

# Optimisation topologique avec prise en compte du comportement magnéto-élastique

Maya Hage Hassan<sup>1</sup>, Guillaume Krebs<sup>1</sup>, Xavier Mininger<sup>1</sup>, Laurent Daniel<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, CNRS,

Laboratoire de Génie Electrique et Electronique de Paris, 91192, Gif sur-Yvette, France

maya.hage-hassan@centralesupelec.fr

**RESUME** – Cet article présente une méthodologie d'optimisation topologique d'un moteur synchro-reluctant, en considérant un couplage magnéto-élastique dû à l'effet des contraintes. Les contraintes relatives à la force d'inertie ainsi que celles relatives au frottement au stator seront prises en compte. Le couplage magnéto-mécanique est ici envisagé à travers une loi de comportement magnéto-élastique analytique. L'objectif de l'optimisation est de maximiser le couple moyen de la machine, sous contrainte d'un volume de matière donné. L'approche d'optimisation se base sur un algorithme d'optimisation à variable discrète dit BESO, appliqué uniquement au rotor. La prise en compte des contraintes est développée et une comparaison de la structure du rotor et des grandeurs caractéristiques, pour différentes valeurs de vitesse de rotation sera présentée.

**Mots-clés** – Optimisation topologique, couplage magnéto-élastique, machine synchro-reluctante

## 1. INTRODUCTION

La conception des machines électriques par l'intermédiaire de l'optimisation topologique (TO) a débuté comme une alternative aux méthodes classiques d'optimisation paramétrique. Des logiciels commerciaux sont actuellement disponibles à cette fin [1]. Différentes approches d'optimisation topologique des machines électriques ont été développées au cours des dernières années[2]. Ces techniques peuvent être classées en trois grandes catégories : level-set[3], on-off et la méthode de pénalisation SIMP [4]. Parmi les méthodes discrètes On-Off, on retrouve les algorithmes évolutionnaires ESO et BESO [5]. BESO a été utilisé pour la première fois pour le dimensionnement magnéto-mécanique d'une structure de machine électrique dans [6]. L'algorithme d'optimisation permet d'éliminer ou de rajouter de la matière à un ensemble d'éléments afin de maximiser une fonction objectif. Dans ces travaux, c'est l'énergie magnétique qui est maximisée comme dans [7].

Dans le contexte de cette étude, l'intérêt est porté sur les effets des contraintes sur le dimensionnement électromagnétique de la structure. Le problème d'optimisation formulé se concentre sur le couple moyen en posant comme fonction objectif l'amélioration de la saillance de la machine électrique. L'originalité de l'approche est que le calcul est réalisé en considérant une loi de comportement intégrant un modèle couplé magnéto-élastique. Dans un premier temps, seule la force d'inertie est prise en compte, la vitesse de convergence de l'algorithme, le couple et l'ondulation de couple sont comparés pour différentes vitesses de rotation. Dans un second temps, nous imposons des forces de frottement sur le stator, les contraintes résiduelles associées sont prises en compte dans le modèle couplé.

## 2. OPTIMISATION TOPOLOGIQUE

La machine à dimensionner est un moteur synchro-reluctant triphasé à 36 encoches à bobinage réparti. Le diamètre extérieur de la machine est de 130 (mm), le diamètre du rotor de 75(mm), la longueur de la machine de 100(mm). La structure est donnée

dans la figure 1. La détermination du couple moyen par le calcul de ses valeurs instantanées peut être très coûteuse.

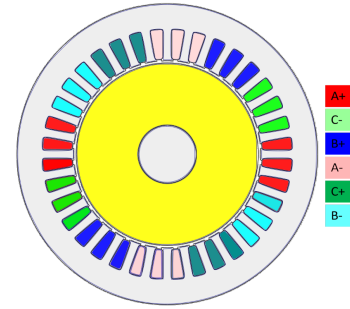


FIG. 1. Electrical machine with 36 slots

### 2.1. Modélisation numérique

Pour résoudre Le problème d'optimisation, nous avons développé un modèle éléments-finis 2D magnétostatique (équation 1) ainsi qu'un modèle mécanique EF (équation 2). Afin de prendre en compte l'effet des contraintes multiaxiales sur le comportement magnétique non-linéaire, nous avons introduit un couplage en utilisant un modèle de comportement magnéto-élastique[8]. La mise à jour de l'état magnétique est donné par l'équation 3. La correction de la courbe BH par élément a été ajoutée afin de considérer cette influence dans le calcul de l'énergie pour l'optimisation. La résolution des deux problèmes est faite sous Matlab avec le même maillage, réalisé par GMSH, comme représenté sur la figure 2. Le rotor comporte 8642 éléments.

$$-\nabla \cdot (\nu \nabla U_z) = J_z + \nabla \cdot \left( \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} M \right) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \sigma + f = 0 \quad (2)$$

$$M_{fer} = \frac{M_s A_x \sinh(\kappa H)}{A_x \cosh(\kappa H) + A_y + A_z} \quad (3)$$

$$A_i = \exp(\alpha \sigma_{ii}), \text{ avec } i = x, y, z \quad (4)$$

Avec,  $U_z$  le potentiel vecteur,  $J_z$  la densité de courant,  $M$  la magnétisation magnétique d'un aimant,  $f$  les forces volumiques,  $\sigma$  le tenseur des contraintes,  $M_{fer}$  le champ magnétique des éléments ferromagnétique, le calcul est en fonction des grandeurs caractéristiques de chaque matériaux. Dans le cas présent, les paramètres utilisés sont donnés dans le tableau suivant :

L'algorithme de la méthodologie proposée en considérant uniquement les forces d'interties est donnée dans la Fig.4.

TABEAU 1. Paramètres du modèle magnéto-élastique

$M_s$	$\alpha$	$\kappa$
$1.21e^6 \text{ A.m}^{-1}$	$1e^{-7} \text{ Pa}^{-1}$	$11e^{-3} \text{ m.A}^{-1}$

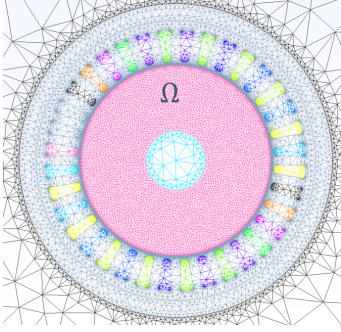


FIG. 2. Maillage de la machine pour l'optimisation

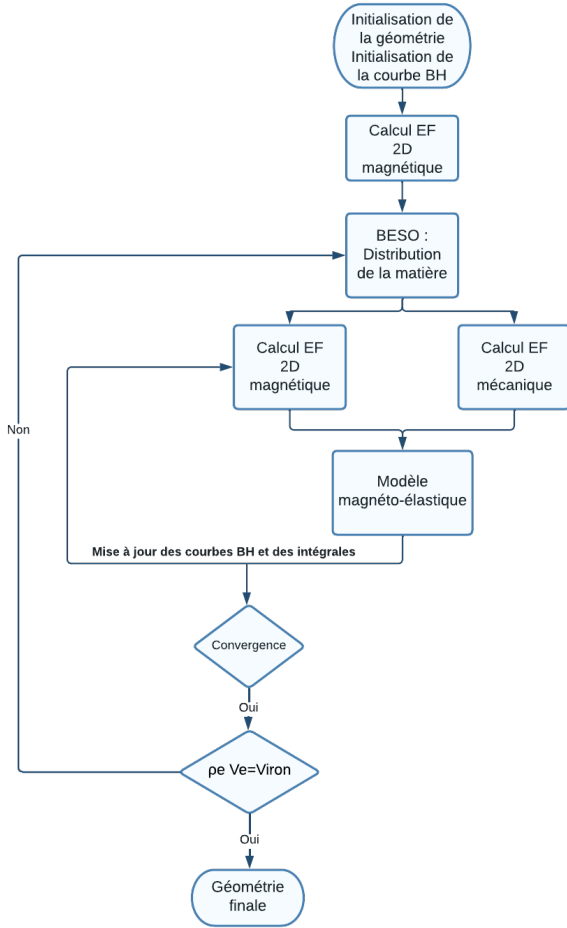


FIG. 3. Algorithme du problème couplé avec l'optimisation topologique

## 2.2. Problème d'optimisation

Nous formulons le problème sur l'amélioration du rapport de saillance basé uniquement sur deux calculs par éléments finis ; aucun remaillage n'est nécessaire. Le problème d'optimisation est formulé dans l'équation 5, avec  $V_e$  le volume élémentaire de l'élément de maillage au rotor,  $N_{iron}$  le nombre total de variables qui est égal au nombre d'éléments  $N_{mesh}$  au rotor.  $\rho_e$  est la variable d'optimisation qui correspond à la densité de matière uniquement dans le rotor.  $\rho_e = 1$  l'élément est en fer,

$\rho_e = 0$  c'est de l'air. On impose pour ce problème une densité de courant de 15 (A/mm<sup>2</sup>). Dans cette étude la caractéristique BH utilisée est celle du Fe3%Si par ailleurs nous avons présenté une autre étude avec des matériaux imprimés [9].

$$\begin{aligned} \max_{\rho_e} \quad & 1 - \frac{W_q}{W_d} \\ \text{s.c.} \quad & \sum_{i=1}^{N_{iron}} \rho_e \cdot V_e = V_{iron} \\ & \rho_e = 0 \text{ ou } 1 \quad e = 1 \cdots N_{mesh} \end{aligned} \quad (5)$$

## 2.3. Algorithme BESO modifié

Elles consistent à supprimer, à chaque itération, la matière considérée comme peu efficace, la matière qui minimise une fonction de choix, et/ou à ajouter de la matière aux endroits de plus forte contrainte. Il existe plusieurs méthodes, dont principalement ESO, AESO et BESO [10].

BESO est une combinaison des deux premières méthodes il permet de rajouter et retirer de la matière tout au long de l'optimisation. Dans la description de l'algorithme BESO [11], le nombre d'éléments ajoutait ou retirait des éléments lorsqu'un seuil variable atteignait leur niveau d'énergie. Le problème de cette méthode est qu'un grand nombre d'éléments d'énergie proche peut être modifié simultanément, ce qui peut faire perdre de la précision à l'algorithme. Afin de mieux contrôler la quantité d'éléments modifiés à chaque itération, on calcule à chaque itération un nombre d'éléments à ajouter  $N_{add}$  et un nombre d'éléments à enlever  $N_{remove}$  avec les équations.

$$N_{add} = A_{prec} \text{ Ratio } N_e \quad (6)$$

$$N_{remove} = R_{prec} \text{ Ratio } N_e \quad (7)$$

$$\text{Ratio} = \left| \frac{\sum_{i=1}^{N_e} x_i v_i}{V_{iron}} - 1 \right| \quad (8)$$

Avec  $A_{prec}$  et  $R_{prec}$  des paramètres empiriques à déterminer. Les cas étudiés se limitent dans un premier temps à la prise en compte des forces d'inertie sur le rotor pour des vitesses de 3000, 6000 et 20000 tours/min. Par la suite, des contraintes de frottement sont imposées au niveau du stator. Dans ce cas, un calcul mécanique 2D est lancé avant de passer à l'optimisation décrite dans l'algorithme. Il permet d'établir l'état des contraintes résiduelles sur le stator.

## 3. RÉSULTATS ET COMPARAISON

L'évolution de la fonction objectif en fonction des itérations pour les trois vitesses est donnée sur la Fig. 8. Lorsque les vitesses sont faibles, nous constatons le même comportement, étant donné que les contraintes d'inertie sont faibles. La distribution de matière pour les trois vitesses est la même Fig. 6. A partir de 20000 tours/min, la trajectoire d'optimisation pour les mêmes paramètres de l'algorithme BESO n'est par contre plus la même.

La géométrie au rotor obtenue diffère légèrement entre les deux conditions de contraintes, l'optimisation a su réadapter les alures de barrières de flux pour tendre au mieux vers une solution optimale. Sur la figure 7, on représente l'évolution de l'état de contrainte radiale entre le point de départ de l'optim est la structure optimale.

La Fig. 5a présente la cartographie des contraintes radiales pour une force de frottement constante de 10650 N. Ces contraintes sont prises en compte en plus des forces d'inertie dans la loi de comportement magnéto-élastique. Un exemple de la valeur de la perméabilité magnétique du stator au cours d'une itération est donnée sur la Fig. 5b. Etant donné que chaque élément du maillage au rotor et au stator a une loi de comportement différente, la résolution du problème magnéto-statique non-linéaire

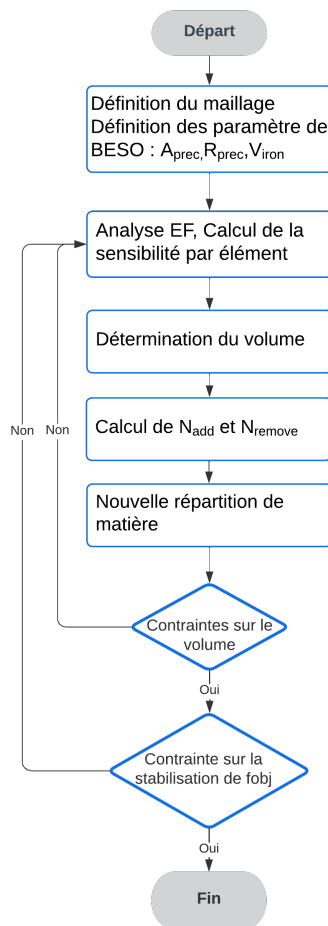


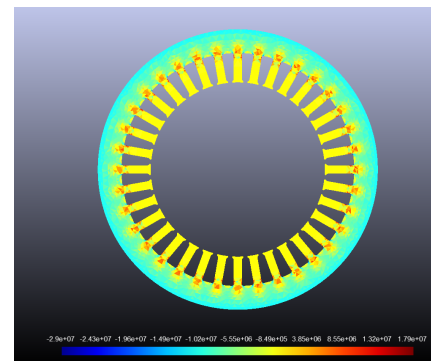
FIG. 4. Evolution de BESO

se fait par la méthode de point fixe. Afin de ne pas devoir interpoler pour chaque élément une courbe BH et recalculer les dérivées associées à une approche en Newton-Raphson.

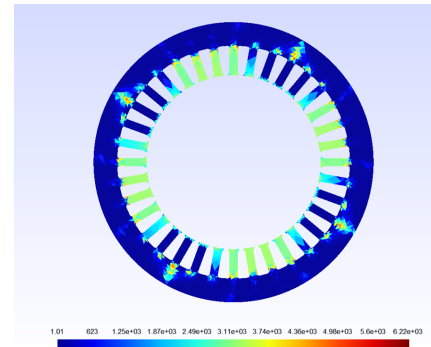
En considérant le fretage du stator, la quantité de matière imposée à 55% n'est plus adaptée, une augmentation de 2% au niveau de la contrainte a été rajoutée afin d'avoir le comportement obtenu sur la figure 8 et éviter l'asymétrie causée par le manque de matériaux. L'algorithme tend à retrouver la saillance optimale en modifiant la distribution de matière dans le rotor, mais toujours avec le même nombre de barrières de flux. La forme globale du rotor optimisée varie peu. La représentation de l'état de saturation de la machine est donnée dans la figure 9, obtenue pour une densité de courant assez élevée comme indiqué dans le paragraphe précédent à 20(krpm). Le rapport de saillance varie peu étant donné qu'aucune contrainte sur l'induction maximale n'est imposée à la machine électrique.

#### 4. CONCLUSIONS

Dans ce papier nous avons proposé une première approche pour l'intégration d'une loi de comportement avec couplage d'état magnéto-élastique dans le cadre de l'optimisation topologique. Le problème est formulé en tenant compte des contraintes d'inertie et des contraintes de fretage au niveau du stator. Nous constatons une distribution de matière qui recrée le même nombre de barrières de flux, avec une modification de la forme à très haute vitesse. En tenant compte des forces de fretage sur le stator, la contrainte d'optimisation sur le volume à atteindre est affectée et une augmentation de ce volume est nécessaire pour atteindre un rapport de saillance optimal.

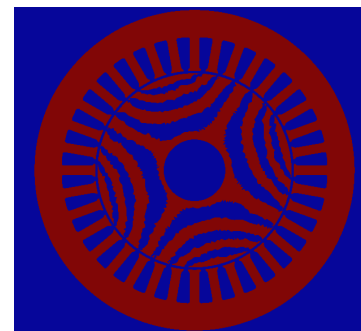


(a) Contraintes radiales valeur comprise entre [-28-18] MPa

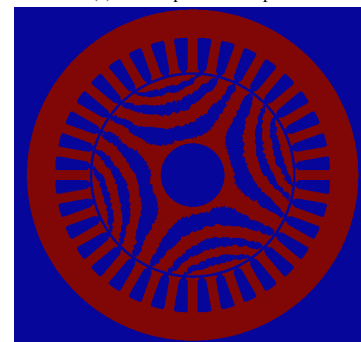


(b) Perméabilité relative pour un état magnétique

FIG. 5. Résultats de modélisation au stator



(a) Rotor optimal à 6krpm



(b) Rotor optimal avec fretage stator à 20krpm

FIG. 6. Induction magnétique (T)

#### 5. RÉFÉRENCES

- [1] J. Kook and J. H. Chang, "A high-level programming language implementation of topology optimization applied to the acoustic-structure interaction problem," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 64, no. 2, 2021.
- [2] N. Fnu and W. Bingnan, "Topology optimization of electric machines : A review," in *2022 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*

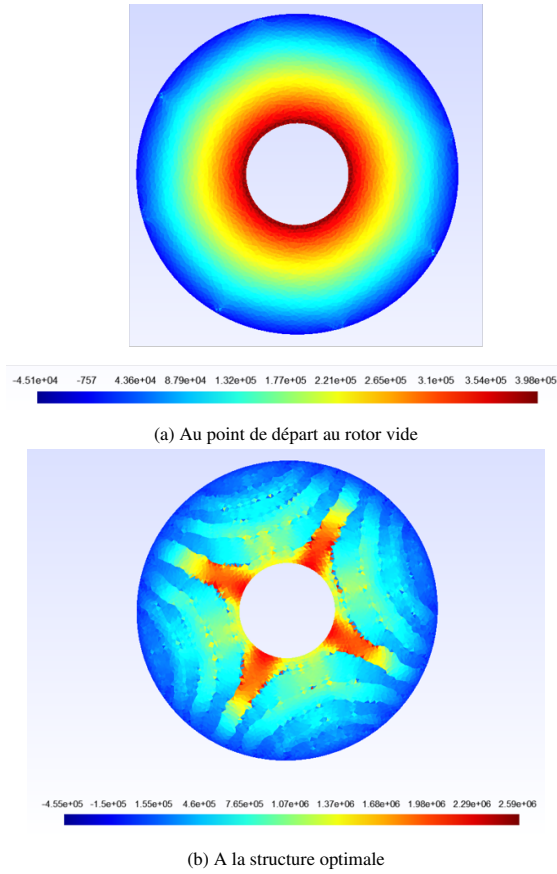


FIG. 7. Cartographie de l'Etat de la contrainte radiale (Pa)

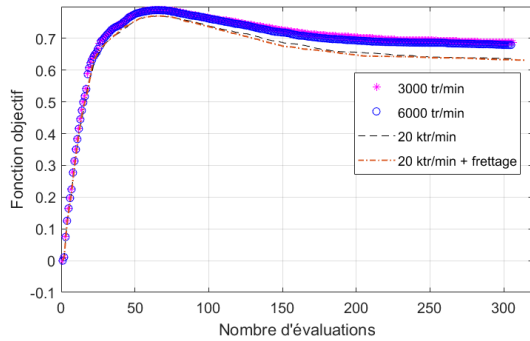


FIG. 8. Evolution de la fonction objectif

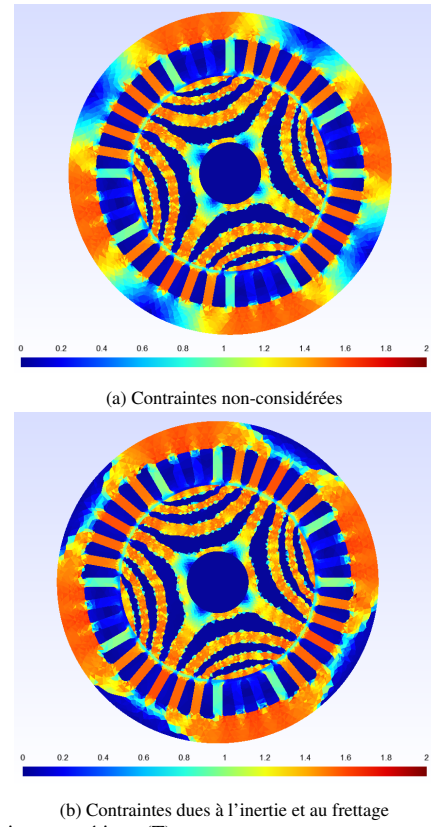


FIG. 9. Induction magnétique (T)

- (ECCE), 2022, pp. 1–10.
- [3] G. Allaire, F. Jouve, and A.-M. Toader, “A level-set method for shape optimization,” *Comptes Rendus Mathématique*, vol. 334, no. 12, pp. 1125–1130, 2002. [Online]. Available : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1631073X02024123>
  - [4] P. Gangl, S. Köthe, C. Mellak, A. Cesarano, and A. Mütze, “Multi-objective free-form shape optimization of a synchronous reluctance machine,” *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, 2022.
  - [5] T. Pham, P. Kwon, and S. Foster, “Additive manufacturing and topology optimization of magnetic materials for electrical machines—a review,” *Energies*, vol. 14, no. 2, 2021.
  - [6] M. Garibaldi, C. Gerada, I. Ashcroft, and R. Hague, “Free-Form Design of Electrical Machine Rotor Cores for Production Using Additive Manufacturing,” *Journal of Mechanical Design*, vol. 141, no. 7, 03 2019, 071401.
  - [7] O. M. Querin, V. Young, G. P. Steven, and Y. M. Xie, “Computational efficiency and validation of bi-directional evolutionary structural optimisation,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.

- 189, pp. 559–573, 2000.
- [8] L. Daniel, “An analytical model for the effect of multiaxial stress on the magnetic susceptibility of ferromagnetic materials,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 5, pp. 2037–2040, 2013.
  - [9] H. H. Maya, Z. Meher, S. Alessandro, O. V. Alejandro, F. Nouredine, and K. Guillaume, “Multi-material beso topology optimization for synrm based on printed fesi6.5%,” in *2023 24th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG)*, 2023, pp. 1–4.
  - [10] T. Evangelos, D. T. Flem, S. Martin, and O. Anna, “State of the art of generative design and topology optimization and potential research needs,” in *Proceedings of Nord Design 2018*, 2018, pp. 1–15.
  - [11] O. Querin, V. Young, G. Steven, and Y. Xie, “Computational efficiency and validation of bi-directional evolutionary structural optimisation,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 189, no. 2, pp. 559–573, 2000. [Online]. Available : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782599003096>