étoiles alimentées, soit  $[s_0 s_1] = [1 1]$ ), seule la séquence fondamentale est allumée. D'après (28), les harmoniques spatiaux générés sont :

$$F_1 = \{\dots, -23, -11, 1, 13, 25, \dots\}$$

Cependant, comme précisé dans le tableau 4, éteindre une étoile revient à allumer la séquence symétrique 7 générant les harmoniques spatiaux listés ci-après selon (28) :

$$F_7 = \{\dots, -17, -5, 7, 19, \dots\}$$

La figure 3 confirme cette prédiction en reportant les ondes de FMM (à un instant donné) et la décomposition harmonique en configuration nominale (toutes étoiles alimentées,  $[s_0 s_1] = [1 1]$ ) et avec une étoile éteinte ( $[s_0 s_1] = [1 0]$ ).

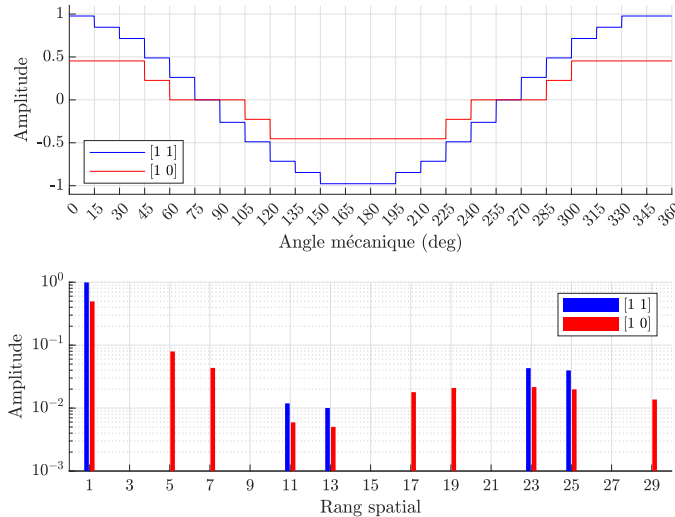


FIG. 3. FMM résultant de l'alimentation d'une distribution de bobinage asymétrique  $2 \times 3$ -phase, réduction d'une distribution symétrique 12-phase concentrée diamétrale à une encoche par pôle et par phase

#### 4.1.3. Contrôle pour la déconnexion progressive d'étoile

En terme de contrôle, conformément au tableau 4 et à la propriété de correspondance (24) (appliquée dans le cas  $2 \times 3$ -phase dans le tableau 2), l'extinction d'une étoile est obtenue en modifiant les références en courants dans les repères tournants liés au sous-espace fondamental  $\mathcal{E}'_{0N'}$  (lié à l'inductance acyclique  $L'_{s,0}$ ) et au sous-espace  $\mathcal{E}'_{N'/2-1}$  (lié à l'inductance acyclique  $L'_{s,N'/2-1}$ ). Plus précisément, si l'étoile 1 est éteinte, les courants du système asymétrique (27) peuvent se ré-exprimer en introduisant les composantes de Clarke (13) :

$$\begin{aligned} \vec{i}'^{N'} &= \mathcal{S} \left( \frac{I\sqrt{2}}{2} \left[ \cos \theta_e \vec{\alpha}_1^N - \sin \theta_e \vec{\beta}_1^N \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{I\sqrt{2}}{2} \left[ \cos \theta_e \vec{\alpha}_{\frac{N}{2}-1}^N + \sin \theta_e \vec{\beta}_{\frac{N}{2}-1}^N \right] \right) \end{aligned} \quad (29)$$

(29) montre que, pour annuler le courant de l'étoile 1, il faut répartir également le courant dans le repère de Park fondamental synchrone et dans le repère de Park anti-synchrone (pour annuler le courant de l'étoile 0, il suffit de changer le signe du courant dans le repère anti-synchrone dans (29), conformément au tableau 4).

Cette propriété est illustrée pour la machine synchrone à bobinage asymétrique  $2 \times 3$ -phase (présenté en figure 2a). La figure 4 reporte les résultats de la simulation d'une déconnexion progressive de l'étoile 1 (entre les instants réduits  $t = 1$  et  $t = 2$ , vitesse de rotation constante) : les courants de Park dans les sous-espaces mentionnés sont simplement modifiés pour annuler le courant dans l'étoile et diviser le couple par deux. Il est important de rappeler que les composantes de Park associées à l'inductance  $L'_{s,2}$  contrôlent le mode  $L'_{s,2}$  et pas une étoile en particulier. C'est bien la commande coordonnée des deux modes  $L'_{s,0}$  et  $L'_{s,2}$  qui permet d'éteindre une étoile.

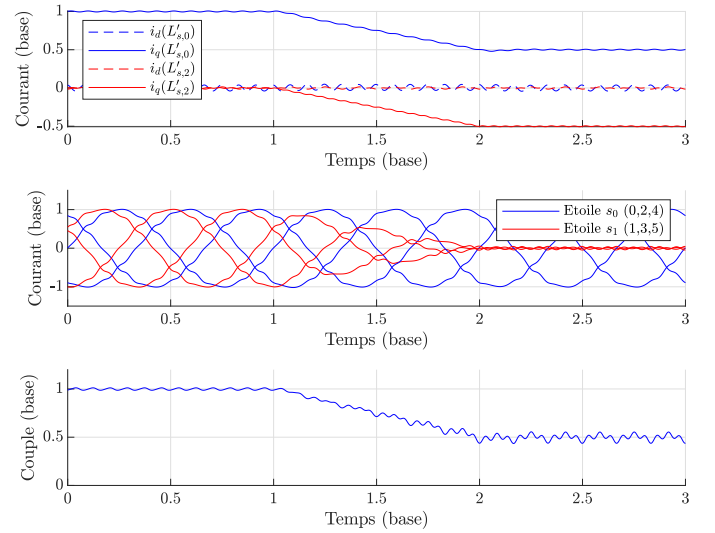


FIG. 4. Extinction progressive d'une étoile pour une machine  $2 \times 3$ -phase

## 4.2. Cas d'un système à $s = 3$ étoiles

### 4.2.1. Analyse

L'analyse menée dans la sous-section 4.1 peut être reprise dans le cas d'un système à  $s = 3$  étoiles. Par écriture des courants du système asymétrique  $i'_n$  en fonction des courants du système symétrique  $i_n$ , il apparaît que les 7 configurations de la machine (correspondant aux alimentations sinusoïdales des trois étoiles, notées  $s_0, s_1$  et  $s_2$ ) sont réglées par utilisation des composantes de Fortescue du système symétrique d'origine  $\vec{f}_1^N$ ,  $\vec{f}_{1+\frac{N}{3}}^N$  et  $\vec{f}_{1+2\frac{N}{3}}^N$ . Les résultats sont résumés dans le tableau 5.

$[s_0 \ s_1 \ s_2]$	$\vec{f}_1^N$	$\vec{f}_{1+\frac{N}{3}}^N$	$\vec{f}_{1+2\frac{N}{3}}^N$
$[1 \ 1 \ 1]$	1	0	0
$[1 \ 0 \ 0]$	$1/3$	$1/3$	$-1/3$
$[0 \ 1 \ 0]$	$1/3$	$e^{-j\frac{2\pi}{3}}/3$	$-e^{-j\frac{2\pi}{3}}/3$
$[0 \ 0 \ 1]$	$1/3$	$e^{-j\frac{4\pi}{3}}/3$	$-e^{-j\frac{4\pi}{3}}/3$
$[0 \ 1 \ 1]$	$2/3$	$-1/3$	$1/3$
$[1 \ 0 \ 1]$	$2/3$	$-e^{-j\frac{2\pi}{3}}/3$	$e^{-j\frac{2\pi}{3}}/3$
$[1 \ 1 \ 0]$	$2/3$	$-e^{-j\frac{4\pi}{3}}/3$	$e^{-j\frac{4\pi}{3}}/3$

TABLEAU 5. Système asymétrique à  $s = 3$  étoiles  $N^*$ -phasées ( $N = 2N' = 6N^*$ ) : amplitudes et angles sur les séquences du système symétrique  $N$ -phase pour éteindre ou allumer sinusoïdalement les trois étoiles

#### 4.2.2. Prédiction des harmoniques spatiaux

Pour la configuration  $(N', s, N^*) = (15, 3, 5)$ , selon le tableau 5, les séquences symétriques 11 et 21 sont allumées si une ou deux étoiles sont éteintes. Pour la distribution à une encoche par pôle et par phase présentée en figure 2, d'après (28), les harmoniques spatiaux associés à ces deux séquences sont :

$$F_{11} = \{\dots, -49, -19, 11, 41, \dots\}$$

$$F_{21} = \{\dots, -39, -9, 21, 51, \dots\}$$

La figure 5 confirme cette prédiction en reportant les ondes de FMM (à un instant donné) et la décomposition harmonique en configuration nominale (toutes étoiles alimentées,  $[s_0 s_1 s_2] = [1 1 1]$ ), avec une étoile éteinte ( $[s_0 s_1 s_2] = [1 1 0]$ ) et deux étoiles éteintes ( $[s_0 s_1 s_2] = [1 0 0]$ ).

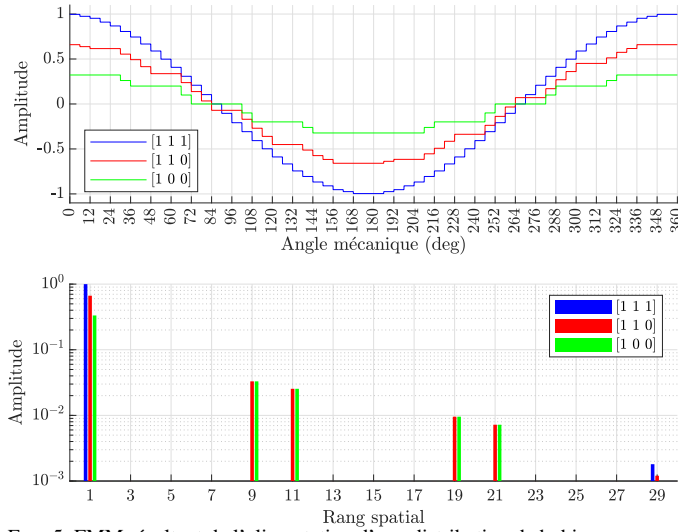


FIG. 5. FMM résultant de l'alimentation d'une distribution de bobinage asymétrique  $3 \times 5$ -phase, réduction d'une distribution symétrique 30-phase concentrée diamétrale à une encoche par pôle et par phase

#### 4.2.3. Contrôle pour la déconnexion progressive d'étoiles

Le tableau 5 permet de déduire une stratégie de contrôle pour gérer la déconnexion/reconnexion progressive d'étoile : les courants dans les sous-espaces propres  $\mathcal{E}'_{\frac{N'}{3}-1}$  (image par  $\mathcal{S}$  de  $\mathcal{E}_{1+\frac{2N'}{3}}^N$ ) et  $\mathcal{E}'_{\frac{N'}{3}}$  (image par  $\mathcal{S}$  de  $\mathcal{E}_{1+\frac{N'}{3}}^N$ ) sont contrôlés par rotation de Park (synchrone pour  $\mathcal{E}'_{\frac{N'}{3}}$  et anti-synchrone pour  $\mathcal{E}'_{\frac{N'}{3}-1}$ ). Les répartitions en courant précisées dans le tableau 5 sont ensuite appliquées en décalant éventuellement les angles de rotation de  $\pm 2\pi/3$  selon la configuration souhaitée.

La figure 6 illustre le fonctionnement de cette stratégie de déconnexion progressive d'étoiles pour la configuration asymétrique  $3 \times 5$ -phase. La répartition de courant précisée dans le tableau 5 est simulée dans le cas d'une machine synchrone à force électromotrice sinusoïdale et à bobinage concentré polaire diamétral (conformément à la figure 2b). Depuis la situation nominale initiale (où toutes les étoiles sont alimentées), par action simultanée sur les références de courant des plans propres  $\mathcal{E}_4'^{15}$  et  $\mathcal{E}_5'^{15}$ , l'étoile  $s_2$  est progressivement déconnectée entre les instants réduits 1.5 et 2.5 puis l'étoile  $s_1$  est à son tour déconnectée entre les instants réduits 3.5 et 4.5. Le couple est ainsi progressivement diminué. Il est important de préciser (et cela est bien montré par la première courbe de la figure 6) qu'une configuration est établie pour des courants de Park temporellement invariants.

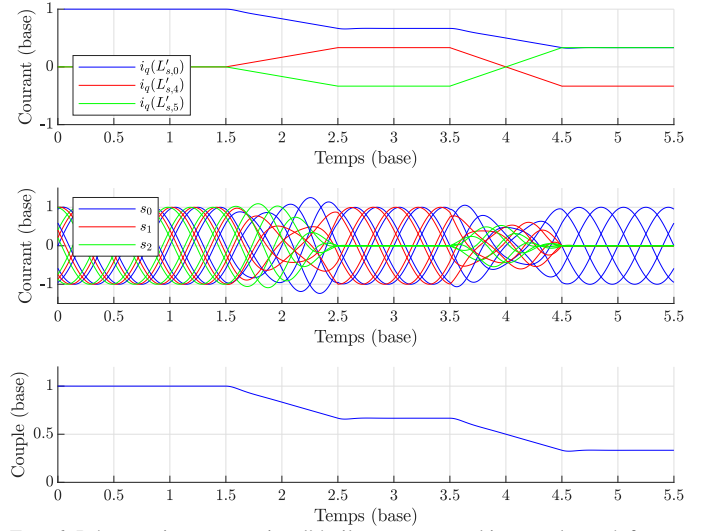


FIG. 6. Déconnexion progressive d'étoiles sur une machine synchrone à force électromotrice sinusoïdale à bobinage asymétrique  $3 \times 5$ -phase (équivalent à une configuration symétrique 30-phase)

## 5. CONCLUSION

Applicable quel que soit le nombre de phases, l'approche proposée étudie le système asymétrique par le système symétrique dont il dérive. Outre la déduction d'un schéma de contrôle en courant, cette modélisation offre une nouvelle interprétation du comportement de la machine asymétrique. Ainsi, dans l'hypothèse d'une utilisation partielle des étoiles du système asymétrique, l'analyse vectorielle permet, d'une part, de prédire les harmoniques spatiaux générés et, d'autre part, de déduire des commandes simples pour gérer progressivement la connexion et la déconnexion d'étoiles. Finalement, une meilleure maîtrise du comportement vibratoire et des bruits transitoires de la machine peut ainsi être espérée.

## 6. RÉFÉRENCES

- [1] Franck Scuiller. Modélisation des bobinages polyphasés analyse des propriétés harmoniques spatiales. *Techniques de l'ingénieur Conversion de l'énergie électrique*, TIP301WEB.(d3421), 2022. fre.
- [2] E.A. Klingshirn. High phase order induction motor, part i and ii. *IEEE Transactions Power Apparatus Systems*, PAS - 102 :47–59, 1983.
- [3] Yifan Zhao and T.A. Lipo. Space vector pwm control of dual three-phase induction machine using vector space decomposition. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 31(5) :1100–1109, 1995.
- [4] Yashan Hu, Z. Q. Zhu, and Milijana Odavic. Torque capability enhancement of dual three-phase pmsm drive with fifth and seventh current harmonics injection. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 53(5) :4526–4535, 2017.
- [5] E. Robert-Dehault. *Modélisation dynamique, Commande et Conception de Machines pentaphasées alimentées par des onduleurs MLI*. PhD thesis, École Doctorale Sciences et Technologie de l'Information et des Matériaux, Université de Nantes, 2005.
- [6] A. A. Rockhill and T. A. Lipo. A generalized transformation methodology for polyphase electric machines and networks. In *2015 IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)*, pages 27–34, 2015.
- [7] E. Semail, A. Bouscayrol, and J.-P. Hautier. Vectorial formalism for analysis and design of polyphase synchronous machines. *Eur. Phys. J., AP* 22 :207–220, 2003.
- [8] Hang Seng Che, Mario J. Duran, Emil Levi, Martin Jones, Wooi-Ping Hew, and Nasrudin Abd. Rahim. Postfault operation of an asymmetrical six-phase induction machine with single and two isolated neutral points. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 29(10) :5406–5416, 2014.