

Equation de diffusion fractionnaire anormale pour la modélisation des pertes ferromagnétiques

Benjamin DUCHARNE¹, Yves Armand TENE DEFFO², Bin ZHANG³, Gael SEBALD⁴

¹Laboratoire de Génie Electrique et Ferroélectricité – INSA de Lyon, Villeurbanne, France.

²Faculty of Engineering and Technology, University of Buea, Buea, Cameroon.

³Green Manufacturing R&D Laboratory, School of Mechanical, Shandong University, Weihai, China.

⁴ELyTmaX UMI 3757, CNRS – Université de Lyon – Tohoku University, Int. Joint Unit, Tohoku University, Sendai, Japan.

RESUME – Lors d'un cycle d'aimantation et en situation de colinéarité, il est possible d'observer les pertes magnétiques en traçant l'évolution de la densité moyenne de flux magnétique B en fonction du champ tangentiel de surface H . Cette signature magnétique appelée cycle d'hystérésis est fortement dépendante de la fréquence, son aire est égale à l'énergie consommée durant le cycle d'aimantation. Les mécanismes physiques qui se cachent derrière cette conversion sont complexes car ils interfèrent et prennent place à travers les différentes échelles de l'espace. Les courants de Foucault microscopiques dus aux mouvements des parois de domaines jouent un rôle important, les courants de Foucault macroscopiques liés aux variations temporelles du champ d'excitation également. Depuis longtemps, des chercheurs ont proposés de la modélisation pour reproduire et comprendre ces observations complexes. Même si toutes ces contributions sont physiquement interconnectées, la plupart de ces modélisations sont basées sur le principe de séparation des pertes, où chacune des contributions est considérée séparément. En réalité, la présence et les mouvements des domaines magnétiques perturbent le processus de diffusion du champ magnétique qui devient anormal. Dans cet article, l'équation classique de diffusion du champ magnétique est modifiée pour prendre en compte ce caractère anormal. Le terme de dérivée première du champ d'induction est remplacé par un terme de dérivée fractionnaire. Ce changement donne de la flexibilité dans le schéma de simulation, l'ordre fractionnaire devient un degré de liberté supplémentaire. En l'ajustant précisément, des résultats de simulation et de prédiction des pertes ferromagnétiques très précis peuvent être obtenus et ceci sur une très large bande passante de fréquence.

Mots-clés—Diffusion magnétique, hystérésis magnétique, dépendance en fréquence, dérivée fractionnaire.

1. INTRODUCTION

Les processus d'aimantation sont extrêmement complexes. Des phénomènes interfèrent à travers les échelles de l'espace, ils dépendent fortement des conditions environnantes (température, pression, ...) et géométriques. Sous l'influence d'une excitation magnétique externe, la stabilité de la distribution des domaines est perturbée et des mouvements, des fusions, des nucléations, se multiplient à travers le matériau [1]. Les pertes magnétiques durant les cycles d'aimantation dans un matériau ferromagnétique sont fortement dépendantes de la fréquence f [2]-[3]. Ils se manifestent en traçant l'évolution de l'état magnétique (champ d'induction B) comme une fonction du champ tangentiel externe H : le cycle d'hystérésis $B(H)$. L'aire

de ce cycle est égale aux pertes magnétiques : l'énergie consommée pendant le cycle d'aimantation. Il est admis qu'en dessous d'une fréquence seuil (seuil de quasi-staticité), l'aire du cycle d'hystérésis reste inchangée. Dans de telles conditions, les pertes magnétiques sont principalement dues aux courants de Foucault microscopiques induits autour et à l'intérieur des parois des domaines magnétiques. Pour des fréquences supérieures, la dépendance en fréquence est très visible, l'aire du cycle est profondément modifiée. Si l'on caractérise en imposant la valeur maximale de H , l'aire du cycle augmente dans un premier temps, puis diminue continuellement. Une disparition totale du cycle est même envisageable sous des niveaux de fréquence extrêmes. Si l'on impose la valeur maximale de B , l'aire du cycle augmente inlassablement. Au-delà du seuil de quasi-staticité, les mouvements de parois et les courants de Foucault microscopiques continuent d'agir mais ils interfèrent avec les courants de Foucault macroscopiques dont l'origine est liée aux variations du champ d'excitation magnétique externe H . L'hystérésis ferromagnétique, la dépendance en fréquence, l'interaction des courants de Foucault ... ont été étudiés depuis longtemps et de nombreux outils de modélisation sont décrits dans la littérature scientifique [2]-[6]. Les premières études expérimentales traitant des domaines magnétiques et de leur distribution furent proposées par Bitter au début du 20^{ème} siècle [7]. Quelques années plus tard, Weiss publie ces études théoriques qui mèneront jusqu'à l'idée de la présence des domaines magnétiques dans les matériaux ferromagnétiques [8]. Encore plus tard, Pry & Bean dans [9] confirment l'idée des domaines magnétiques, et établissent la première connexion entre leurs mouvements et des pertes magnétiques dues aux cycles d'aimantation. Mais c'est Steinmetz qui fut le premier à proposer une formulation empirique, loi de pertes dépendante de B et de f pour la prise en compte théorique des pertes magnétiques dans les tôles ferromagnétiques [10]. Plus tard, Bertotti dans un grand nombre d'articles scientifiques proposera sa fameuse théorie de séparation des pertes qui est depuis sans aucun doute la méthode la plus utilisée pour la prise en compte des pertes magnétiques dans la modélisation des systèmes électromagnétiques [11]. Selon Bertotti, les pertes magnétiques dans une tôle ferromagnétique peuvent être séparées en 3 contributions : une contribution dite « quasi-statique » indépendante de la fréquence, une contribution du type premier ordre (f^1) dite pertes « classiques » et une contribution qui varie selon la racine carrée de la fréquence appelée pertes « excédentaires ». Même si cette approche donne d'excellents

résultats, elle est limitée à des hypothèses et des conditions de fonctionnement données (signaux harmoniques ...) et elle n'est pas adaptée à la résolution temporelle. L'idée de séparer les pertes est d'autant plus contradictoire avec la nature physique des processus d'aimantation ou des comportements et des interactions multi-échelles à l'origine de ces contributions sont dominants. Même si rarement proposée de la modélisation simultanée est toutefois possible, dans [2] Raulet et al. proposent par exemple une équation de diffusion modifiée pour tenir compte de l'ensemble de ces contributions. Cette formulation forte résout de façon simultanée l'équation de diffusion et une loi de matériau. Une résolution spatiale par différences finies est utilisée pour résoudre l'équation de diffusion. Pour chaque nœud de la discrétisation spatiale, B_i et H_i sont connectés à travers une loi de matériau. Cette loi repose sur une modélisation inverse quasi-statique classique (Preisach [12], Jiles-Atherton [13] ...) étendue aux effets dynamiques à partir d'un terme de dérivée première temporelle du champ local d'induction magnétique. Cette approche est particulièrement précise car très proche de la nature même des phénomènes simulés. Cependant dans le cas de géométries complexes, un pas de discrétisation extrêmement fin est nécessaire ce qui augmente drastiquement les temps de calculs. De plus, la nature implicite de la loi de matériau provoque des problèmes de convergence, en particulier lorsque le matériau est saturé ou les effets dynamiques sont extrêmement limités. Dans cette étude, nous proposons une solution alternative pour la simulation simultanée de l'ensemble des pertes magnétiques, en simplifiant la discrétisation spatiale et en assurant la convergence dans toutes les situations. Sous champ d'excitation variable des courants de Foucault macroscopiques apparaissent à travers la section de l'échantillon ferromagnétique. En augmentant la vitesse de l'excitation les courants de Foucault sont rejetés vers les parties périphériques de la section de l'échantillon (effet de peau). Ces courants de Foucault agissent comme un bouclier s'opposant à la pénétration et à la diffusion du champ magnétique [14][15]. L'ensemble de ces phénomènes sont analytiquement pris en compte à travers l'équation de diffusion magnétique issue des équations de Maxwell :

$$\nabla^2 H = \sigma \cdot \frac{dB}{dt} \quad (1)$$

Dans un matériau ferromagnétique, l'équation de diffusion et les courants de Foucault associés interfèrent avec la structure en domaines magnétiques. Ces interactions perturbent le processus de diffusion qui devient anormale. Sa résolution nécessite l'utilisation d'outils mathématiques particuliers tels que ceux que l'on peut trouver dans le domaine du calcul fractionnaire. En remplaçant le terme de dérivée première du champ d'induction par un terme de dérivée fractionnaire, de la flexibilité apparaît dans le schéma de modélisation. En ajustant précisément l'ordre de ce terme fractionnaire des simulations particulièrement précises peuvent être obtenues sur de une très large bande de fréquence.

$$\nabla^2 H = \sigma \cdot \frac{d^\alpha B}{dt^\alpha} \quad (2)$$

2. MODELISATION ET CONCLUSION

Dans la version étendue de ce résumé, une présentation détaillée des opérateurs fractionnaires et de leurs résolutions sera proposée [16]-[22]. Une partie sera consacrée à la résolution de l'équation de diffusion modifiée. De la modélisation à H et à B maximum sera proposée. Le dispositif expérimental sera détaillé et de nombreuses comparaisons simulations/mesures incluses pour valider la modélisation. Les résultats les plus significatifs sont présentés dans la figure 1 de ce résumé.

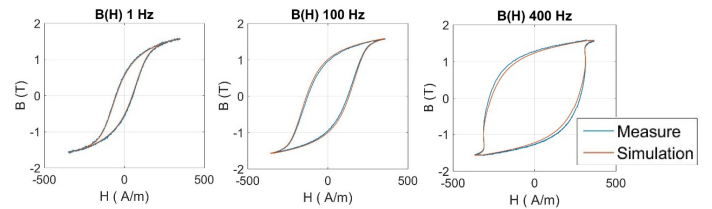


Fig. 1 – Comparaisons simulations (rouge) / mesures (bleu).

Sur cette figure sont comparés les cycles d'hystérésis obtenus par simulation et modélisation d'une tôle ferromagnétique de Fer/silicium (3%) et sous contrainte de champ B max imposé, pour des fréquences variant de 1 à 400 Hz. Les bons résultats de simulation obtenus valident la précision de l'outil de modélisation développé et indirectement les notions physiques sous-jacentes.

3. REFERENCES

- [1] G. Bertotti, "hysteresis in magnetism", academic press, Elsevier, 1987.
- [2] M. A. Raulet, B. Ducharme, J.P. Masson, and G. Bayada, "The magnetic field diffusion equation including dynamic hysteresis: a linear formulation of the problem", IEEE Trans. on Mag., vol. 40, n° 2, pp. 872-875, 2004.
- [3] V. Mazauric, M. Drouineau, L. Rondot, "Assessing anomalous losses with dynamic hysteresis model", Int. J. of App. Elect. and Mech., vol. 33, pp. 95-101, 2010.
- [4] T. Chevalier, A. Kedous-Lebouc, B. Cornut, C.Cester, "A new dynamic hysteresis model for electrical steel sheet", Phys. B, vol. 275, pp. 197-201, 2000.
- [5] B. Zhang, B. Gupta, B. Ducharme, G. Sebald, T. Uchimoto, "Preisach's model extended with dynamic fractional derivation contribution", IEEE Trans. on Mag., vol. 54, iss. 3, 2017.
- [6] B. Zhang, B. Gupta, B. Ducharme, G. Sebald, T. Uchimoto, "Dynamic magnetic scalar hysteresis lump model, based on Jiles-Atherton quasi-static hysteresis model extended with dynamic fractional derivative contribution", IEEE Trans. on Mag., iss. 99, pp. 1-5, 2018.
- [7] F. Bitter, Phys. Rev., Vol. 38, pp. 1903, 1931.
- [8] P. Weiss, J. Phys. Theor. Appl., 6 (1) (1907), pp.661-690.
- [9] R.H. Pry, C.P. Bean, J. Appl. Phys., vol. 29, pp. 532-533, 1958.
- [10] Ch. P. Steinmetz, "On the law of hysteresis", reprint, Proc. IEEE, vol. 72, iss. 2, pp. 196-221, 1984.
- [11] G. Bertotti, "General Properties of Power Losses in Soft Ferromagnetic Materials", IEEE Trans. on Mag., vol. 24, iss. 1, pp. 621-630, 1980.
- [12] F. Preisach, "Über die magnetische Nachwirkung", Zeitschrift für Physik, Bd. 94, 1935.
- [13] D.C Jiles, D.L Atherton, "Theory of ferromagnetic hysteresis", J. of Mag. and Mag. Mat., Vol. 61, pp. 48-60, 1986.
- [14] B. Ducharme, G. Sebald, D. Guyomar, G. Litak, "Fractional model of magnetic field penetration into a toroidal soft ferromagnetic sample", Int. J. of Dyn. And Cont., pp. 1-8, 2017.
- [15] B. Ducharme, G. Sebald, D. Guyomar, G. Litak "Dynamics of magnetic field penetration into soft ferromagnets", Journal of Applied Physics, pp. 243907, 2015.
- [16] A.K. Grünwald, "Ueber begrenzte derivationen und deren Anwendung", Z. Math. Phys. XII, pp. 441-480, 1867.
- [17] B. Riemann, Gesammelte Werke, 1892.
- [18] J. Liouville, "Mémoire sur le calcul des différentielles à indices quelconques", J. Ecole Pol., Paris, vol. 13, pp. 71-162, 1833.
- [19] D. Guyomar, B. Ducharme, G. Sebald, "Time fractional derivatives for voltage creep in ferroelectric materials: theory and experiment", J. of Phys. D: App. Phys., Vol. 41, Iss. 12, 125410, 2008.
- [20] D. Guyomar, B. Ducharme, G. Sebald, "Dynamical hysteresis model of ferroelectric ceramics under electric field using fractional derivatives", Journal of Physics D: App. Phys., vol. 40, Iss. 19, pp. 6048-6054, 2007.
- [21] B. Ducharme, B. Zhang, D. Guyomar, G. Sebald, "Fractional derivative operators for modeling piezo ceramic polarization behaviors under dynamic mechanical stress excitation", Sens. and Act. A-Phys., Vol. 189, pp. 74-79, 2013.
- [22] D. Guyomar, B. Ducharme, G. Sebald, "The use of fractional derivation in modeling ferroelectric dynamic hysteresis behavior over large frequency bandwidth", Journal of Applied Physics, Vol. 107, Iss. 11, n° 114108, 2010.