

# Une extension du modèle *vector-play* pour le cas des chargements magnéto-élastiques

Luiz Guilherme da Silva<sup>1,2,3</sup>, Abdellahi Abderahmane<sup>1,2</sup>, Mathieu Domenjoud<sup>1,2</sup>, Laurent Bernard<sup>3</sup>, et Laurent Daniel<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, CNRS, Laboratoire de Génie Electrique et Electronique de Paris, 91192 Gif-sur-Yvette, France

<sup>2</sup>Sorbonne Université, CNRS, Laboratoire de Génie Electrique et Electronique de Paris, 75252 Paris, France

<sup>3</sup>GRUCAD/EEL/CTC, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis 88040-900, Brazil

L'influence des contraintes mécaniques sur le comportement magnétique est modélisée par l'association d'un modèle d'hystérésis basé sur l'énergie avec un modèle de comportement anhystérétique multi-échelle simplifié. Les paramètres de modélisation sont identifiés au travers de mesures magnétiques sous contrainte uniaxiale. Le modèle est validé en considérant la réponse du matériau sous un chargement magnétique complexe, avec contenu harmonique. Cette approche permet également de capturer l'évolution des pertes sous contrainte mécanique.

**Mots-clés – Couplage magnéto-élastique, hystérésis magnétique, modélisation multi-échelle.**

## 1. INTRODUCTION

Le couplage magnéto-mécanique se manifeste notamment par l'influence des contraintes mécaniques sur des propriétés magnétiques comme la susceptibilité, et les pertes par hystérésis [1]. Pour modéliser ce comportement, des approches basées sur les modèles de Jiles-Atherton [2] et de Preisach [3] sont souvent utilisées. Cependant, ces modèles sont limités soit du point de vue thermodynamique, soit du point de vue de l'implémentabilité dans les logiciels de simulation. Dans ce travail, une extension du modèle *vector-play* [4] est associée à un modèle multi-échelle simplifié pour prendre en compte les effets des contraintes mécaniques sur le comportement magnétique hystérétique. Les résultats de modélisation sont comparés aux mesures expérimentales sous contraintes uniaxiales pour un acier électrique (DC04).

## 2. MODÉLISATION

Le couplage magnéto-mécanique est décrit en supposant que le comportement du matériau peut être découplé en une partie réversible et une partie irréversible. L'hystérésis magnétique est modélisée en utilisant l'analogie avec un système de frottement sec [5]. Le champ magnétique  $\vec{H}$  est composé des parties réversible  $\vec{H}_{rev}$  et irréversible  $\vec{H}_{irr}$ . Ce système est illustré sur la Fig. 1:

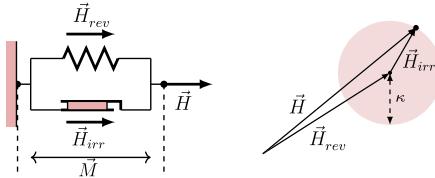


Figure 1. Analogie mécanique du modèle d'hystérésis magnétique.

où  $\kappa$  représente l'effet d'ancrage (*pinning*) dû aux défauts du matériau. Dans ce cas, on observe qu'à partir de l'état désaimanté, l'aimantation  $\vec{M}$  se modifie lorsque la norme de  $\vec{H}$

est supérieure à  $\kappa$ .

### 2.1. Comportement réversible

Sous l'hypothèse de dissipation nulle, une stratégie multi-échelle simplifiée [6] est utilisée. L'échelle du volume élémentaire représentatif (ou macroscopique) est définie comme un monocristal équivalent. À l'échelle du domaine, désigné par  $\alpha$ , l'aimantation  $\vec{M}_\alpha$  et la déformation de magnétostriction  $\epsilon_\alpha^\mu$  peuvent être écrivées comme :

$$\vec{M}_\alpha = M_s \vec{\alpha} \quad \text{et} \quad \epsilon_\alpha^\mu = \frac{3}{2} \lambda_s \left( \vec{\alpha} \otimes \vec{\alpha} - \frac{1}{3} \mathbf{I} \right) \quad (1)$$

avec  $M_s$  l'aimantation à saturation,  $\vec{\alpha}$  l'orientation d'une famille de domaines magnétiques,  $\lambda_s$  la déformation de magnétostriction à saturation, et  $\mathbf{I}$  le tenseur identité de deuxième ordre. Le bilan énergétique à l'échelle du domaine permet d'introduire la densité d'énergie de Gibbs  $g_\alpha$  [4], qui comprend des termes d'énergie élastique et magnétique :

$$g_\alpha = -\mu_0 \vec{M}_\alpha \cdot \vec{H}_{rev} - \boldsymbol{\sigma} : \epsilon_\alpha^\mu - \frac{3}{2} \lambda_s' \sigma_{eq}^2 \left( \vec{\alpha} \otimes \vec{\alpha} - \frac{1}{3} \mathbf{I} \right) : (\vec{h} \otimes \vec{h}) \quad (2)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur des contraintes,  $\lambda_s'$  est une constante matériau,  $\sigma_{eq}$  est une contrainte équivalente définie dans [7], et  $\vec{h}$  le vecteur unitaire définissant la direction de  $\vec{H}_{rev}$ .

La fraction volumique  $p_\alpha$  des domaines est calculée en utilisant la distribution de Boltzmann [6], qui introduit un nouveau paramètre matériau  $A_s$ . L'aimantation à l'échelle macroscopique est ensuite obtenue par une opération de moyenne volumique :

$$\vec{M} = \sum_\alpha p_\alpha \vec{M}_\alpha \quad \text{avec} \quad p_\alpha = \frac{\exp(-A_s g_\alpha)}{\sum_\alpha \exp(-A_s g_\alpha)} \quad (3)$$

### 2.2. Comportement irréversible

En utilisant l'analogie avec un système de frottement sec [5], le champ irréversible  $\vec{H}_{irr}$  est donné par :

$$\vec{H}_{irr} = \begin{cases} \vec{H} - \vec{H}_{rev(p)} & \text{if } \|\vec{H} - \vec{H}_{rev(p)}\| \leq \kappa \\ \kappa \frac{\vec{H} - \vec{H}_{rev(p)}}{\|\vec{H} - \vec{H}_{rev(p)}\|} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4)$$

où  $\vec{H}_{rev(p)}$  est le champ réversible du pas de temps précédent. Avec la définition de  $\vec{H}_{irr}$ , le champ  $\vec{H}_{rev}$  peut être calculé par :

$$\vec{H}_{rev} = \vec{H} - \vec{H}_{irr} \quad (5)$$

### 3. IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES

Les paramètres liés au comportement réversible sont identifiés à l'aide de mesures anhystéritiques. Un essai sans contrainte permet d'identifier  $M_s$ ,  $\lambda_s$  et  $A_s$  [6]. La constante  $\lambda'_s$  est identifiée en utilisant l'évolution de la perméabilité sous traction [4]. Les paramètres identifiés sont présentés dans la Table 1.

Table 1. Paramètres de modélisation de la partie réversible.

$M_s$ (A/m)	$\lambda_s$ (ppm)	$\lambda'_s$ (ppm/MPa)	$A_s$ ( $\text{m}^3/\text{J}$ )
$1.39 \cdot 10^6$	5.5	$-6.9 \cdot 10^{-2}$	$1.4 \cdot 10^{-2}$

Le paramètre d'ancrage peut être représenté par une distribution statistique  $\omega(\kappa)$  pour mieux modéliser la courbe de première aimantation et les boucles mineures [8]. La relation entre le paramètre  $\kappa$  et le champ coercitif  $H_c$  permet d'identifier  $\omega(\kappa)$ . Un protocole d'identification de cette distribution [8] est basé sur un ensemble de valeurs de  $H_c$  mesurées à différentes amplitudes de champ magnétique (Fig. 2). La distribution  $\omega(\kappa)$  calculée est illustrée sur la Fig. 3.

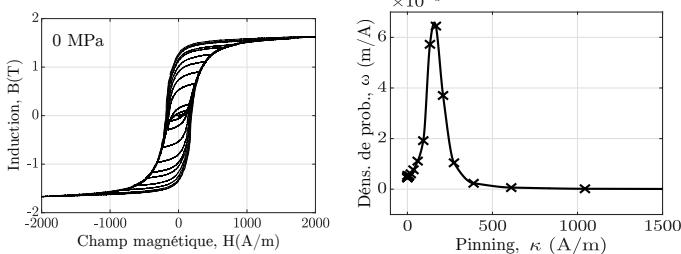


Figure 2. Courbe d'hystérésis magnétique sans contrainte appliquée avec des boucles mineures symétriques

Figure 3. Distribution du paramètre d'ancrage identifié

Le champ coercitif peut être influencé par la contrainte appliquée [2]. Pour capturer cet effet, on définit l'évolution sous contrainte du paramètre d'ancrage  $\kappa(\sigma)$  à partir de  $\kappa(0)$  (identifié en l'absence de contrainte appliquée) :

$$\kappa(\sigma) = a(\sigma_{eq})\kappa(0) \quad \text{avec} \quad a(\sigma_{eq}) = \frac{H_c(\sigma)}{H_c(0)} \quad (6)$$

avec la fonction  $a(\sigma_{eq})$  interpolée à partir des mesures de champ coercitif sous contraintes uniaxiales.

### 4. VALIDATION

En considérant le champ magnétique avec contenu harmonique et l'application de contrainte uniaxiale, le modèle permet de prédire le comportement avec des boucles mineures asymétriques (Fig. 4).

L'évolution des pertes par hystérésis sous contraintes uniaxiales est présentée sur la Fig. 5. Le modèle prédit les pertes par hystérésis pour différents niveaux d'induction en traction comme en compression. Une différence maximale de 30% est observée pour la boucle majeure en compression. Cette différence s'explique par les difficultés du modèle à représenter des inflexions, plus présentes en compression (voir Fig. 4 en haut).

### 5. CONCLUSIONS

Une extension du modèle *vector-play* prenant en compte les effets de la contrainte mécanique sur le comportement magnétique a été présentée dans ce travail. Le modèle permet de

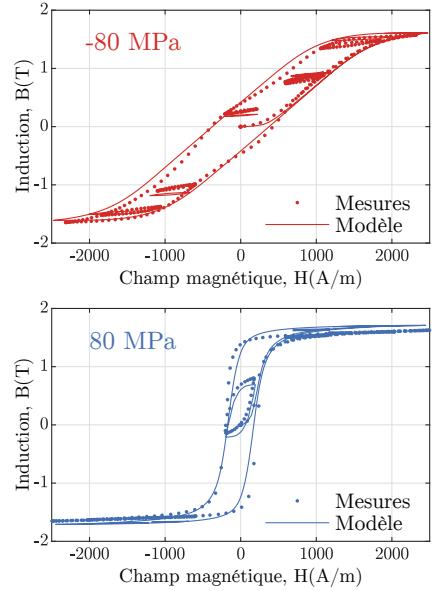


Figure 4. Courbes d'hystérésis avec contenu harmonique sous contrainte uniaxiale.

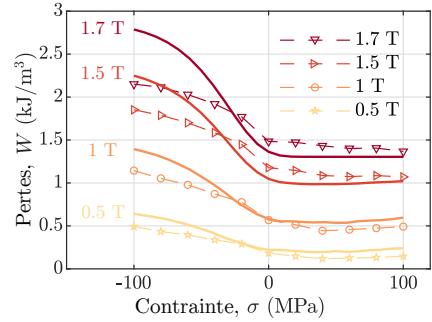


Figure 5. Pertes par hystérésis sous contraintes uniaxiales pour différents niveaux d'induction.

prédir le comportement hystéritique ainsi que la réponse à une excitation harmonique sous différents niveaux de contrainte. La formulation de ce modèle permet la prise en compte des contraintes multiaxiales.

### 6. RÉFÉRENCES

- [1] M. LoBue, C. Sasso, V. Basso, F. Fiorillo, and G. Bertotti, "Power losses and magnetization process in fe-si non-oriented steels under tensile and compressive stress," *J Magn Magn Mater*, vol. 215-216, pp. 124–126, 2000.
- [2] D. Singh, F. Martin, P. Rasilo, and A. Belahcen, "Magneto-mechanical model for hysteresis in electrical steel sheet," *IEEE T Magn*, vol. 52, no. 11, pp. 1–9, 2016.
- [3] A. Sipeky and A. Ivanyi, "Preisach-type stress-dependent magnetic vector hysteresis model," *Physica B*, vol. 403, no. 2, pp. 491–495, 2008.
- [4] L. G. da Silva, A. Abderahmane, M. Domenjoud, L. Bernard, and L. Daniel, "An extension of the vector-play model to the case of magneto-elastic loadings," *IEEE Access*, vol. 10, pp. 126674–126686, 2022.
- [5] F. Henrotte, A. Nicolet, and K. Hameyer, "An energy-based vector hysteresis model for ferromagnetic materials," *COMPEL*, vol. 25, pp. 71–80, 2006.
- [6] L. Daniel, O. Hubert, and M. Rekik, "A simplified 3-d constitutive law for magnetomechanical behavior," *IEEE T Magn*, vol. 51, no. 3, pp. 1–4, 2015.
- [7] L. Daniel and O. Hubert, "An equivalent stress for the influence of multiaxial stress on the magnetic behavior," *J Appl Phys*, vol. 105, no. 7, p. 07A313, 2009.
- [8] F. Henrotte, S. Steentjes, K. Hameyer, and C. Geuzaine, "Iron loss calculation in steel laminations at high frequencies," *IEEE T Magn*, vol. 50, no. 2, pp. 333–336, 2014.