

Comparaison des calculs Elements Finis 2D et 3D de la MSAP à flux axial

Mohamed Amine HEBRI¹, Grégory Bauw¹, Jean-Philippe Lecoïnte¹, Stéphane Duchesne¹, Gianluca Zito², Abdenour Abdelli², Vincent Mallard³ et Adrien Maier⁴

¹Univ. Artois, UR 4025, Laboratoire Systèmes Electrotechniques et Environnement (LSEE), Béthune, F-62400, France

Faculté des Sciences Appliquées, Technoparc Futura, 62400 Béthune, France

²IFP Energies Nouvelles, Rueil-Malmaison, 92852, France.

³CRITT M2A, Bruay-la-Buissière, 62700, France

⁴EREM - Etudes Réalisations Et Maintenance, Wavignies, F-60130, France

RESUME - Dans ce papier, les auteurs proposent de modéliser une machine synchrone à aimants permanents (MSAP) à flux axial en 2D et 3D par logiciel éléments finis (EF). Le but de cette étude est de comparer les performances électromagnétiques obtenues par les calculs 2D et 3D avec différents matériaux magnétiques. L'étude montre que le calcul 2D est 168 fois plus rapide que le calcul 3D. De plus, le calcul 2D sous-estime le couple électromagnétique et les pertes fer avec une moyenne de 2.5% et 8.5% respectivement, comparé au calcul 3D. Les différences atteignent 70% pour le calcul des pertes dans les aimants.

Mots-clés—MSAP à flux axial, éléments finis, couple électromagnétique, pertes.

1. INTRODUCTION

Le secteur des transports est une source de pollution et de production de gaz à effet de serre. En Europe et en 2020, les émissions de CO₂ sont limitées à 95g/km en moyenne pour les nouvelles voitures [1]. La propulsion électrique offre une solution sans émissions directes et avec un bon rendement. Les machines électriques candidates pour la traction électrique doivent satisfaire certaines caractéristiques [2-3] : densité de couple et puissance élevées, large plage de variation de vitesse et rendement élevé sur toute cette plage, haute fiabilité et robustesse adaptées à l'environnement du véhicule, difficultés de construction et coût acceptable. Ces dernières années, les machines électriques à aimants permanents ont connu une forte croissance. Les aimants de type terres rares offrent une forte densité d'énergie [2-4]. Ils sont majoritairement utilisés dans les MSAP qui présentent une densité de puissance et un rendement élevés et une taille plus compacte lorsqu'on la compare, par exemple, à la machine asynchrone. C'est particulièrement le cas de la MSAP à flux axial qui connaît actuellement un vif intérêt.

Différentes approches de modélisation sont possibles, analytiques (méthode de la perméance analytique [5], méthode des sous-domaines [5-6], méthode des réseaux de ré reluctances [7]) ou numériques (Éléments finis, Différences finis) [8]. Les méthodes analytiques sont connues pour leur rapidité ; elles sont cependant généralement moins précises que la modélisation numérique. Dans le but de dimensionner une machine à flux axial à double rotor destinée à une application automobile, les auteurs présentent une modélisation numérique réalisée en 2D et 3D avec le logiciel commercial JMAG. Le calcul par éléments finis 3D est très coûteux en temps comparé au 2D, mais il reste plus fiable. La modélisation en 2D de la machine à flux axial est possible en considérant une machine linéaire équivalente et dont les dimensions sont prises au rayon moyen [9]. Aussi, le but de cet article est de modéliser la machine à flux axial en 2D, comme

une machine linéaire, et de comparer les performances électromagnétiques obtenues dans ce cas aux résultats numériques 3D. La comparaison est réalisée avec différents matériaux magnétiques, isotropes et anisotropes, pour analyser la pertinence du passage à la 2D dans différentes conditions.

Dans la première partie de l'article, les auteurs présentent la machine étudiée ainsi que les paramètres calculés. Les modèles numériques 2D et 3D et les méthodes de calculs des pertes font l'objet de la deuxième partie. Dans la troisième partie, on décrit les différents matériaux magnétiques utilisés dans le circuit magnétique, à savoir des tôles en Fer-Silicium à grains non orientés (NOES), en Fer-Silicium à grains orientés (GOES) et en Fer-Cobalt (FeCo). La quatrième partie présente les résultats EF 2D et 3D. Enfin les auteurs proposent une discussion des résultats obtenus.

2. PHILOSOPHIE DE L'ETUDE

2.1. Structure de la machine à flux axial

La machine étudiée est une MSAP à flux axial à double rotor et sans culasse statorique présentée à la figure 1-a. La structure est dotée d'un bobinage dentaire (12-encoches/8-pôles) ; les aimants sont montés en surface. La machine linéaire équivalente au rayon moyen de cette structure en 2D est donnée à figure 1-b, appelée aussi machine linéaire. Les paramètres principaux du moteur sont présentés dans le tableau 1.

Tableau 1. Paramètres du moteur électrique étudié

Paramètres	Valeurs
Encoches/Pôles	12/8
Rayon interne/externe	60 mm/100 mm
Vitesse nominale de rotation	10000 tr/min
Courant nominal	130 A _{eff}
Entrefer	1.3 mm
Epaisseur de l'aimant	6.5 mm
Rayon moyen	80mm
Longueur axial (modèle 2D)	40mm

2.2. Paramètres analysés

L'étude va se focaliser sur l'analyse de 3 grandeurs de sorties :

- la puissance électromagnétique ;
- les pertes dans les circuits magnétiques ;
- et les pertes dans les aimants.

Une série de simulation va être réalisée pour différents types de matériaux magnétiques et en faisant varier 2 paramètres dimensionnels : la largeur de la dent statorique et l'épaisseur de la culasse rotorique. Les résultats issus des modèles 2D et 3D pourront ensuite être comparés pour les 3 grandeurs étudiées.

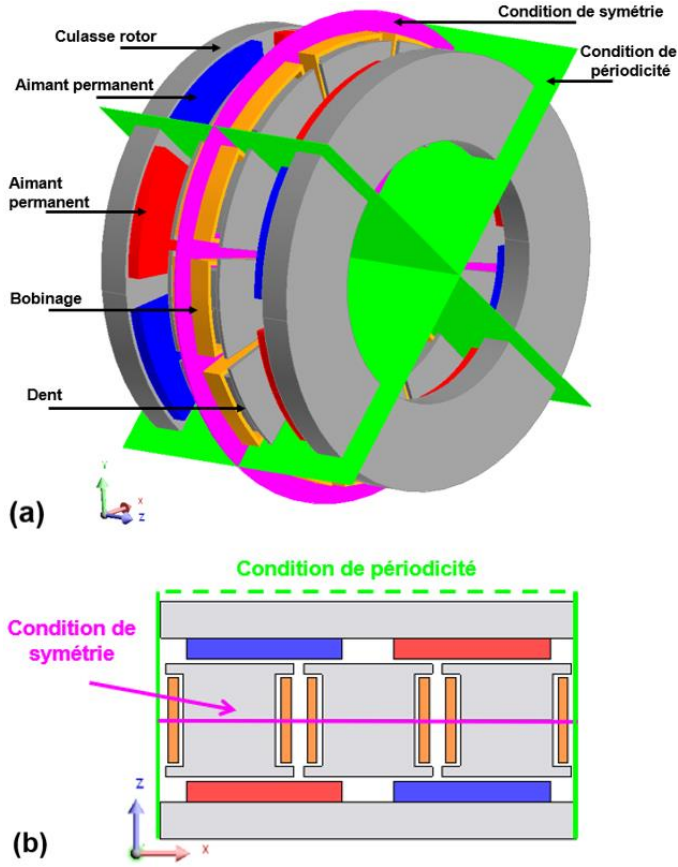


Fig. 1. MSAP étudiée : a) en 3D, b) en 2D au rayon moyen.

3. MODELES NUMERIQUES

3.1. Modèles numériques éléments finis

Les conditions aux limites permettent de réduire la géométrie de la machine modélisée. La condition de périodicité permet de ne modéliser que trois encoches et deux pôles (¼ quart de machine) ; la condition de symétrie permet d'étudier la machine avec un rotor et un demi-stator. Le maillage contient 518216 et 9304 éléments, pour les structures 3D et 2D respectivement. L'entrefer est divisé en trois couches. Une station de calcul HP Z600 2x Intel Xeon X5650 6-Core 2.66 GHz 48GB RAM a été utilisée pour les simulations.

Les calculs EF 2D et 3D sont effectués en magnéto-transitoire en prenant 21 pas de simulation par période électrique. L'alimentation électrique est assurée avec une onde sinusoïdale de courant.

Un exemple de distribution des lignes de champ en 2D au niveau de la dent statorique d'une MSAP à flux axial est présenté à la figure 4. Il montre que le champ électromagnétique y est quasi-unidirectionnel, ce qui favorise l'utilisation d'une tôle à grains orientés. De plus, au niveau des isthmes, la distribution des lignes de champ dépend de la position du rotor, si bien que la tôle peut être sollicitée dans plusieurs directions, avec un impact sur les pertes fer. Il s'agira donc de tenir compte de l'anisotropie des tôles GOES et des non-linéarités, que ce soit en 2D ou en 3D. JMAG V20.1 modélise l'anisotropie magnétique avec la méthode de la séparation des axes, avec un tenseur de perméabilité diagonal en se basant sur les mesures des caractéristiques magnétiques de la tôle dans les directions principales de laminage et transverse (RD et DT) pour le calcul en 2D. La perméabilité dans la direction normale (DN) est ajoutée pour les modèles 3D.

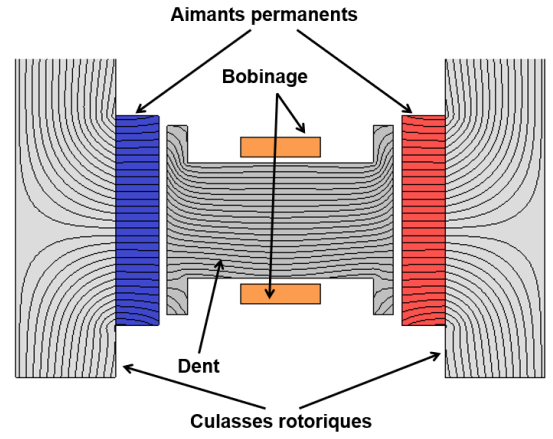


Fig. 2. Exemple de distribution des lignes de champ dans un pôle de la MSAP.

$$[B] = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \times [H] \quad (1)$$

A partir de la version 21.1, JMAG propose un nouveau modèle de la prise en compte de l'anisotropie, en introduisant plusieurs courbes BH en fonction de différents angles de magnétisation.

3.2. Calcul de la puissance électromagnétique

La puissance électromagnétique est définie comme le produit du couple électromagnétique et de la vitesse angulaire. Le couple électromagnétique C_{em} est basé sur le calcul de la force électromagnétique par la méthode du tenseur de contrainte de Maxwell par le logiciel JMAG. La force magnétique nodale f_i agissant sur chaque nœud i est calculée selon l'équation (2) où T est le tenseur de contrainte de Maxwell, N_i est la fonction de forme associée au nœud i dans chaque élément contenant le nœud i , V est le volume total de l'élément comprenant le nœud i . La force totale résulte de la somme des forces nodales sur la région étudiée.

$$f_i = - \int_V T \partial N_i dV \quad (2)$$

Pour une modélisation 3D de la machine à flux axial, le couple électromagnétique s'écrit selon (2) où r_i est la distance entre le nœud i et le centre de rotation.

$$C_{em} = \sum_i^n f_i \times r_i \quad (3)$$

Étant donnée que la machine linéaire en 2D translate, seule la force totale est calculée. Le calcul du couple est déduit en étant la force totale multipliée par le rayon moyen r_m .

$$C_{em} = r_m \sum_i^n f_i \quad (4)$$

3.3. Calcul des pertes fer

Le calcul des pertes fer est basé sur le modèle de Steinmetz, en tenant compte des harmoniques avec (5).

$$P_{core_loss} = \sum_{i=1}^N K_h \cdot B^\alpha \cdot f^\beta + K_e \cdot B^\gamma \cdot f^\delta \quad (5)$$

où i est le rang harmonique, N est le rang de l'harmonique le plus élevé, f est la fréquence de fonctionnement, B est le niveau d'induction maximal. Les coefficients K_h , K_e , α , β , γ et δ sont déterminés à l'aide de données de mesure. Pour les tôles GOES, le même modèle est utilisé avec des coefficients bidirectionnels.

$$P_{core_loss} = \sum_{i=1}^N \left\{ \begin{aligned} &(K_{hRD} \cdot B_{RD}^\alpha + K_{hTD} \cdot B_{TD}^\alpha) \cdot f^\beta \\ &+ \\ &(K_{eRD} \cdot B_{RD}^\gamma + K_{eTD} \cdot B_{TD}^\gamma) \cdot f^\delta \end{aligned} \right. \quad (6)$$

3.4. Calcul des pertes dans les aimants

Le calcul des pertes dans les aimants sur JMAG est basé sur le calcul des courants induits (courant de Foucault) dans l'aimant. Cependant, le modèle utilisé n'est pas donné en détail.

4. MATERIAUX MAGNETIQUES UTILISES

La tôle à grains non orientés (NOES) est souvent la plus utilisée dans les circuits magnétiques des machines électriques tournantes. Ces dernières années, la tôle à grains orientés (GOES) fait l'objet d'un intérêt grandissant dans les circuits magnétiques des moteurs électriques, compte tenu des performances qu'elle offre, avec des pertes fer très faibles dans certains cas, une très grande perméabilité et une induction à saturation suivant la direction de facile aimantation pouvant atteindre 2.1 T. Une autre alternative consiste à utiliser le Fer Cobalt (FeCo), connu pour sa forte induction à saturation (jusque 2.4 T) et pour son coût élevé.

La figure 3 montre les courbes B-H pour les trois matériaux magnétiques matériaux (NOES, GOES et FeCo), dont les épaisseurs sont de 0,20mm pour les 2 tôles FeSi et 0,15mm pour le FeCo. Les mesures sont obtenues avec un cadre standardisé Single Sheet Tester (SST) à 50 Hz. Les courbes montrent que la tôle GOES magnétisée dans la direction de facile aimantation (RD) a une perméabilité très élevée et une induction à saturation plus importante par rapport à la tôle NOES conventionnelle (1.8T). D'autre part, la tôle GOES est fortement anisotrope, ce qui signifie que les performances dans la direction transversale (TD) sont moins intéressantes que dans la RD. Il est donc primordial d'utiliser cette tôle dans le sens le plus favorable ; certaines topologies de machines à flux axial s'y prêtent bien. La tôle Fer Cobalt Hiperco50 présente une valeur de densité de flux de saturation très élevée par rapport aux tôles NOES et GOES.

La figure 4 montre les pertes spécifiques pour les différentes tôles magnétiques à une fréquence de 500 Hz. La tôles GOES magnétisée suivant la RD présente des pertes fer plus faibles par rapport à la feuille NOES conventionnelle, à iso-épaisseur. En parallèle, ces tôles ont des pertes presque égales à celles des tôles FeCo de 0.15mm d'épaisseur pour des valeurs d'induction inférieures à 1,8 T. En revanche, les pertes de la tôle GOES suivant la TD sont très élevées. Le FeCo 'Hiperco50' devient avantageux pour les plages de fonctionnement à fréquence élevées en raison des faibles épaisseurs qui limitent les pertes par courants de Foucault.

Les 3 matériaux magnétiques susmentionnés sont utilisés dans les dents du stator. Pour le rotor, seul le NOES est utilisé, ce qui conduit à 3 configurations ou structures différentes décrites dans le tableau 2. La validité du modèle 2D sera vérifiée pour différents matériaux isotropes (NOES, Hiperco50) et anisotropes (GOES) et à différent états de saturation.

5. RESULTATS DU CALCUL EF

Cette partie présente les résultats numériques des trois structures présentées dans le tableau 2. L'épaisseur de la culasse et la largeur des dents varient, respectivement, de 9 à 16 mm avec un pas de 1 mm et de 19 à 29 mm avec un pas de 0,5 mm.

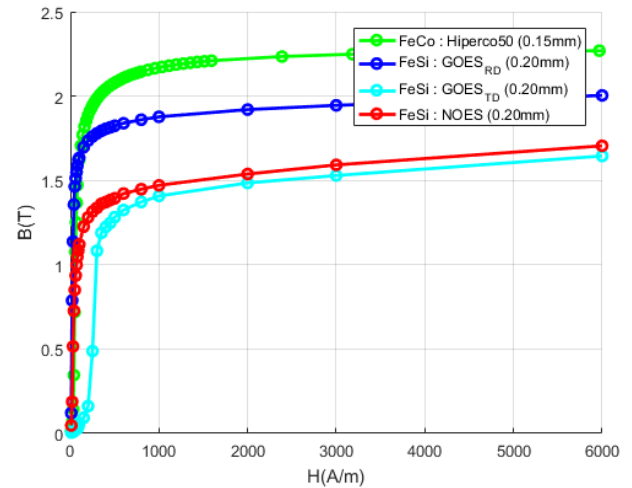


Fig. 3. Courbe B-H des différents matériaux utilisés

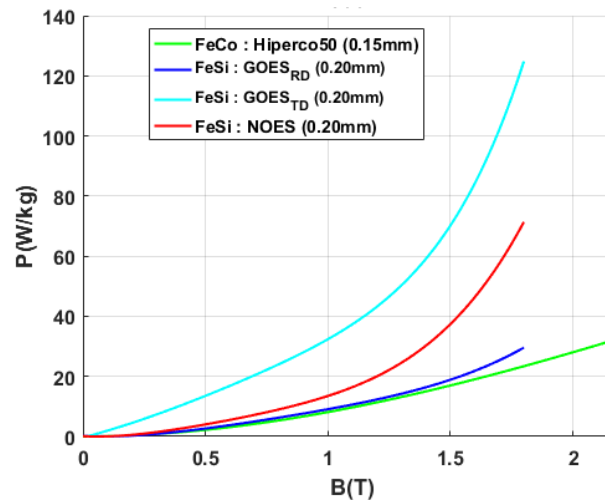


Fig. 4. Courbe des pertes spécifiques à 500 Hz.

Tableau 2. Combinaisons pour le circuits magnétiques

Abréviation	Matériau des dents	Matériau des culasses
NO-NO	NOES	NOES
GO-NO	GOES	NOES
FeCO-NO	Hiperco50	NOES

La surface nécessaire pour loger les conducteurs est prise en compte. Ces changements de dimensionnement impactent la densité volumique et massique des machines, qui ne sont pas traitées dans cette étude. Ces limites varient en cohérence avec le matériau magnétique utilisé dans chaque structure pour satisfaire la contrainte d'induction à saturation et obtenir une plage de puissance entre 90 et 105 kW. Les temps nécessaires pour toutes les simulations sont, respectivement pour les calculs 3D et 2D, d'environ 168 heures et d'1 heure.

Les comparaisons entre les puissances, les pertes fer et les pertes dans les aimants sont présentés respectivement aux figures 5, 8 et 10.

5.1. Puissance Electromagnétique

La figure 5 montre la même tendance d'évolution de la puissance pour les calculs 2D et 3D. La puissance électromagnétique augmente en amplifiant la section de la dent et l'épaisseur de la culasse rotorique, ce qui semble logique car le flux dans la machine augmente dans ce cas. Pour les mêmes dimensions géométriques, la structure à dents en FeCo donne une puissance plus élevée, suivie de celle avec des dents en GO,

puis des dents en NO. Les meilleures structures en termes de puissance massique sont donc FeCo-NO, GO-NO et NO-NO.

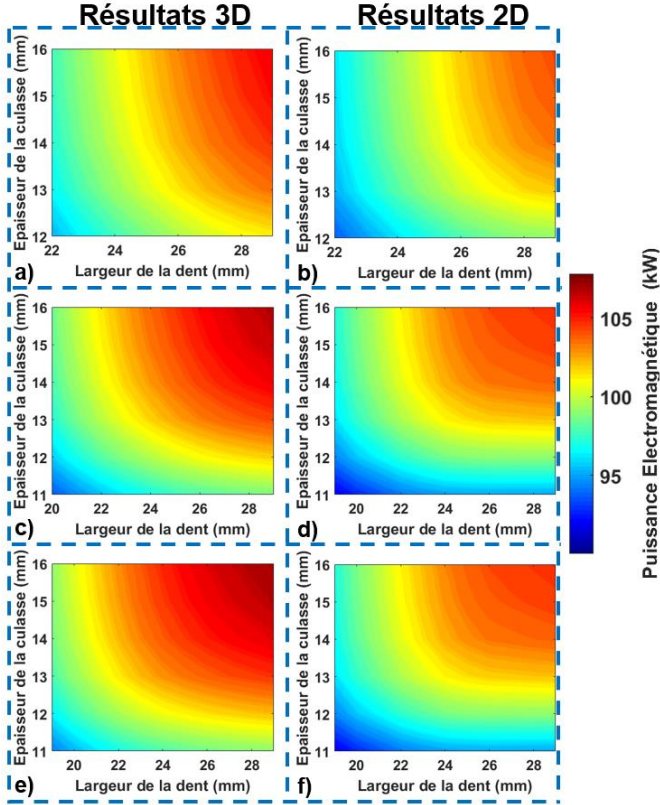


Fig. 5. Puissance électromagnétique (kW) pour les structures : NO-NO : a) 3D, b) 2D ; GO-NO : c) 3D, d) 2D ; FeCo-NO : e) 3D, f) 2D

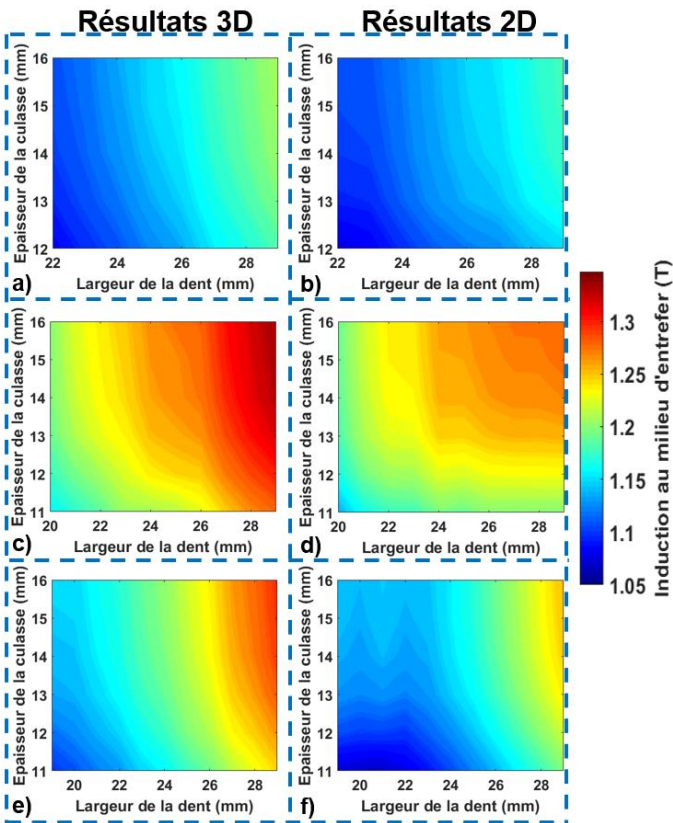


Fig. 6. Induction magnétique au milieu d'entrefer pour les structures : NO-NO : a) 3D, b) 2D ; GO-NO : c) 3D, d) 2D ; FeCo-NO : e) 3D, f) 2D

Les écarts obtenus peuvent être expliqués par plusieurs facteurs : le modèle de calcul du couple, les géométries différentes et le niveau d'induction magnétique. La figure 6 présente le module de l'induction au milieu d'un entrefer en 3D (au rayon moyen) et en 2D. Nous constatons les mêmes tendances que celles observées à la figure 5. Les différences moyennes entre les calculs 3D et 2D pour les structures NO-NO, GO-NO et FeCo-NO sont respectivement de 1.3%, 1.7% et 3.2%. Ces différences sont du même ordre de grandeur que celles observées sur le couple, ce qui appuie l'hypothèse stipulant que le calcul d'induction est l'une des causes des écarts sur le couple.

5.2. Pertes fer

Les résultats de simulations (figure 7) conduisent aux conclusions suivantes :

- Nous remarquons que la meilleure structure en termes de pertes fer est celle à dents en FeCo, suivie de celle à dents en GO et enfin à dents en NO. On l'explique par les courbes de pertes spécifiques où le FeCo présente les plus faibles pertes suivies du GO et du NO.
- Le calcul des pertes fer en 2D est, une nouvelle fois, sous-estimé par rapport à la 3D. Les différences moyennes pour les structures NO-NO, FeCo-NO sont respectivement de 8.5% et 11.7 %. Ceci peut être expliqué soit par la sous-estimation de l'induction magnétique en 2D, soit par la géométrie des dents. En 3D, nous avons une dent avec une largeur très faible au rayon minimal. Cette zone étant très saturée (figure 7), les pertes y sont très élevées car elles évoluent de manière exponentielle au-dessus de 1,5T (figure 9). Au contraire, en 2D, les effets sont moyennés avec une géométrie prise au rayon moyen des pôles.

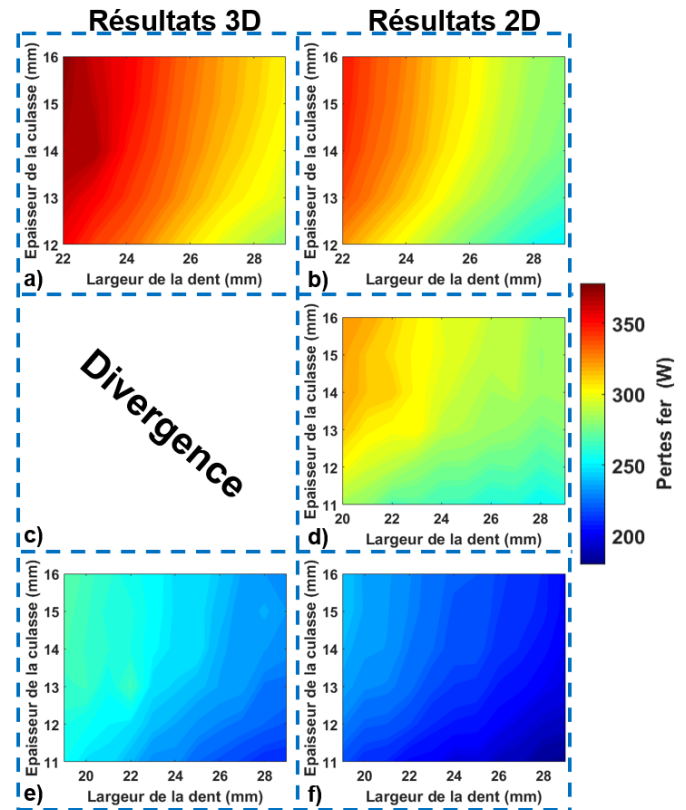


Fig. 7. Pertes fer pour les structures : NO-NO : a) 3D, b) 2D ; GO-NO : c) 3D, d) 2D ; FeCo-NO : e) 3D, f) 2D

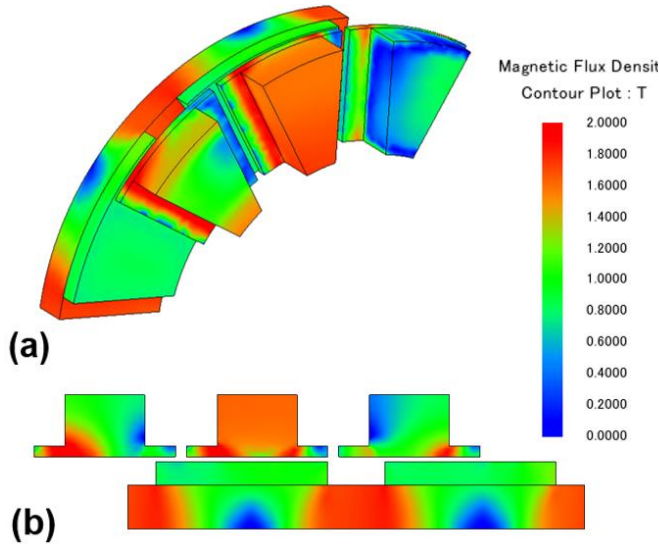


Fig. 8. Distribution de l'induction :
a) dans la structure en 3D, b) dans la structure en 2D

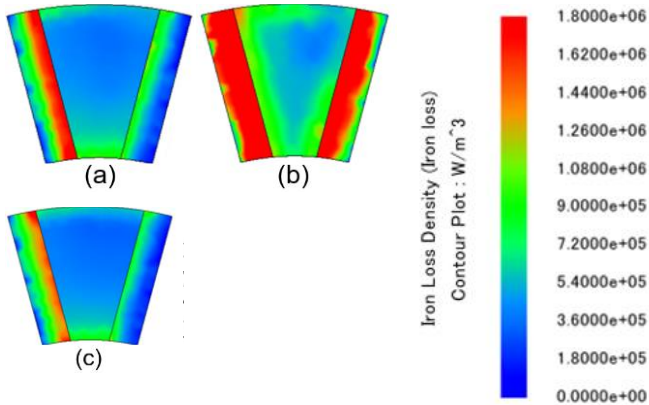


Fig. 9. Distribution des pertes fer dans les dents en : a) NO, b) GO, c) FeCo

- La majorité des pertes fer est due aux dents statoriques dans notre cas. Les pertes rotoriques sont presque nulles, voire négligeables.
- Dans le cas de la tôle GO, le modèle de calcul de pertes en 3D n'a pas pu converger. Prendre en compte les pertes numériquement en 3D pour des géométries complexes reste retors.

5.3. Pertes dans les aimants

Compte tenu des écarts importants obtenus entre le calcul 3D et 2D et pour une meilleure lisibilité des résultats, deux échelles de lecture des pertes dans les aimants ont été adoptées à la figure 10. Il est à noter que ces résultats sont obtenus sans segmentation, car en 2D, la segmentation ne semble pas avoir d'impact sur le calcul des pertes dans les aimants. Les auteurs détaillent cet aspect plus loin car il constitue un verrou important pour la modélisation 2D. On remarque que :

- les pertes dans les aimants diminuent lorsque on réduit l'épaisseur de culasse et/ou la largeur moyenne de dents : réduction de flux dans la machine.
- L'utilisation de la tôle GO engendre une augmentation des pertes dans les aimants, ceci peut être expliqué par l'augmentation des harmoniques d'induction au niveau de l'entrefer, dues au passage des lignes de champ dans la direction de difficile aimantation dans les isthmes de dents [10].

Contrairement aux deux dernières études où les grandeurs (puissance, pertes fer) étaient sous-estimées en 2D, le calcul des pertes dans les aimants en 2D est surestimé de manière très

significative. Les différences moyennes entre les calculs 3D et 2D pour les structures NO-NO, GO-NO et FeCo-NO sont respectivement de 53.6%, 49.9% et 49.4%. Les mêmes remarques ont été observées dans les études [11] et [12], où les différences sont respectivement de 33.3% et 46.6%. En prenant le cas 3D, la densité de pertes croît du rayon minimal jusqu'au rayon maximal.

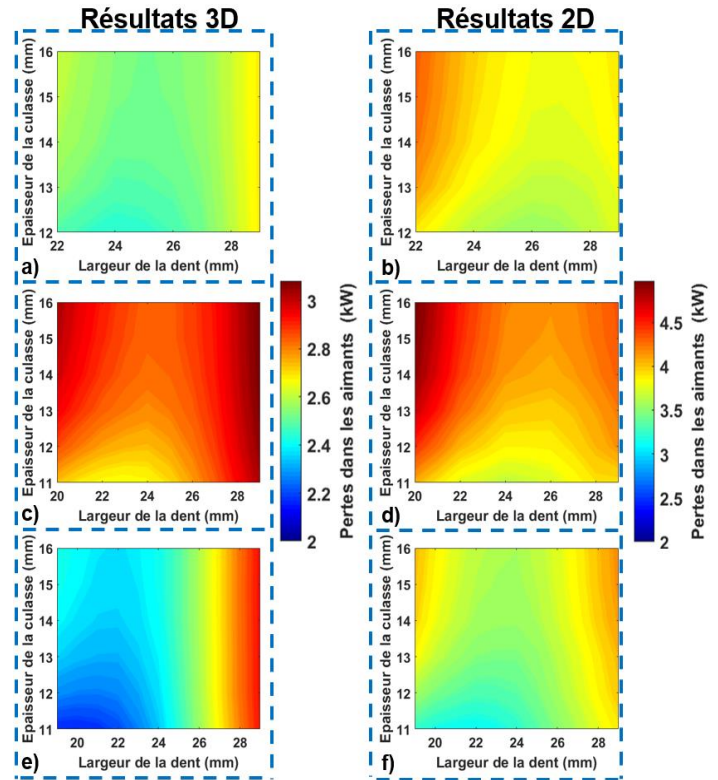


Fig. 10. Pertes dans les aimants pour les structures :
NO : a) 3D, b) 2D ; GO-NO : c) 3D, d) 2D ; FeCo-NO : e) 3D, f) 2D

NO-

En termes de segmentation, la segmentation en 2D des aimants ne peut se faire que selon une seule direction (Direction de translation), rendant impossible la segmentation dans la direction radiale. En 3D, la segmentation est effectuée suivant la direction radiale et tangentielle en 3D et suivant l'axe des abscisses x en 2D (équivalent à la segmentation tangentielle en 3D). La figure 11 reprends les différentes segmentations utilisées en 2D et 3D. La figure 12 présente la répartition des pertes dans les aimants avec et sans segmentation. La figure 13 présente les pertes dans les aimants en fonction du nombre de segments. Il apparaît que :

- Les segmentations radiale et tangentielle réduisent les pertes dans les aimants. La segmentation radiale est meilleure jusqu'à 5 segments car les courants favorisent la circulation dans la direction radiale.
- La segmentation en 2D, n'agit pas sur les pertes dans les aimants. Le modèle 2D n'est donc pas fiable pour le calcul des pertes dans les aimants ; des observations similaires ont été faites avec le logiciel Flux2D.

6. CONCLUSIONS

Dans ce travail, nous avons modélisé une machine synchrone à aimants permanents à flux axial et à double rotor à 12 encoches-8 pôles à bobinage dentaire en 3D et en 2D. La modélisation 2D a été effectuée en considérant une machine linéaire équivalente où les arcs de cercle sont transformés en segments linéaires. Le passage à une structure 2D simplifiée

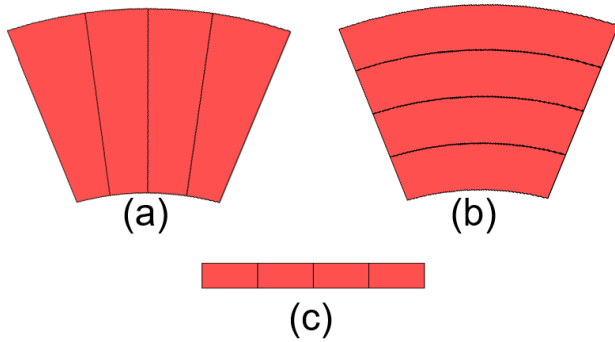


Fig. 11. Segmentation : a) Tangentielle en 3D, b) Radiale en 3D, c) Tangentielle en 2D .

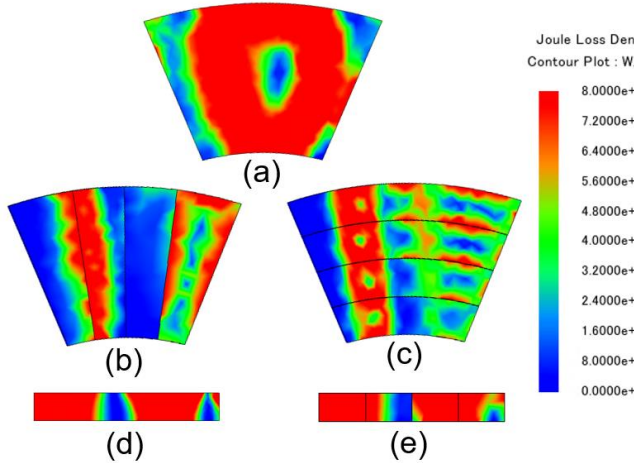


Fig. 12. Distribution de pertes dans les aimants : a) Sans Segmentation en 3D, b) Segmentation Tangentielle 3D, c) Segmentation Radiale en 3D, d) Sans Segmentation en 2D, e) Segmentation Tangentielle en 2D.

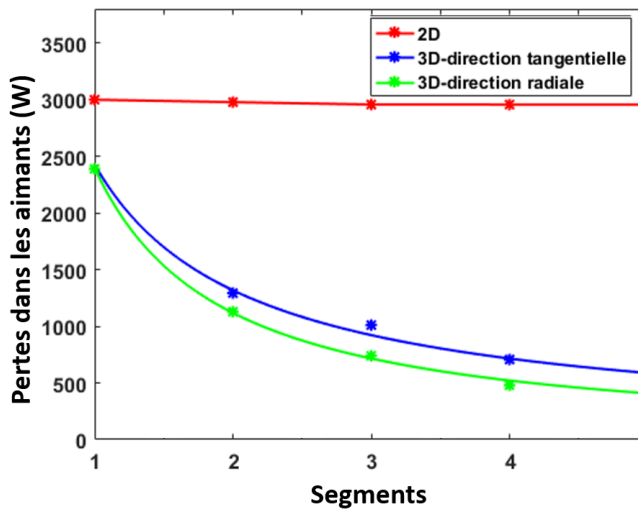


Fig. 13. Pertes dans les aimants en fonction du nombre de segments.

permet de réduire le temps de simulation, en passant de 168 heures en 3D à une heure de simulation en 2D. Les simulations ont été effectuées avec des matériaux magnétiques isotropes (NO et FeCo) et un matériau magnétique anisotrope (GO).

En termes de puissance électromagnétique, le calcul 2D a montré de bons résultats comparés aux résultats obtenus en 3D avec une sous-estimation des résultats obtenus par rapport au calcul 3D. Les différences moyennes obtenues pour les structures NO-NO, GO-NO et FeCo-NO sont respectivement de 1.4%, 2% et 2.1%. Ces différences sont principalement dues à la géométrie modifiée et au calcul de l'induction. Ce dernier a

montré des différences du même ordre de grandeur que la puissance. La sous-estimation de l'induction dans l'entrefer en 2D s'accompagne d'une sous-estimation des pertes fer. De plus, la prise en compte de la largeur de la dent uniquement au rayon moyen contribue également à la sous-estimation des pertes fer, avec des différences de l'ordre d'une dizaine de pourcents. Concernant la structure à dents GO, le calcul des pertes fer en 3D diverge.

Contrairement aux résultats acceptables obtenus en 2D pour les calculs de la puissance et des pertes fer, le calcul des pertes dans les aimants est surestimé de façon très significative. Les différences moyennes entre les calculs 2D et 3D pour les structures NO-NO, GO-NO et FeCo-NO sont de l'ordre de 50%. Modéliser la segmentation des aimants en 2D revêt deux verrous. Le premier verrou porte sur l'incapacité de segmenter suivant la direction axiale. Le second verrou identifié repose sur la segmentation en 2D qui ne semble pas impacter les pertes dans les aimants. Le modèle de calcul de pertes dans les aimants en 2D peut être remis en cause.

On peut conclure que la modélisation 2D de la machine à flux axiale est fiable pour le calcul de la puissance et du couple pour des matériaux magnétiques isotropes et anisotropes, ce qui convient parfaitement à la phase de prédimensionnement de la machine.

7. REFERENCES

- [1] D. Auverlot, N. Meilhan, B. Mesqui and A. Pommeret, Les politiques publiques en faveur des véhicules à très faibles émissions, France stratégie, 2018,
- [2] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Electrical machines and drives for electric, hybrid, and fuel cell vehicles," *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 4, pp. 746–765, Apr. 2007.
- [3] C. C. Chan, "The state of the art of electric and hybrid vehicles," *Proceedings of the IEEE*, vol. 90, no. 2, pp. 247–275, 2002.
- [4] B. Singh, B.P Singh And S. Dwivedi, "A state of art on different configurations of permanent magnet brushless machines," *Journal of Power Electronics*, Vol. 87, pp. 63–73, 2006.
- [5] E. Devillers and al, "Approche « sous-domaine vs perméance analytique » En Vue D'estimer Le Contenu Spatio-Temporel Des Harmoniques De Forces Radiales D'une Machine Asynchrone," *Symposium De Genie Electrique (Sge)*, 3-5 Juillet 2018, Nancy, France.
- [6] L. Roubache and al, "Elementary subdomain technique for magnetic field calculation in rotating electrical machines with local saturation effect," *COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, vol. 38, no. 1, pp. 24–45, 2018.
- [7] S. Ouagued, Y. Amara, and G. Barakat, "Comparison of hybrid analytical modelling and reluctance network modelling for pre-design purposes," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 130, pp. 3–21, 2016.
- [8] N. Demerdash and T. Nehl, "An evaluation of the methods of finite elements and finite differences in the solution of nonlinear electromagnetic fields in electrical machines," *IEEE Transactions on power apparatus and systems*, no. 1, pp. 74–87, 1979.
- [9] M. Gulec and M. Aydin, "Implementation of different 2d finite element modelling approaches in axial flux permanent magnet disc machines," *IET Electric Power Applications*, vol. 12, no. 2, pp. 195–202, 2018.
- [10] A. Rebhaoui and al, "Using grain oriented electrical steel sheets for electric motor in automotive application : Tooth segmentation," *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, no. Preprint, pp. 1–12, 2022.
- [11] S. Steentjes, S. Boehmer, and K. Hameyer, "Permanent magnet eddy-current losses in 2-d fem simulations of electrical machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, no. 3, pp. 1–4, 2015.
- [12] R. Benlamine, T. Hamiti, F. Vangraefschèpe, and D. Lhotellier, "Electromagnetic, mechanical and thermal analysis of a high-speed surface-mounted pm machine for automotive application," in *2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, pp. 1662–1667, IEEE, 2016.