

# Analyse Transitoire d'une Machine à Induction Basée sur la Méthode Réseau de Reluctance avec Interpolation Lagrangienne

Clément Junior KENDEG ONLA<sup>1,2</sup>, Yacine AMARA<sup>1</sup>, Eric Duckler KENMOE FANKEM<sup>2</sup>, Joseph Yves EFFA<sup>2</sup>

<sup>1</sup> GREAH, EA 3220, Université du Havre (France); <sup>2</sup> Département de Physique, Université de Ngaoundéré (Cameroun)

**RESUME** – L'objectif de ce travail est de développer un modèle réseau de reluctance pour l'étude des performances d'une machine à induction en régime transitoire. En effet, la phase de pré-dimensionnement lors de la conception des machines électriques nécessite l'évaluation rapide et précise de certains paramètres de la machine. Ainsi, il est important de développer des approches de modélisation capable d'allier rapidité et précision. Cet article propose un modèle réseau de reluctance (MRR) qui consiste à discrétiser la machine en bloc de reluctance élémentaire afin d'aboutir à une formulation ayant comme inconnus les flux dans les différentes mailles. La prise en compte du mouvement du rotor est obtenue en utilisant une interpolation Lagrangienne. Le modèle développé est appliqué à une machine à induction, puis validé par une analyse éléments finis transitoire 2D. Les résultats obtenus démontrent que cette approche offre un excellent compromis entre le temps de calcul et la précision.

**Mots-clés**— *Analyse éléments finis, Couplage circuit, Interpolation, Machine à induction, Polynôme de Lagrange, Réseau de reluctance, Régime transitoire.*

## 1. INTRODUCTION

Le développement et la conception des convertisseurs électromécaniques d'énergie électrique ont changé au cours des dernières décennies avec une nette amélioration technologique et matérielle. Les machines synchrones à reluctance variable et à aimants permanents continuent de bénéficier d'un important effort d'analyse et de conception. Ces dernières étant généralement utilisées dans les applications à vitesse variable en association avec les convertisseurs de puissance. Cependant, les machines à induction qui représentent environ 90% de la base industrielle ne connaissent pas d'améliorations significatives en termes de performances et de conception depuis quelques années.

La méthode de réseau des perméances/reluctances (MRP/MRR) est une méthode compacte qui offre un certain nombre d'avantages par rapport aux autres méthodes. Elle permet une discrétisation géométrique plus grossière que l'analyse éléments finis, mais beaucoup plus détaillée que celle des modèles à paramètres localisés. La MRR possède une complexité de calcul modérée et une précision raisonnable. Plusieurs modèles de réseaux de reluctance 2D et 3D ont été développés dans la littérature pour les machines à induction [1-4].

Cependant, ces modèles rencontrent généralement des difficultés dans la modélisation de l'entrefer de la machine à induction. En effet, l'entrefer est généralement très fin et il est

donc difficile d'y placer un nombre suffisant d'éléments pour modéliser les interactions du champ magnétique qui s'y produisent. En outre, les éléments du RR dans l'entrefer doivent changer en fonction de la vitesse (position) du rotor, nécessitant ainsi un remaillage de l'entrefer, ce qui complexifie le problème.

Pour surmonter ces difficultés, certains auteurs ont développé la méthode des macroéléments [5-6] pour modéliser l'entrefer en utilisant la méthode des éléments finis (MEF) standard et d'autres auteurs ont proposé la méthode des sous-domaines couplée à la méthode des circuits magnétiques équivalents (MCME) [7]. Le présent article présente une méthode basée sur le modèle réseau de reluctance avec interpolation Lagrangienne pour une analyse transitoire d'une machine à induction. La comparaison des résultats de simulation de la MRR proposée avec ceux issus de la MEF valide a priori la méthode proposée.

La présente communication est structurée de la manière suivante : la section 2 présente la structure étudiée, la section 3 se focalise sur l'approche de modélisation employée, et les sections 4 et 5 sont dédiées respectivement à la modélisation électromagnétique et mécanique. La validation du modèle et la conclusion sont données à la section 6 et 7.

## 2. STRUCTURE DE LA MACHINE ETUDIEE

La structure de la machine à induction exploitée dans le cadre de ce travail pour valider le modèle développé est présentée à la Fig. 1. Le Tableau 1 présente les principales dimensions de ladite structure. Cette structure a été étudiée dans [1] pour la détection des défauts de court-circuit inter-spires en exploitant la MCME.

Tableau 1. Paramètres de la machine.

Paramètres	Valeur	Paramètres	Valeur
Nombre d'encoches du stator	36	Rayon interne du rotor (mm)	17.5
Nombre d'encoches du rotor	24	Longueur de la machine (mm)	130
Nombre de spires par pôle	51	Nombre de pôles/Nombre de Phase	4/3
Rayon interne/externe du stator (mm)	52/85	Enterfer (mm)	0.5
Tension (V)	380	Fréquence (Hz)	50

## 3. APPROCHE DE MODELISATION

L'approche de modélisation employée se décline en deux étapes. La première est basée sur une formulation de flux de

maille pour la modélisation de la machine via la MRR. Elle consiste à discrétiser le domaine d'étude en plusieurs blocs cylindriques élémentaires de taille plus ou moins grande.

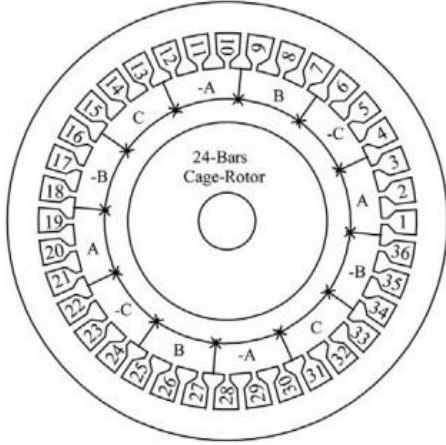


Fig. 1. Coupe transversale de la machine étudiée [1].

La Fig. 2 présente le modèle de bloc élémentaire utilisé dans ce travail et le système à résoudre a la forme matricielle présentée à l'équation (1). Pour faciliter la compréhension de l'approche, le modèle de la Fig. 2 est représenté dans un repère cartésien mais la modélisation est faite dans le repère cylindrique.

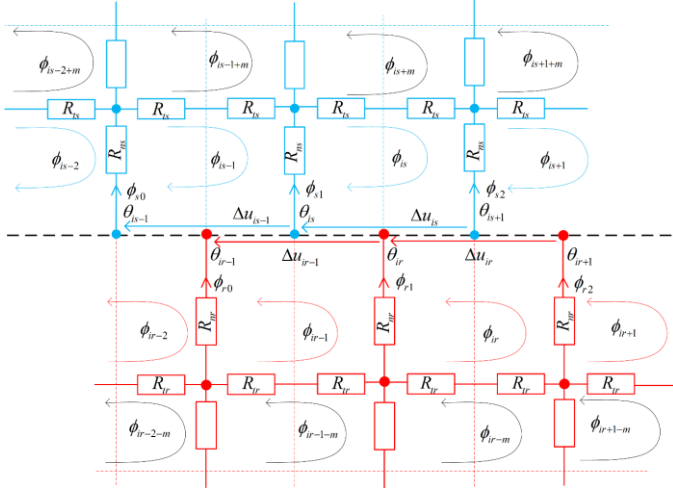


Fig. 2. Modèle de bloc élémentaire du réseau de reluctance.

La seconde partie concerne la prise en compte du mouvement. Pour éviter de remailler l'entrefer de la machine à chaque pas de calcul et permettre au modèle de reseter valide quel que soit la position/la vitesse du rotor, il suffit d'assurer la continuité du champ tangentiel et radial au niveau de la ligne de glissement dans la zone d'entrefer (trait interrompu noir sur la Fig. 2)

$$[R] \cdot [\phi] = [F] \quad (1)$$

#### 4. MODELISATION ELECTROMAGNETIQUE

Dans cette section nous nous concentrerons uniquement à présenter la démarche et à effectuer la mise en équation de l'interpolation Lagrangienne dans une modèle réseau maillé. Raison pour laquelle seuls les éléments (blocs élémentaires) en lien avec la bande de roulement seront considérés. Pour le maillage du reste de la machine et sa mise en forme équationnelle, il est fortement recommandé de consulter [10].

Les MRR utilisant l'interpolation Lagrangienne ont été développés pour les machines synchrones dans [11]-[12]

Le polynôme d'interpolation de Lagrange à l'ordre 1 est utilisé pour interpoler les flux de branche du stator par ceux du rotor (2), et la différence de potentiel des nœuds du rotor à l'interface par celles du stator (3).

$$\phi_{s1} = \left( \frac{\theta_{is} - \theta_{ir-1}}{\theta_{ir} - \theta_{ir-1}} \right) \phi_{r1} + \left( \frac{\theta_{ir} - \theta_{is}}{\theta_{ir} - \theta_{ir-1}} \right) \phi_{r0} \quad (2)$$

$$\Delta u_{ir} = \left( \frac{\theta_{ir} - \theta_{is}}{\theta_{is+1} - \theta_{is}} \right) \Delta u_{is+1} + \left( \frac{\theta_{is+1} - \theta_{ir}}{\theta_{is+1} - \theta_{is}} \right) \Delta u_{is} \quad (3)$$

En considérant la Fig. 2, les flux de branche \$\phi\_{s1}\$, \$\phi\_{r1}\$ et \$\phi\_{r0}\$ peuvent être exprimés par la relation (4).

$$\begin{cases} \phi_{s1} = \phi_{is} - \phi_{is-1} \\ \phi_{r1} = \phi_{ir-1} - \phi_{ir} \\ \phi_{r0} = \phi_{ir-2} - \phi_{ir-1} \end{cases} \quad (4)$$

En considérant les équations (4) et (2), et après un changement de variable, on obtient la relation (5).

$$\begin{aligned} \phi_{is} - \phi_{is-1} + \left( \frac{2 \times \theta_m - \Delta \theta}{\Delta \theta} \right) \phi_{ir-1} + \\ \left( \frac{\Delta \theta - \theta_m}{\Delta \theta} \right) \phi_{ir} - \left( \frac{\theta_m}{\Delta \theta} \right) \phi_{ir-2} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

En exploitant la Fig. 2, les expressions des différences de potentiels \$\Delta u\_{ir}\$, \$\Delta u\_{is}\$ et \$\Delta u\_{is+1}\$ peuvent être obtenues par la relation (6).

$$\begin{cases} \Delta u_{ir} = (\phi_{ir-1} - \phi_{ir}) R_{nr} + (\phi_{ir-m} - \phi_{ir}) \times 2R_{ir} + \\ (\phi_{ir+1} - \phi_{ir}) R_{nr} \\ \Delta u_{is} = (\phi_{is-1} - \phi_{is}) R_{ns} + (\phi_{is+m} - \phi_{is}) \times 2R_{is} + \\ (\phi_{is+1} - \phi_{is}) R_{ns} \\ \Delta u_{is+1} = (\phi_{is} - \phi_{is+1}) R_{ns} + (\phi_{is+1+m} - \phi_{is+1}) \times 2R_{is} + \\ (\phi_{is+2} - \phi_{is+1}) R_{ns} \end{cases} \quad (6)$$

En remplaçant les différences de potentiels de (6) par leurs expressions dans (3) et en effectuant un changement de variable, on obtient l'équation (7).

$$\begin{aligned} & [2(R_{nr} + R_{ir})\phi_{ir} - R_{nr}\phi_{ir+1} - R_{nr}\phi_{ir-1} - 2R_{ir}\phi_{ir-m}] + \\ & \left[ \left( (3R_{ns} + 2R_{is}) \frac{\theta_m}{\Delta \theta} - 2(R_{ns} + R_{is}) \right) \phi_{is} + \right. \\ & \left( R_{ns} - (3R_{ns} + 2R_{is}) \frac{\theta_m}{\Delta \theta} \right) \phi_{is+1} + \\ & \left( R_{ns} - R_{ns} \frac{\theta_m}{\Delta \theta} \right) \phi_{is-1} + 2 \left( R_{is} - R_{is} \frac{\theta_m}{\Delta \theta} \right) \phi_{is+m} + \\ & \left. R_{ns} \frac{\theta_m}{\Delta \theta} \phi_{is+2} + 2R_{is} \frac{\theta_m}{\Delta \theta} \phi_{is+1+m} \right] = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Les équations (5) et (7) obtenues permettent d'assurer le couplage des éléments des demi-entrefers rotor et stator en assurant la continuité du champ normal et tangentiel, respectivement.

Afin de prendre en compte le courant induit dans les barres rotoriques, un couplage circuit doit être effectué en utilisant les relations (8) et (9). Il faut noter que les courants de Foucault induits dans les conducteurs ne sont pas pris en compte dans ce modèle. Ce dernier permet d'obtenir les valeurs du courant qui seront utilisées pour la détermination des forces magnétomotrices au stator et au rotor à chaque pas de temps.

$$v_{s,abc}(t) - r_s i_{s,abc}(t) - \frac{d\phi_{s,abc}(t)}{dt} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{d\phi_j^{dr}(t)}{dt} + 2i_{j+1}^a r_{j+1}^a + i_j^b r_j^b - i_{j+1}^b r_{j+1}^b = 0 \quad (9)$$

## 5. MODELISATION MECANIQUE

Le but de ce travail est de mener une étude transitoire sur une machine à induction, il est donc nécessaire d'établir la relation qui permettent de déterminer la prochaine position du rotor à chaque instant.

L'équation de la mécanique est donnée par la deuxième loi fondamentale de la dynamique dans le cas d'un arbre rigide par la relation (10) ( $\Gamma_{res} = 0$  N.m,  $J = 0.01$  kg.m<sup>2</sup>,  $C_{frot} = 0$  N.m.rad/s).

$$\Gamma_{em} = \Gamma_{res} + J \frac{d\Omega}{dt} + C_{frot} \Omega \quad (10)$$

L'équation (10) décrite précédemment est une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants. Pour résoudre cette équation, nous avons choisi de la discrétiser par la formule de différences finis (11).

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x(t_n) - x(t_{n-1})}{\Delta t} \quad (11)$$

En exploitation la relation (11) tout en considérant l'équation (10), on aboutit à (12). La position du rotor peut être déduite par la relation (13).

$$\Omega(t_n) = \frac{\Delta t}{(J + C_{frot} \Delta t)} (\Gamma_{em} - \Gamma_{res}) + \frac{J}{(J + C_{frot} \Delta t)} \Omega(t_{n-1}) \quad (12)$$

$$\theta(t_n) = \Omega(t_n) \Delta t + \theta(t_{n-1}) \quad (13)$$

## 6. VALIDATION DU MODELE

La validation du modèle développé est obtenue en confrontant les restants obtenus à ceux issus de la MEF via le logiciel Altair Flux. Les Fig.3 et Fig.4 comparent les composantes radiales et tangentielles de l'induction magnétique. Ces composantes sont tracées pour un chemin situé à  $r = R_{er} + 0.25e$  et pour  $\theta = [0 : 0.5 : \pi/2]$ .

En considérant les Fig.3 à 11, nous pouvons constater que les résultats issus du modèle réseau avec interpolation Lagrangienne sont en accord avec ceux issus de l'analyse éléments finis. Les formules utilisées pour le calcul des différentes grandeurs peuvent être consultées dans [10].

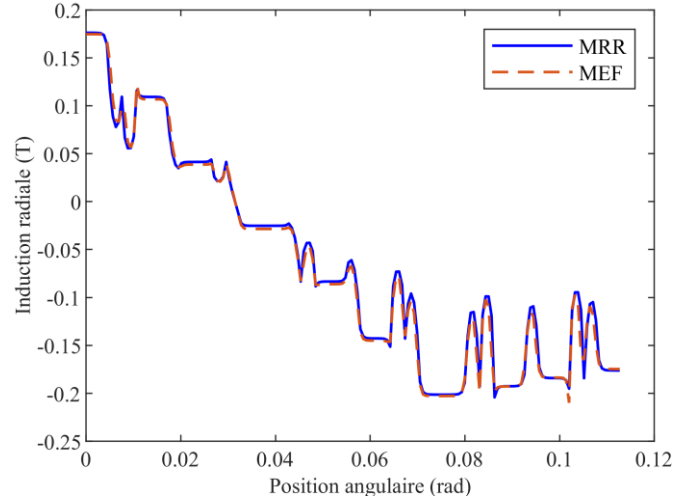


Fig. 3. Induction radiale.

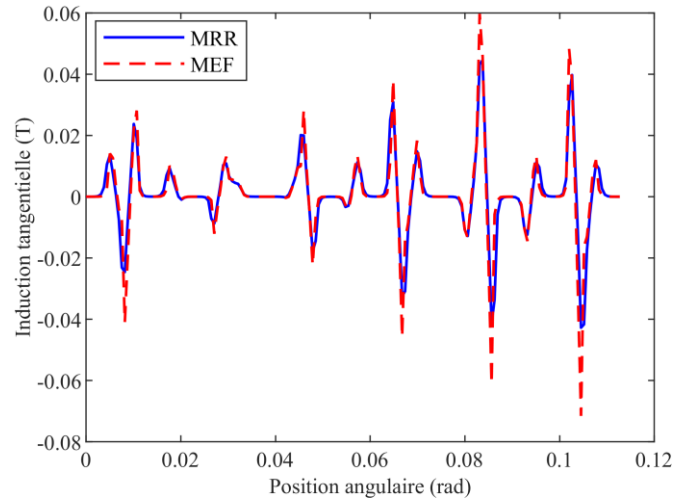


Fig. 4. Induction tangentielle.

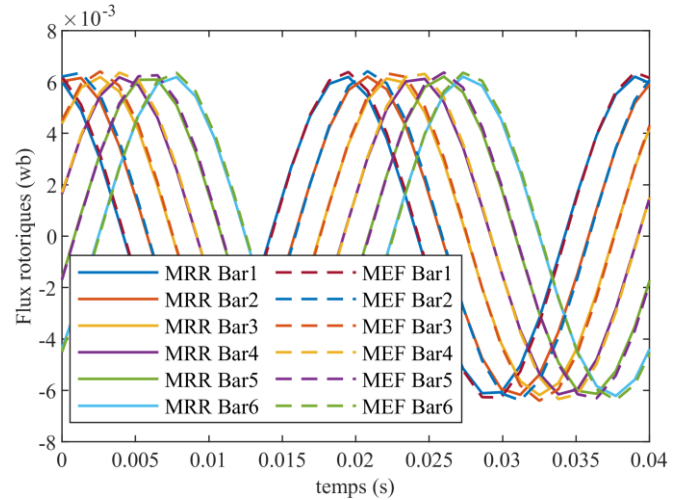


Fig. 5. Flux magnétique du rotor.

## 7. CONCLUSIONS

Dans ce travail, un modèle réseau maillé avec interpolation Lagrangienne a été développé et appliqué à une machine induction. Cette approche de modélisation offre la possibilité d'effectuer des études en régime transitoires en plus du fait qu'il prend en compte le mouvement du rotor. Les résultats obtenus sont en accord avec ceux issus de l'analyse éléments finis. Dans ce travail le phénomène de saturation magnétique

n'est pas prise en compte, en plus il serait également intéressant de comparer cette approche de modélisation avec celle basée sur le modèle analytique hybride. Ces idées sont actuellement en développement.

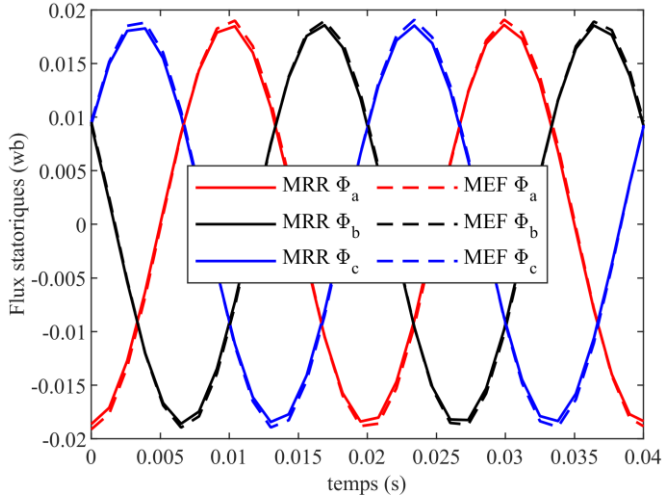


Fig. 6. Flux magnétique du stator.

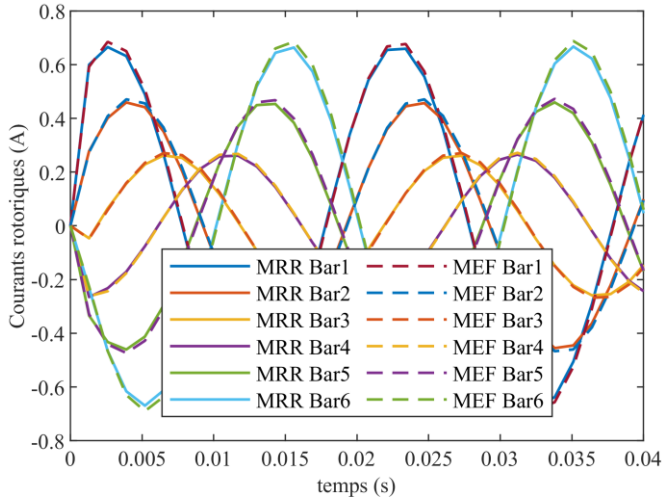


Fig. 7. Courant rotoriques.

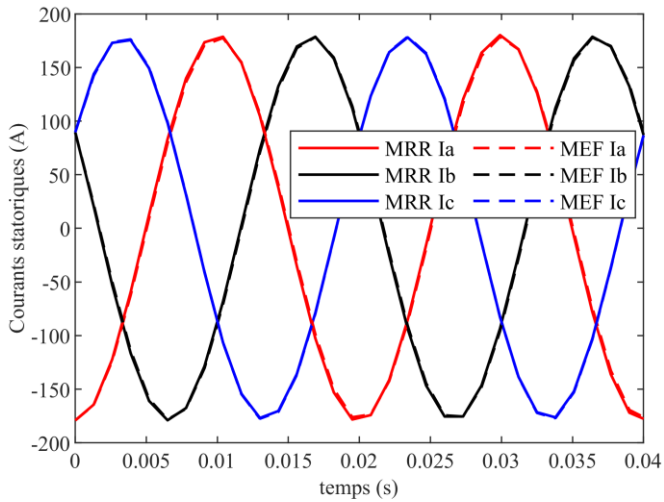


Fig. 8. Courant statorique.

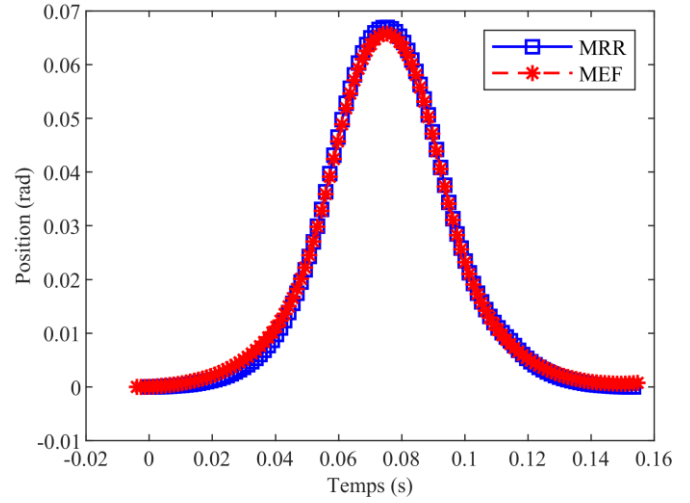


Fig. 9. Position du rotor.

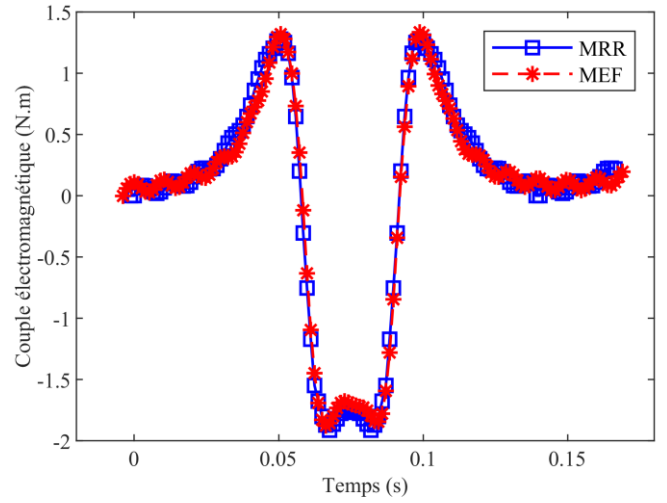


Fig. 10. Couple électromagnétique.

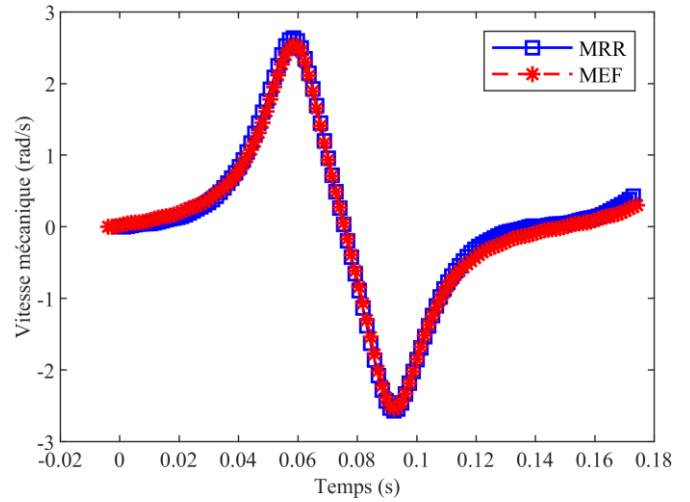


Fig. 11. Couple électromagnétique.

## 8. REFERENCES

- [1] Naderi, Peyman. "Inter-turn short-circuit fault detection in saturable squirrel-cage induction motor using magnetic equivalent circuit model." COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering (2016).
- [2] Ostovic, Vlado. "Dynamics of saturated electric machines." Springer Science & Business Media, 2012.

- [3] Perho, Jarmo. "Reluctance network for analysing induction machines." Helsinki University of Technology, 2002.
- [4] Hur, Jin, Hamid A. Toliyat, and Jung-Pyo Hong. "Dynamic analysis of linear induction motors using 3-D equivalent magnetic circuit network (EMCN) method." *Electric Power Components and Systems* 29.6 (2001): 531-541.
- [5] Abdel-Razek, A., et al. "Conception of an air-gap element for the dynamic analysis of the electromagnetic field in electric machines." *IEEE Transactions on Magnetics* 18.2 (1982): 655-659.
- [6] Abdel-Razek, A., et al. "Conception of an air-gap element for the dynamic analysis of the electromagnetic field in electric machines." *IEEE Transactions on Magnetics* 18.2 (1982): 655-659.
- [7] Sapmaz, Tunahan, and Yasemin Oner. "A novel hybrid model of electromagnetic performance for induction machine." *Electrical Engineering* 104.5 (2022): 3381-3390.
- [8] Laoubi, Yanis, et al. "Open circuit performance analysis of a permanent magnet linear machine using a new hybrid analytical model." *IEEE Transactions on Magnetics* 51.3 (2015): 1-4.
- [9] Diriye, AbdouRahman Aden, et al. "Performance analysis of a series hybrid excited synchronous machine by a hybrid analytical model." 2015 Tenth International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER). IEEE, 2015.
- [10] Yang, Shuo, et al. "Introduction to mesh based generated lumped parameter models for electromagnetic problems." *CES Transactions on Electrical Machines and Systems* 5.2 (2021): 152-162.
- [11] Benhamida, Mohammed Ali, et al. "Study of switching flux permanent magnet machines using interpolation based reluctance network model." 2016 International Conference on Electrical Sciences and Technologies in Maghreb (CISTEM). IEEE, 2016.
- [12] Asfirane, Salim. Développement d'un outil de génération automatique des réseaux de réluctances pour la modélisation de dispositifs électromécaniques. Diss. Université Paris Saclay (COMUE), 2019.