

Dimensionnement thermique des câbles offshore installés dans un J-tube : modèle nodal et analyse de sensibilité

Jérémy ARANCIO^(1,2), Ahmed OULD EL MOCTAR⁽²⁾, Minh NGUYEN TUAN⁽¹⁾,
Faradj TAYAT⁽³⁾, Jean-Philippe ROQUES⁽³⁾

(1) EDF, Avenue des Renardières, 77250 Écuelles

(2) Laboratoire de Thermique et d'Energie de Nantes (LTEN),
CNRS UMR 6607, Université de Nantes, Nantes, France

(3) TOTAL, 2 Place Jean Millier, 92078 Paris la Défense Cedex

RESUME – Dans la course à la production d'énergie, les producteurs sont concernés par le dimensionnement thermique des câbles offshore installés dans un J-tube, non traité par les normes IEC 60287, et cherchent aujourd'hui des solutions d'optimisation. Cet article présente un modèle numérique capable de représenter les champs de température d'un câble de transport d'énergie installé dans un J-tube, basé sur la méthode nodale. Ce modèle est validé par comparaison avec la littérature existante. Une analyse de sensibilité réalisée grâce aux indices de Sobol est ensuite présentée afin de comprendre l'impact des différents paramètres impliqués dans la chauffe du câble. Cette analyse permet ainsi de comprendre les phénomènes thermiques agissants dans le J-tube et ouvre la voie à de potentielles solutions technico-économiques permettant d'augmenter la capacité de transport des câbles offshore installés dans un J-tube

Mots clés – J-tube, I-Tube, Modèle nodal, Câble offshore, Indices de Sobol, Analyse de sensibilité, IEC 60287, capacité de transport

1. INTRODUCTION

Un J-tube est un conduit cylindrique dont le rôle est de protéger un câble de transport d'énergie positionné à la verticale entre le fond marin et la plateforme offshore, tel qu'une éolienne ou une plateforme pétrolière. Il tient son nom de sa forme en J, permettant une meilleure insertion du câble.

Aujourd'hui, les industriels utilisant ce type d'installation sont limités par les contraintes thermiques que subit le câble du fait de la seule présence de ce tube. Les normes IEC 60287 [1, 2] ne prennent malheureusement pas en compte ce type de configuration. Afin de prévenir les risques de dégradation des matériaux isolants à l'intérieur du câble, ERA a proposé en 1988 un coefficient de de-rating de 0.87 à appliquer au courant admissible [3], basé sur une expérimentation. Ce coefficient est néanmoins remis en question, étant jugé trop sévère par rapport aux conditions réelles d'un J-tube en mer (vents, présence d'eau).

Certains modèles numériques ont été développés pour représenter un câble électrique dans un tube vertical. Hartlein [4] propose un modèle 1D, valable en régime permanent, en parallèle à une maquette expérimentale en laboratoire. Anders [5] a ensuite repris ce modèle afin de considérer cette fois-ci les normes IEC 60287 dans le but de représenter le câble, et de calculer la température du conducteur électrique. Plus récemment, Chippendale [6, 7] propose une représentation 2D d'un J-tube suivant 3 sections : immergée, émergée et phases électriques séparées ; puis propose de résoudre un bilan d'énergie comme Anders et Hartlein en chacune de ces 3 sections, qu'il va ensuite lier par extrapolation mathématique. Il propose notamment une étude de l'influence des sections supérieures

et inférieures suivant la longueur du tube émergé. You [8], quant à lui, propose une simulation numérique de l'impact d'une bouche d'aération sur le refroidissement d'un J-tube, ce qui pourrait être une des solutions techniques envisageables. Néanmoins, cette simulation peut être remise en question car cette dernière ne fait pas l'objet d'une validation rigoureuse des mesures expérimentales.

Malgré la pertinence de ces travaux, aucun ne propose une étude plus poussée des phénomènes thermiques qui ont lieu au sein d'un J-tube. Cette analyse permettrait notamment de déceler des solutions technico-économiques éventuelles. Cet article s'inscrit dans cette voie. Pour ce faire, nous présenterons dans un premier temps une amélioration du modèle 2D permanent de Chippendale [6, 7], qui a pu être notamment présenté lors du congrès international Jicable 2019 [9]. Ce dernier est capable de calculer le champ de température en tout point du système, basé sur la méthode nodale. Cette méthode se révèle notamment extrêmement utile pour considérer un câble de transport d'énergie par les normes IEC 60287, utilisée notamment dans les travaux sur les câbles installés dans les tunnels ventilés [10, 11]. Ce modèle sera validé par comparaison avec les résultats de Chippendale [7]. Par la suite, nous l'exploiterons dans le but d'effectuer une analyse de sensibilité, basée sur les indices de Sobol, afin de mettre en lumière les paramètres ayant la plus grande influence sur les contraintes thermiques du câble, ou au contraire, déceler les paramètres dont l'effet est négligeable.

2. CONFIGURATION

Le modèle peut être simplifié en considérant le câble comme centré avec le tube. De plus, dans l'optique de le valider, nous reprenons la représentation de Chippendale dans [7], tel que schématisée dans la Figure 1. Le système, considéré comme 2D, est divisé en 3 sections : immergée où le tube enferme le câble avec de l'eau, émergée avec la présence d'air entre le câble et le tube, et enfin la dernière section où le tube n'est plus présent et le câble tripolaire se divise en ses diverses phases. Nous considérons de même que le tube est fermé en haut : il n'y a pas d'échange d'air entre l'intérieur et le milieu ambiant.

Concernant le câble, nous allons étudier un câble triplomb 132kV de section conductrice 1000mm², chaque phase isolée avec de l'XLPE. L'intégralité des paramètres du câble électrique est présentée dans [7].

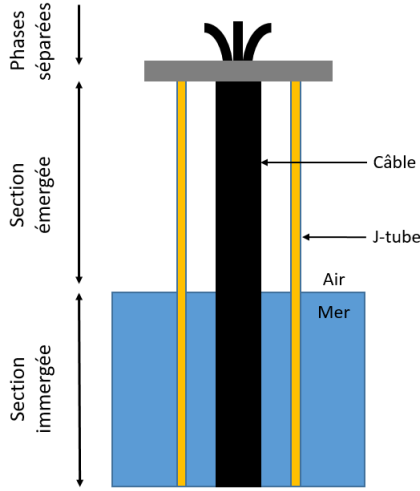


Fig. 1. Représentation d'un câble installé dans un J-tubes selon [7]

3. MODÈLE NODAL

Dans le cas de câbles électriques offshore, il est nécessaire de trouver un modèle capable de prendre en compte l'analogie électrique imaginée dans IEC 60287 [1, 2, 12]. De plus ce modèle doit rester relativement simple afin qu'il réponde aux exigences des utilisateurs, notamment en terme de rapidité en temps de calculs, par le biais d'approximations : calcul du coefficient d'échange entre le câble et le tube par corrélation, problème considéré comme 2D axisymétrique.

C'est pourquoi ces travaux se sont tournés vers le **Modèle Nodal**. Ce dernier, qui est une généralisation de l'analogie électrique, va nous autoriser une grande flexibilité vis-à-vis du comportement thermique de notre système grâce à la discrétisation spatiale du domaine. Ce modèle a notamment pu être utilisé dans le cas des câbles de transport d'énergie dans les galeries ventilées [10, 11]. Cette partie vise à expliquer le concept de cette méthode et son application sur un câble installé dans un J-tube.

3.1. Explications

La **méthode nodale** consiste à discrétiser spatialement un domaine en plusieurs volumes *isothermes*. A chaque volume isotherme V_i est associé un noeud, représentant en régime permanent une température considérée comme constante. Les flux de chaleur (conduction, convection ou rayonnement) entre deux noeuds i et j sont alors représentés par une conductance thermique G_{ij} dont l'expression dépend du milieu considéré. Enfin, des termes sources peuvent être implémentés en certains noeuds afin de représenter la génération de chaleur en ces mêmes points.

Un système d'équations algébriques peut alors être mis en place. Par analogie avec l'électrocinétique, nous pouvons interpréter cet ensemble de noeuds comme un réseau nous permettant de calculer le champ de température en tout point du domaine, soit en 1D, 2D ou même 3D.

Nous pouvons alors effectuer sur chacun des noeuds un bilan de flux. Si l'on tient compte des modes de transfert évoqués précédemment avec les noeuds avoisinants, et des sources de chaleur générées dans certains éléments, on obtient pour un volume élémentaire V_i , en régime permanent, l'Equation 1.

$$0 = \sum_j (\Phi_{ij}^{cond} + \Phi_{ij}^{conv} + \Phi_{ij}^{ray}) + qV_i \quad (1)$$

3.2. Application

Nous pouvons désormais appliquer cette discrétisation à notre cas d'étude. Dans le but de valider le modèle, nous allons nous placer dans **les mêmes conditions** que les travaux précédents [6, 7]. De plus amples informations sont disponibles dans [9].

3.2.1. Discrétisation du système

Le schéma de la discrétisation du cas de Chippendale [6, 7] est présenté dans la Figure 2. En reprenant les normes IEC 60287, le câble de transport d'énergie tri-écrané est modélisé comme tel :

- un élément conducteur, considéré ici comme le centre du câble
- une épaisseur d'isolant électrique, représentée par la résistance thermique T_1 dans notre modèle
- une épaisseur de "bourrage", T_2
- une gaine de protection entourant le câble, T_3

Concernant les écrans et l'armure, ces derniers, étant très bons conducteurs thermiques par rapport aux éléments les entourant, nous pouvons ici les considérer comme de résistance thermique nulle. Le calcul des résistances thermiques T_1, T_2, T_3 ainsi que des pertes électriques λ_1, λ_2 considérées ici comme des sources thermiques, seront fait dans le respect des normes IEC 60287 pour ce type de câble.

Dans les normes, seul le centre de l'isolant électrique était soumis à un bilan d'énergie, afin de prendre en compte les pertes diélectriques W_d . Notre modèle va plus loin en positionnant un noeud en chacun des éléments solides. Ils vont notamment permettre de modéliser le transfert thermique par conduction dans l'axe longitudinal. Enfin, à l'inverse des précédents travaux associant le modèle nodal aux normes IEC 60287 [10, 11], il est ici extrêmement important de placer un noeud dans l'élément conducteur du câble, afin de modéliser l'influence des différentes sections entre elles. En effet, la majorité des matériaux utilisés dans la conception du câble sont de mauvais conducteurs thermiques (isolants, bourrage, gaine,...). Il est alors facilement concevable que le modèle développé pour les câbles installés dans un galerie ventilée sous-estime grandement le transfert de chaleur dans l'axe longitudinal.

Concernant l'environnement extérieur au câble, le modèle nodal va être modifié suivant 3 configurations, dans le respect des travaux [6, 7].

Dans la section centrale, le tube enferme le câble avec de l'air. Ce dernier étant de conductivité thermique très faible, les échanges vont alors se faire principalement par rayonnement thermique et par convection naturelle. Quand les échanges par rayonnement ne font intervenir que les températures de surface du câble et du J-tube (2), la convection naturelle, elle, introduit la température du gaz θ_g entre les deux parois (3). Tout d'abord, par définition de la loi de Newton, le flux convectif caractérisé par le coefficient d'échange h_i se traduit par l'échange thermique entre une paroi et le fluide ambiant. Dans [7], h_{conv} est calculé à partir de la corrélation de la forme (4), provenant de [13].

$$\begin{cases} \varphi_{ray_{in}} = 4F_{sw}\sigma A_s dz \theta_m^3 (\theta_s - \theta_w) \\ F_{sw} = \frac{1}{1 + \frac{1-\epsilon_s}{\epsilon_s} + \frac{A_s}{A_w} \frac{1-\epsilon_w}{\epsilon}} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \varphi_{conv_s} = h_{conv} A_s dz (\theta_s - \theta_g) \\ \varphi_{conv_w} = h_{conv} A_w dz (\theta_g - \theta_w) \end{cases} \quad (3)$$

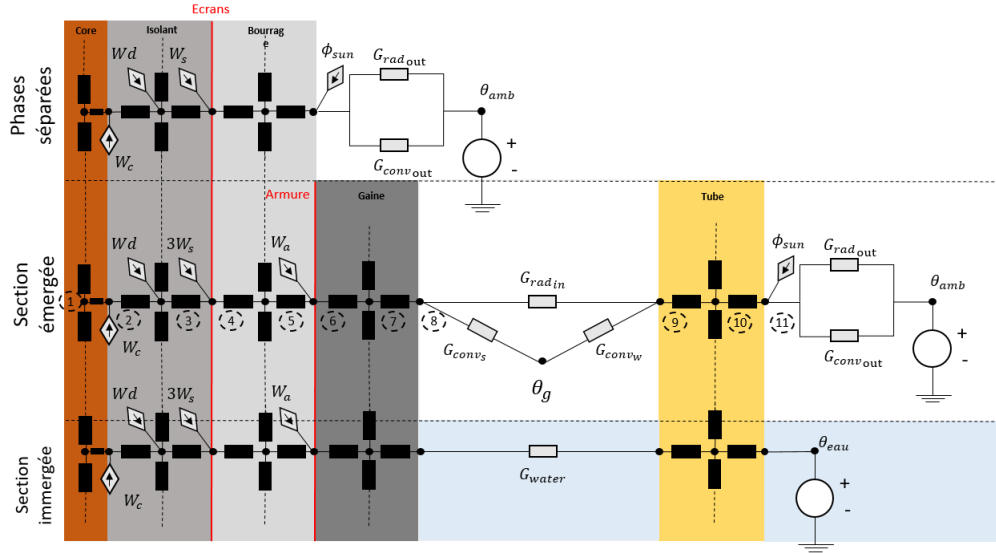


Fig. 2. Discretisation par la méthode nodale du système Câble/J-tube

$$h_{conv} = 0.188 \frac{\lambda_{air}}{\delta_{gap}} Ra_{\delta}^{0.322} H^{-0.238} K^{0.442} \quad (4)$$

Comme pour les éléments solides constituant le câble, un noeud est placé au centre du tube dans les sections immergée et émergée, afin d'en modéliser l'évolution sur la longueur.

Sur la surface extérieure du tube, nous considérons que celle-ci est soumise au flux solaire (5). Comme proposé dans [5, 7], seule la moitié de la surface est influencée par effet d'ombrage. De plus, le tube étant un corps non noir, c'est à dire que son absorptivité varie suivant la longueur d'onde incidente, nous prendrons un coefficient d'absorption radiatif $\alpha = 0.4$ dans le calcul du flux provenant du soleil. Dans le modèle, il est considéré que le soleil émet $H_{sun} = 1000 W/m^2$, ce qui correspond au rayonnement solaire sur une plaque plane placée orthogonalement aux rayons.

$$\Phi_{sun} = 0.5 \alpha H_{sun} A_o dz \quad (5)$$

Par ailleurs, la surface extérieure du tube échange par rayonnement et convection avec l'environnement ambiant. Cela fait alors intervenir un nouveau noeud θ_{amb} , la température extérieure, constante. Dans [7], la vitesse du vent est considérée comme nulle. La convection est alors uniquement naturelle. La corrélation utilisée est écrite dans l'Equation (8).

$$\varphi_{ray_{out}} = 4\sigma A_o dz \theta_{m_{out}}^3 (\theta_0 - \theta_{amb}) \quad (6)$$

$$\varphi_{conv_o} = h_o A_o dz (\theta_o - \theta_{amb}) \quad (7)$$

$$h_n = 0.021 \frac{\lambda_{air}}{L_{section}} Ra_{L_3}^{0.4} \quad (8)$$

3.2.2. Calculs

En réalisant un bilan d'énergie en chacun des 11 noeuds mis en place sur l'axe radial, à hauteur k , ici dans la partie émergée, on obtient alors un système de 11 équations, basé sur la Figure 2 [9].

Les conductances thermiques G_{ij} sont caractéristiques de la conduction ayant lieu au sein des éléments solides, entre deux noeuds, et sont exprimées en WK^{-1} . Elles font intervenir le pas d'espace dz , caractéristique de la distance entre deux noeuds sur l'axe longitudinal. La conductance dans le conducteur électrique, ici fait de cuivre, s'exprime tel que (9), alors que les autres conductances vont être l'inverse des résistances thermiques explicitées par les normes IEC 60287 (10). Une particularité vis-à-vis de ces normes est qu'un noeud est placé au milieu de chacun des éléments T_2, T_3 , et non seulement au sein de l'isolant électrique T_1 . Nous reprenons la même représentation de la résistance thermique d'IEC 60287, en la divisant simplement par deux (10).

$$G_{12} = \frac{2\pi \lambda_{cu} dz}{\log\left(\frac{r_{cu}}{r_{cu}/2}\right)} \quad (9)$$

$$G_{ij_{IEC}} = \frac{2dz}{T_{n_{IEC}}} \quad (10)$$

Concernant les conductances axiales H_i , présentent uniquement dans les parties solides du système (câble et tube), nous pouvons les écrire de la façon suivante (11), l'indice i représentant le noeud central aux solides et r le rayon correspondant :

$$H_i = \frac{\lambda_i \pi (r_{i+1}^2 - r_{i-1}^2)}{dz} \quad (11)$$

Il est alors possible de réduire ces 11 équations en une seule (Equation (12)), à la hauteur k . On peut alors résoudre cette équation en itérant sur k afin de déterminer θ (13), la matrice des températures, avec en ligne les noeuds radiaux et en colonnes les noeuds axiaux. θ_k représentant la colonne de θ d'indice k .

$$0 = (\mathbf{G}_k - \mathbf{A}_k - \mathbf{G}_{amb_k} - 2\mathbf{H}_k) \theta_k + \mathbf{A}_k \theta_{gas_k} + \mathbf{G}_{amb_k} \theta_{amb_k} + \mathbf{H}_k (\theta_{k+1} + \theta_{k-1}) + \Phi_k \quad (12)$$

$$\theta = \begin{pmatrix} \theta_{1,1} & \dots & \theta_{1,k} & \dots & \theta_{1,n_k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta_{11,1} & \dots & \theta_{11,k} & \dots & \theta_{11,n_k} \end{pmatrix} \quad (13)$$

Par ailleurs, G_k , est la matrice des conductances thermiques entre tous les noeuds i positionnés sur l'axe radial. Cette matrice, de la forme présentée dans l'Equation (14), est tri-diagonale. Elle n'est néanmoins dans ce cas pas symétrique du fait de la présence des 3 phases, comme convenu dans les normes IEC 60287 [1, 2, 12]. Elle prend aussi en considération la conductance radiative qui traduit les échanges par rayonnement entre le câble et le tube.

$$G_k = \begin{pmatrix} -\sum_j G_{(i-1)j} & G_{(i-1)(j+1)} & 0 \\ G_{i(j-1)} & -\sum_j G_{ij} & G_{i(j+1)} \\ 0 & G_{(i+1)(j-1)} & -\sum_j G_{(i+1)j} \end{pmatrix} \quad (14)$$

Le même calcul pour les deux autres sections, non décrit dans cet article, est réalisé en adaptant les matrices et vecteurs composant l'Equation (12) suivant la partie étudiée (voir Figure 2). Plus de détails sont exprimés dans [9].

3.3. Validation du modèle

Une fois notre modèle fonctionnel, nous le comparons aux résultats obtenus dans [7], en prenant soin d'utiliser le même paramétrage.

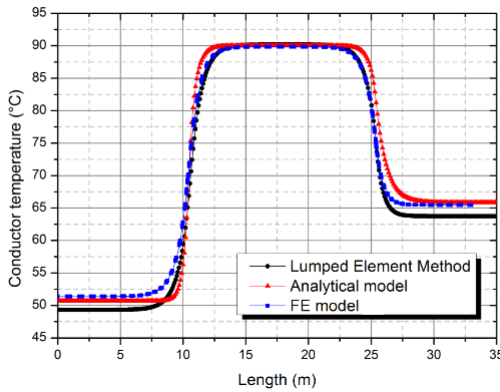


Fig. 3. Comparaison de l'évolution de la température du conducteur entre le Modèle Nodal (Lumped Element Method) et [6, 7]

Les écarts de température sur les sections immergée et phases séparées sont très certainement dus à la non exactitudes des hypothèses pris suivant [7]. Cependant, nous pouvons affirmer que la bonne concordance des résultats permet ainsi de valider notre modèle nodal.

De plus, il est important de noter que l'utilisation de la méthode nodale dans cette configuration nous permet de connecter par discrétisation les 3 sections imaginées par [7], alors que dans leurs travaux, ces transitions sont calculées par extrapolation mathématique. Il est alors tout à fait possible par notre méthode d'implémenter dans le modèle un paramétrage variant avec la hauteur, comme par exemple la stratification de la température ou bien l'évolution de la convection naturelle vers des régimes turbulents.

4. ANALYSE DE SENSIBILITÉ

Notre modèle étant validé, il est désormais utile de connaître les paramètres dont l'influence est majeure ou au contraire négligeable. Cette étude permet ainsi de comprendre en détails l'influence de chaque paramètre sur les contraintes thermiques que subit un câble dans un J-tube. De cette étude, il sera possible de définir les éléments nécessitant une attention particulière afin d'optimiser la capacité de transport du câble, basée sur la température maximale que peut supporter l'XLPE, calculée en régime permanent. De même, cette étude ouvre la voie à de futures solutions techniques envisageables pour nos partenaires industriels.

4.1. Définition des paramètres d'étude

La sélection des paramètres que nous allons étudier à travers cette analyse doit suivre un certain critère : maîtriser le domaine d'intervalle de chaque paramètre. Ainsi, nous ne sélectionnerons pas les éléments constituant le câble ainsi que les phénomènes électriques qui ont lieu en son sein (effet de proximité, effet de peau, pertes diélectriques, ...). Les paramètres sont présentés dans le Tableau 1. De même, nous ne faisons pas intervenir la longueur du tube car cette dernière n'a que très peu d'influence sur notre modèle.

Pour réaliser cette étude de sensibilité, nous nous focaliserons sur la température maximale obtenue par la méthode nodale (Figure 3), soit ici celle correspondant à un des conducteurs électriques du câble, à mi-hauteur de la section émergée. Nous observerons alors sa variation suivant les paramètres d'étude. Dans le but d'accélérer les temps de calculs, nous passons notre modèle 2D à 1D. Pour ce faire, nous gardons uniquement le calcul en section émergée (Equation (12)), en retirant les dépendances suivant la hauteur k , ainsi que la matrice des conductances longitudinales H_k , de l'équation réduite.

Paramètres	Min	Max	Unité	Référence [7]
Gap	0.03	0.40	m	0.127
ε_{cable}	0.4	1	/	0.9
$\varepsilon_{Tube_{int}}$	0.4	1	/	0.9
$\varepsilon_{Tube_{ext}}$	0.4	1	/	0.9
α	0.2	0.8	/	0.4
h_{conv}	2	10	$W.m^{-2}.K^{-1}$	2
Φ_{sun}	0	1000	$W.m^{-2}$	1000
θ_{amb}	10	50	$^{\circ}C$	30
V_{vent}	0	10	$m.s^{-1}$	0

Tableau 1. Liste des paramètres à étudier, ainsi que leur valeur dans [7]

4.2. Étude paramétrique simple : "One-At-a-Time"

Nous pouvons dans un premier temps étudier l'influence de chaque paramètre individuellement sur la température de sortie, un à un, en positionnant tous les autres paramètres à une référence. C'est technique archaïque mais néanmoins rudement efficace s'appelle *One-At-a-Time* (OAT). Elle permet d'avoir un premier retour de l'influence des paramètres sur le modèle et sa sortie. Nous prendrons comme référence le paramétrage utilisé dans [7]. Leur valeur est indiquée dans la Table 1.

Pour cette analyse OAT, nous nous concentrons uniquement sur les paramètres non météorologiques. En effet, ceux-ci ne pouvant être contrôlés, il convient donc de ne pas les prendre en compte pour cette première analyse. Cependant, ils seront étudiés dans la section suivante en raison de leur effet "d'interaction" sur le modèle mathématique. Ce terme sera expliqué à la fin de cette section. De plus, nous décidons d'étudier h_{conv} afin

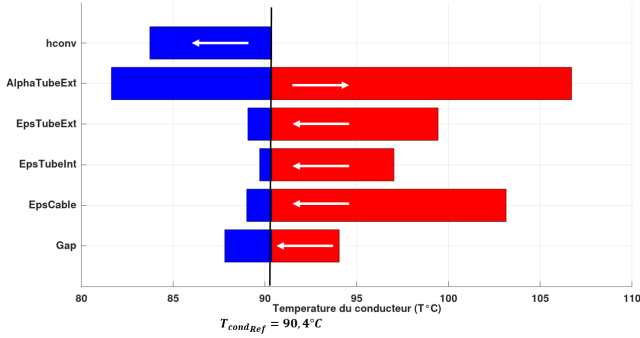


Fig. 4. Évolution de la température suivant chaque paramètre (OAT), la flèche indiquant l'évolution croissante du paramètre

d'observer l'influence de la convection naturelle sur la température du câble. Nous avons des raisons de croire que la convection à l'intérieur d'un J-tube fermé est beaucoup plus complexe qu'une simple corrélation (7) : stratification de la température, turbulences, fuites d'air ... C'est pourquoi il est considéré dans cette première analyse OAT un coefficient d'échange h_{conv} arbitraire compris entre $2W.m^{-2}.K^{-1}$ et $10W.m^{-2}.K^{-1}$ (plage de convection naturelle), afin d'étudier son impact sur le modèle.

La Figure 4 présente les résultats de cette analyse OAT. Pour chaque paramètre évoluant sur leur intervalle respectif (Table 1), nous obtenons l'évolution de la température pour chaque cas. Chaque flèche représente l'évolution croissante du paramètre étudié. Nous avons de même placé sur cette figure la valeur de température du conducteur de référence obtenu dans la Figure 3. De ce graphique, nous pouvons faire des premières conclusions.

Tout d'abord, une augmentation de Gap entre le câble et le tube améliorerait la capacité de transport du câble, ou, dit autrement, baisserait la température d'un des conducteurs électriques. Il est clair qu'augmenter l'espace améliorerait les échanges par convection naturelle notamment (3).

La température du conducteur est minimale lorsque les émissivités ε des surfaces sont maximales. Cela se traduit ainsi par de meilleurs échanges radiatifs entre le câble et le tube (2), et entre la surface extérieure du tube et l'air ambiant (6). Cependant il faut noter de même que de plus faibles émissivités de surface entraîneraient une chauffe plus importante du câble. Ainsi, une caractérisation précise des émissivités des surfaces semble incontournable et ne peut être uniquement simplifier par des coefficients théoriques, ce qui est appuyé par le fait que le rayonnement thermique est dominant sur les échanges par convection naturelle au sein du tube [4, 5].

L'influence du soleil, représentée ici par le coefficient d'absorption de la surface extérieure du tube ($AlphaTubeExt$), est ici extrêmement importante, et modifier cette surface pour lui permettre de réfléchir au maximum les rayons du soleil permettrait d'augmenter considérablement la capacité de transport du câble.

Enfin, de meilleurs échanges par convection à l'intérieur du tube permettrait indéniablement de mieux refroidir le câble. Ici nous nous sommes limités à la convection naturelle ($2 < h_{conv} < 10W.m^{-2}.K^{-1}$), mais il est évident que permettre une convection forcée, par la création d'une bouche d'aération par exemple, améliorerait grandement la capacité de transport du câble [8].

Pour une configuration idéale telle que $Gap = 0,4m$, $\varepsilon_{cable} = 1$, $\varepsilon_{tube_{int}} = 1$, $\varepsilon_{tube_{ext}} = 1$, $\alpha = 0,2$, nous ob-

tenons une température au niveau du conducteur de **80,16 °C**, ce qui représente une amélioration de **11,3 %** par rapport à la température obtenue avec la configuration décrite dans [7]. Il est important de noter que α est ici le plus influent : pour la configuration telle que $Gap = 0,4m$, $\varepsilon_{cable} = 1$, $\varepsilon_{tube_{int}} = 1$, $\varepsilon_{tube_{ext}} = 1$, $\alpha = 0,4$, nous obtenons une température de **87,57 °C** soit une amélioration de **3,1 %**.

Cette étude par OAT nous a permis de comprendre l'influence de chaque paramètre sur la température du conducteur en section émergée. Cependant, il s'avère que chacune de ces variations a été obtenue en fixant tous les autres paramètres. Ceci a pour conséquence de masquer les effets d'interaction dans le modèle : $\beta_1 \times \beta_2$. En d'autres termes, les effets observés dans la Figure 4 peuvent être différents si l'on choisit une autre référence.

4.3. Indices de Sobol

Nous devons alors trouver une méthode permettant d'obtenir l'influence de chaque paramètre sur le modèle, tout en considérant les interactions entre chaque : c'est une analyse dite globale, à contrario de l'OAT qui est une analyse locale. De plus, nous avons à notre disposition un modèle rapide en temps de résolution. C'est pourquoi nous nous sommes tournés vers les *Indices de Sobol*.

4.3.1. Explication de la méthode

Soit notre modèle tel que $X_1, X_2, \dots, X_p$ sont les paramètres d'entrée et Y sa valeur de sortie. Afin d'apprécier l'influence du paramètre X_i sur Y , il est possible d'étudier la valeur de la variance de Y selon X_i , $V(E[Y|X_i])$. Ainsi, cette quantité sera d'autant plus grande que l'influence de la variable X_i sera importante vis-à-vis de la variance de Y , $V(Y)$. Afin d'utiliser un indicateur normalisé, nous pouvons définir l'indice de sensibilité de Y selon X_i :

$$S_i = \frac{V(E[Y|X_i])}{V(Y)} < 1 \quad (15)$$

Cet indice est appelé **Indice de sensibilité du premier ordre** par Sobol [14]. Il quantifie la sensibilité de Y par rapport à X_i , ou bien, la part de variance de Y due à la variable X_i uniquement.

Afin de considérer les effets d'interaction entre les variables, introduisons le théorème de décomposition de la variance, qui exprime le fait que la variance totale de Y est la somme des effets principaux de chaque variable V_i et des termes d'interactions V_{ij} , V_{ijk} , etc ...

$$V(Y) = \sum_{i=1}^p V_i + \sum_{1 \leq i < j \leq p} V_{ij} + \dots + \sum V_{1\dots p} \quad (16)$$

Ainsi, de cette décomposition, il est alors possible de calculer les indices de sensibilité d'ordre 2 $\frac{V_{ij}}{V}$, d'ordre 3 $\frac{V_{ijk}}{V}$, etc ... L'interprétation de ces indices est relativement aisée. Leur somme est égale à 1 et plus l'indice est grand (proche de 1), plus l'influence de la variable est importante. Cependant, lorsque le nombre p de variables devient trop important, il est difficile d'estimer tous les indices de sensibilité. Homma et Saltelli [15] introduisent alors l'**indice de sensibilité total** qui exprime la sensibilité totale de la variance de Y selon X_i (sensibilité à la variable seule et aux interactions de cette même variable avec les autres). De la décomposition de la variance préalablement présentée (16), nous pouvons exprimer l'indice de sensibilité totale tel que (17).

$$S_{T_i} = 1 - \frac{V(E[Y|X_{\sim i}])}{V(Y)} \quad (17)$$

4.3.2. Estimation des indices de Sobol par Monte Carlo

Dans un premier temps, il est important d'expliquer la méthode de Monte Carlo. Pour simplifier, elle consiste à approcher une valeur déterministe Z comme l'espérance des valeurs z_i obtenues à partir d'un échantillon x_i aléatoire de taille N , tel que :

$$z_i = f(x_i) \quad 1 \leq i \leq N \quad (18)$$

$$\hat{Z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i \quad (19)$$

La convergence de $\hat{Z}$ vers Z est assurée par la loi forte des grands nombres, qui assurent que plus l'échantillon de taille N est grand, plus l'estimation par Monte Carlo se rapprochera de sa valeur déterministe, avec un taux de convergence de $O(N^{-1/2})$.

Considérons désormais un échantillonnage, de taille N tel que les p variables d'entrée de notre modèle $(X_1, \dots, X_p)$ s'écrivent :

$$X_{(N)} = (x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,p})_{k=1 \dots N} \quad (20)$$

Nous pouvons alors écrire l'estimation par Monte Carlo de l'espérance de Y , $E[Y]$, et la variance de Y , $V(Y)$, telles que :

$$\hat{E}[Y] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kp}) \quad (21)$$

$$\hat{V}(Y) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f^2(x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kp}) - \hat{E}[Y]^2 \quad (22)$$

L'estimation des indices de sensibilité de Sobol nécessite l'estimation d'espérances de variance conditionnelle [14]. L'estimation des indices de sensibilité de premier ordre (15) consiste alors à estimer la quantité :

$$V(E[Y|X_i]) = \underbrace{E[E[Y|X_i]^2]}_{U_i} - E[E[Y|X_i]]^2 \quad (23)$$

$$= U_i - E[Y]^2$$

Sobol propose d'estimer la quantité U_i , c'est-à-dire l'espérance du carré de l'espérance de Y conditionnellement à X_i en faisant varier entre les deux appels à la fonction f toutes les variables sauf la variable X_i . Ceci nécessite deux échantillons de réalisations aléatoires des variables d'entrée, notés ici $X_{(N)}^{(1)}$ et $X_{(N)}^{(2)}$. La variance de Y , dans (15) et (17), se calcule comme définie dans (22).

$$\hat{U}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(1)}, x_{k(i)}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(1)}, \dots, x_{kp}^{(1)}) \quad (24)$$

$$\times f(x_{k1}^{(2)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(2)}, x_{k(i)}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(2)}, \dots, x_{kp}^{(2)})$$

$$\hat{E}[Y]^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(1)}, x_{k(i)}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(1)}, \dots, x_{kp}^{(1)}) \quad (25)$$

$$\times f(x_{k1}^{(2)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(2)}, x_{k(i)}^{(2)}, x_{k(i+1)}^{(2)}, \dots, x_{kp}^{(2)})$$

Concernant cette fois-ci l'indice de Sobol d'ordre total, nous pouvons écrire la variance de Y selon tous les paramètres à l'exception de X_i , présentée dans l'Equation (17), tel que :

$$V(E[Y|X_{\sim i}]) = \underbrace{E[E[Y|X_{\sim i}]^2]}_{U_{\sim i}} - E[E[Y|X_{\sim i}]]^2 \quad (26)$$

$$= U_{\sim i} - E[Y]^2$$

Afin de calculer $U_{\sim i}$, nous appliquons la même méthode que pour U_i , à l'inverse qu'ici nous faisons varier uniquement le paramètre X_i :

$$\hat{U}_{\sim i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(1)}, x_{k(i)}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(1)}, \dots, x_{kp}^{(1)}) \quad (27)$$

$$\times f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(1)}, x_{k(i)}^{(2)}, x_{k(i+1)}^{(1)}, \dots, x_{kp}^{(1)})$$

Ainsi, en utilisant une taille d'échantillon de Monte Carlo de N , il faut alors $2N$ simulations de notre modèle, f , pour obtenir un indice de sensibilité (1er ordre ou total) pour un paramètre X_i , puisque cette estimation nécessite deux jeux d'échantillons obtenus aléatoirement. Par conséquent, estimer les indices de sensibilité du 1er ordre et d'ordre total requièrent $N \times (2p + 1)$ appels. Dans le cas d'écarts importants entre ces deux indices, il faudrait alors estimer les indices d'ordre supérieur à 1 afin d'avoir une visualisation plus précise de la sensibilité du modèle par rapport aux paramètres d'entrée. Dans le cas contraire, l'effet des variables d'entrée sera principalement de premier ordre et il ne sera pas utile de s'intéresser aux indices d'ordre intermédiaire.

Ici, une taille d'échantillon N de **2000** sera suffisant afin d'estimer les indices pour notre jeu de paramètres, le modèle étant suffisamment rapide d'exécution. Cependant, dans le but d'estimer l'intervalle de confiance de ces indices, il est illusoire de vouloir utiliser une telle taille d'échantillon en un temps raisonnable. Une estimation par **bootstrap** semble alors plus adaptée.

4.3.3. Évaluation de l'incertitude par Bootstrap

La méthode bootstrap est une technique permettant de quantifier la sensibilité des valeurs de sortie (écart type, intervalle de confiance, moyenne,...) d'un modèle aux particularités de l'échantillon originel, i.e. le jeu de données étudié, grâce à l'analyse statistique des sous-échantillons.

Afin d'être plus précis, ce procédé consiste à créer des sous-échantillons aléatoires à partir de l'échantillon initial, et d'en évaluer, pour chacun d'entre eux, l'estimation recherchée. De ces sous-évaluations, nous pouvons alors en tirer une analyse statistique comme la variance ou la moyenne, ou en ce qui nous concerne : **l'intervalle de confiance à 95%**.

4.3.4. Application

Maintenant que nous avons défini les éléments nécessaires au calcul des **Indices de Sobol**, nous pouvons désormais appliquer cette méthodologie à notre étude de sensibilité sur le modèle nodal.

A partir des intervalles des paramètres à étudier, définis dans la Table 1, nous procédons à un échantillonnage **aléatoire** de ces paramètres, compris dans leur intervalle respectif. Nous prenons $N = 2000$. Néanmoins, il s'avère que la précision des estimations de valeur par méthode de Monte Carlo dépend de la qualité de l'échantillonnage. A taille d'échantillon fixé, nous avons décidé de réaliser un échantillonnage tel que la dispersion de celui-ci soit le plus uniforme possible, afin de prendre en compte le

plus grand nombre de possibilités de valeurs d'entrée. On appelle alors cette méthode d'estimation *Quasi Monte Carlo*, se basant sur un échantillonnage "*low-discrepancy*" (traduit par "à faibles écarts entre valeurs"). Pour ce faire, nous choisissons une répartition de l'échantillonnage recourant aux **suites de Sobol**, présentée dans la Figure 5. Chaque point correspond ainsi à une sortie possible de notre modèle nodal, soit ici une température du conducteur. On peut voir que les sorties possibles sont uniformément réparties sur le domaine d'intervalle de chaque paramètre, ici deux d'entre eux.

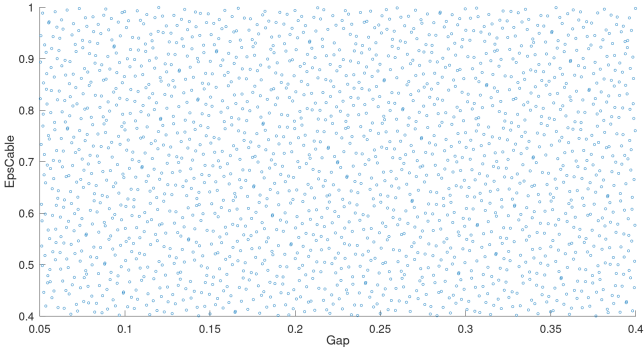


Fig. 5. Échantillonnage quasi-aléatoire obtenu à partir des suites de Sobol, $N = 2000$

A partir de l'échantillonnage effectué pour chaque paramètre à étudier, nous effectuons une analyse statistique par méthode Bootstrap. Pour ce faire nous prélevons aléatoirement un sous-échantillon des sorties possibles, et nous en calculons à partir de celui-ci les indices de Sobol de 1er ordre et d'ordre total, selon la technique expliquée précédemment (15) (17). Nous répliquons ces calculs pour un nombre donné de sous-échantillons. Nous choisissons ici 2000 sous-échantillons, chacun de taille 1500. Nous choisissons volontairement une taille d'échantillon importante vis-à-vis de l'échantillon initial afin de diminuer l'intervalle de confiance au maximum. Une fois tous les calculs réalisés, nous obtenons pour chaque paramètre d'étude une estimation des indices de Sobol tel que présenté dans la Figure 6.

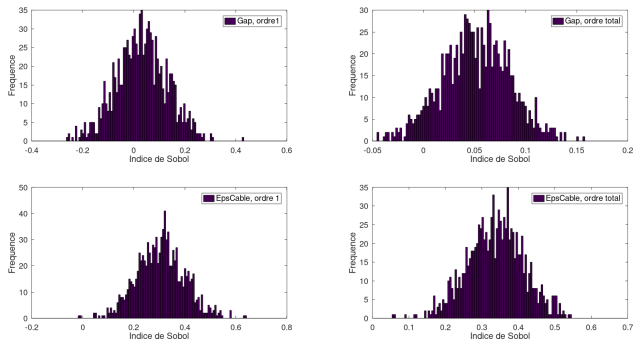


Fig. 6. Exemples d'estimation des indices de Sobol par méthode Bootstrap

A partir de cette méthode Bootstrap, nous calculons pour chaque paramètre et chaque ordre la moyenne et l'intervalle de confiance à 95%. Les résultats sont présentés dans la Figure 7.

Premièrement, la faible différence entre les indices de premier ordre et les ordres totaux indique que les phénomènes d'interaction des paramètres ont peu d'influence sur la sensibilité du modèle. Par conséquent, il ne sera pas nécessaire de calculer des indices d'ordre intermédiaire par la suite.

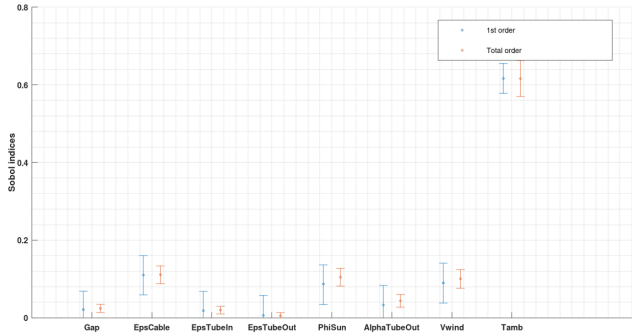


Fig. 7. Indices de Sobol des paramètres étudiés

Deuxièmement, on peut observer la prédominance de la température extérieure θ_{amb} sur la température du câble. D'autre part, sa valeur élevée entraîne une diminution des autres indices de Sobol expliquée par la décomposition de la variance (16). Afin d'étudier plus en détail l'influence des autres paramètres sur la température du câble, nous calculons les indices de Sobol à l'exception de θ_{amb} , présenté dans la Figure 8 et la Table 2.

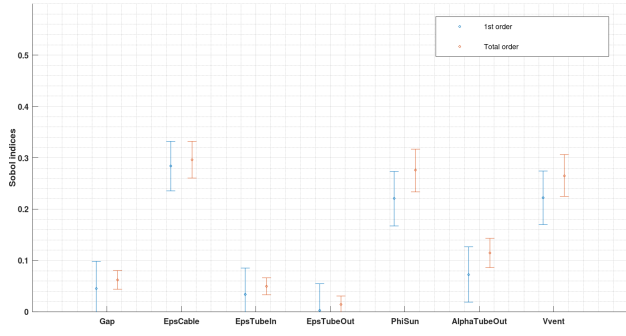


Fig. 8. Valeurs des indices de Sobol des paramètres étudiés à l'exception de θ_{amb}

Paramètres	Indices de Sobol	
	1er ordre	ordre total
Gap	0.045 (0.0, 0.10)	0.062 (0.044, 0.080)
ε_{cable}	0.28 (0.23, 0.33)	0.30 (0.26, 0.33)
$\varepsilon_{Tubeint}$	0.034 (0, 0.089)	0.050 (0.034, 0.065)
$\varepsilon_{Tubeext}$	0.003 (0, 0.057)	0.014 (0, 0.030)
Φ_{sun}	0.22 (0.16, 0.27)	0.27 (0.23, 0.32)
$\alpha_{tubeext}$	0.074 (0.020, 0.12)	0.11 (0.084, 0.14)
V_{vent}	0.22 (0.17, 0.27)	0.27 (0.22, 0.30)

Tableau 2. Valeurs des indices de Sobol des paramètres étudiés sans θ_{amb} : Moyenne (Intervalle de confiance à 95% : Min, Max)

4.3.5. Conclusion de l'étude

Grâce à ces nouveaux résultats, nous pouvons observer que les phénomènes météorologiques tels que le soleil, le vent et la température ambiante ont une influence majeure sur le comportement thermique du câble dans un J-tube. Une mesure continue de leurs valeurs serait donc essentielle pour contrôler correctement l'échauffement du câble, et par conséquent son ampacité.

Ensuite, nous observons que l'émissivité du câble ε_{cable} , a une influence importante sur son échauffement. Nous avons vu dans la Figure 4 que l'augmentation de ε_{cable} n'entraîne qu'une

faible amélioration de la température du câble par rapport à la référence. Néanmoins, avec le calcul de l'indice de Sobol, nous pouvons affirmer qu'une évaluation précise de son émissivité est fortement recommandée. En effet, cette valeur de 0,9, utilisée dans [4, 5, 6, 7, 11], peut être remise en question. Une estimation plus rigoureuse permettrait une évaluation plus précise de la température du conducteur du câble, utilisée dans le calcul de la capacité de transport. En revanche, nous observons que l'influence de l'émissivité des surfaces du tube $\varepsilon_{Tube_{int}}$ et $\varepsilon_{Tube_{ext}}$ est relativement faible. Ainsi, on peut dire que le choix du type de J-tube (plastique ou acier) n'est pas significatif dans la recherche d'optimisation de la capacité de transport du câble.

L'absorptivité solaire de la surface extérieure α est relativement influente, mais contrairement aux précédents paramètres, une optimisation de ce paramètre pourrait grandement améliorer l'ampacité du câble (Figure 4). De même, une caractérisation précise est nécessaire afin de construire un modèle numérique viable pour les utilisations industrielles.

Enfin, on peut observer que le gap entre le câble et le tube a une influence relativement faible sur la température du conducteur. Ici, le gap et le coefficient d'échange à l'intérieur du tube h_{conv} sont fortement liés : augmenter la distance entre le câble et le tube permettra une plus grande circulation d'air qui entraînera une réduction de la température du câble. Cependant, il est clair ici que l'augmentation de l'espace ne conduira pas à une convection plus importante, en raison de la corrélation (4). Néanmoins, cette dernière doit être remise en question, la convection naturelle entre deux cylindres concentriques ayant un rapport d'aspect élevé étant plus complexe qu'une simple corrélation (turbulence, stratification de la température).

5. CONCLUSION

Dans cet article, nous présentons un modèle numérique permettant d'évaluer la température d'un câble installé à l'intérieur d'un J-tube, non pris en compte dans les norme IEC 60287, basé sur la méthode nodale. Celui-ci est validé par comparaison avec la littérature existante. De plus, contrairement à cette dernière, ce modèle est plus flexible, donnant accès à un champ de température 2D de manière "physique" et non mathématique. Par ailleurs, ce modèle sera capable d'estimer les températures en régime transitoire en ajoutant des capacités thermiques à chaque nœud. Ce travail est actuellement en cours.

Avec un modèle valide, il est présenté dans cet article une analyse de sensibilité basée sur une analyse locale et globale. Nous découvrons que la météo est le paramètre qui a le plus d'impact sur la température du câble (soleil, vent, température ambiante) et qu'elle devrait être contrôlée en permanence afin de gérer les potentielles surchauffes. De plus, nous observons que l'émissivité de la surface du câble devrait être mieux évaluée en raison de sa forte influence, contrairement aux surfaces du J-tube. Enfin, même si les échanges thermiques entre le câble et le tube sont dominés par le rayonnement dans ce cas [4, 5, 7, 9], une amélioration de la convection interne devrait conduire à une optimisation concrète de la capacité de transport. Cette dernière affirmation fait l'objet d'études complémentaires en cours.

6. RÉFÉRENCES

- [1] IEC 60287. Electric cables – Calculation of the current rating – Part 1-1 : Current rating equations (100 % load factor) and calculation of losses – General. Technical report, IEC, Geneva, Switzerland, 2014.
- [2] IEC 60287. Electric cables – Calculation of the current rating – Part 2-1 : Thermal resistance – Calculation of thermal resistance. Technical report, IEC, Geneva, Switzerland, 2015.
- [3] M Coates. Rating cables in J-tube, Report No. 88-0108, ERA technology. Technical report, ERA technology, Leatherland, England, 1988.
- [4] Hartlein and Black. Ampacity of electric power cables in vertical protec-

tive risers. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-102(6) :1678–1686, 1983.

- [5] George J. Anders. Rating of cables on riser poles. In *Jicable95, Paris-Versailles*, pages 602–607, Paris-Versailles, 1995. Jicable.
- [6] Richard Chippendale, Priank Cangy, and James Pilgrim. Thermal Rating of J tubes using Finite Element Analysis Techniques. *Jicable 2015*, (1) :4–9, 2015.
- [7] R. D. Chippendale, J. A. Pilgrim, K. F. Goddard, and P. Cangy. Analytical thermal rating method for cables installed in J-Tubes. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 32(4) :1721–1729, 2017.
- [8] Lei You, Jian Wang, Gang Liu, Hui Ma, and Ming Zheng. Thermal Rating of Offshore Wind Farm Cables Installed in Ventilated J-Tubes. *Energies*, 11(3) :545, 2018.
- [9] Jeremy Arancio, Ahmed Ould El Moutar, Minh Nguyen-tuan, Jean Philpès Roques, and Faradj Tayat. Thermal rating of submarine cables installed in J-tube using Lumped Element Method. In *Jicable19*, pages 2–6, Paris–Versailles, Paris-Versailles, 2019.
- [10] CIGRE. Calculation of temperatures in ventilated cable tunnels. *Electra*, 143 :38–59, 1992.
- [11] James A. Pilgrim, David J. Swaffield, Paul L. Lewin, Steffen T. Larsen, Francis Waite, and David Payne. Rating independent cable circuits in forced-ventilated cable tunnels. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 25(4) :2046–2053, 2010.
- [12] Eric Dorison. *Dimensionnement thermique des liaisons souterraines*. EDF, ISBN :9782955285213, 2015.
- [13] M Keyhani, F A Kulacki, and R N Christensen. Free Convection in a Vertical Annulus With Constant Heat Flux on the Inner Wall. *Journal of Heat Transfer*, 105(3) :454–459, 1983.
- [14] I. M. Sobol. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates. *Mathematics and Computers in Simulation*, 55(1-3) :271–280, 2001.
- [15] A Saltelli and Toshimitsu Homma. Importance measures in global sensitivity analysis of model output. *Reliab. Eng. Sys. Safety*, 52 :1–17, 1996.

7. NOMENCLATURE

Symboles		
φ	Flux de chaleur surfacique	$W m^{-2}$
λ	Conductivité thermique	$W m^{-1} K^{-1}$
λ_1	Coefficient de pertes électrique dans les écrans	-
λ_2	Coefficient de pertes électriques dans l'armure	-
T_1	Résistances thermiques de l'isolant XLPE	$K m W^{-1}$
T_2	Résistance thermique du bourrage	$K m W^{-1}$
T_3	Résistance thermique de la gaine extérieure	$K m W^{-1}$
D	Diamètre	m
θ	Température	K
ε	Emissivité	-
σ	Constante de Stefan	$W m^{-2} K^{-4}$
A	Surface linéique	m
h	Coefficient d'échange convectif	$W m^{-2} K^{-1}$
Ra	Nombre de Rayleigh	-
H	Rapport d'aspect ($L_{section_{air}}/Gap$)	-
Gap	Espace entre le câble et le tube	m
$L_{section}$	Hauteur d'une section	m
K	Rapport des rayons (D_s/D_w)	-
Φ	Flux de chaleur	W
G_k	Matrice des conductances thermiques axiales	$W K^{-1}$
A_k	Matrices des conductances convectives dans le gap	$W K^{-1}$
G_{amb_k}	Matrices des conductances entre le tube et l'environnement	$W K^{-1}$
H_k	Matrice des conductances longitudinales	$W K^{-1}$
θ_k	Vecteur des températures sur l'axe radial	K
θ_{gas_k}	Vecteur des températures de l'air dans le tube	K
Φ_k	Vecteur des sources thermiques	W
V_{vent}	Vitesse du vent	$m s^{-1}$
F_{sw}	Coefficient de forme	-
H_{sun}	Flux solaire	$W m^{-2}$
α	Coefficient d'absorption solaire du tube	-
W_c	Pertes électrique dans le conducteur	W
W_d	Pertes électriques dans l'isolant	W
W_s	Pertes électriques dans un écran	W
W_a	Pertes électriques dans l'armure	W
r	Rayon	m
Indices		
$-s$	Surface du câble	-
$-w$	Surface intérieure du tube	-
$-o$	Surface extérieure du tube	-
$-amb$	Air ambiant	-
$-int/ext$	Température moyenne intérieure et extérieure	-