

Modélisation Analytique Modulaire du Convertisseur Modulaire Multiniveaux (MMC)

Grégoire LE GOFF¹, Maurice FADEL¹, Marc BODSON²

¹LAPLACE, Université de Toulouse, CNRS, INPT, UPS, Toulouse, France

²Department of Electrical and Computer Engineering, Salt Lake City, USA

legoff@laplace.univ-tlse.fr, fadel@laplace.univ-tlse.fr, marc.bodson@utah.edu

RESUME – Cet article présente une modélisation du convertisseur modulaire multiniveaux (MMC) qui se veut modulaire à l'image de sa topologie. La modélisation du MMC est composée de deux parties, une partie bas-niveau qui traite de la description des sous-modules (SM) qui composent le MMC et une partie haut-niveau qui représente le comportement du MMC avec ses interfaces, c'est cette partie haut-niveau qui est traitée ici. Deux modèles dans l'espace d'état sont développés, ils décrivent l'influence des tensions propres aux bras du MMC sur les différents types de courants qui le traversent. Ces modèles sont capables de s'adapter au nombre de phases et au nombre de sous-modules composant le MMC. Le premier modèle est réalisé dans le repère fixe m -phasé tandis qu'une réduction d'ordre est opérée pour obtenir le second qui est rattaché au repère tournant, rendant alors l'ordre de ce dernier indépendant du nombre de phases et du nombre de sous-modules. Des simulations mettent en évidence l'intérêt de ces modèles sur le plan du temps de simulation et de la précision obtenue.

Mots-clés – *Modèle Modulaire, Modèle dans l'Espace d'État, Système Polyphasé, Électronique de Puissance, Convertisseur Modulaire Multiniveaux (MMC), HVDC, Transformation de Park polyphasée.*

1. INTRODUCTION

1.1. Convertisseur Modulaire Multiniveaux

De part sa modularité, le MMC est un convertisseur qui peut s'adapter à différents niveaux de tension et de puissance d'où son intérêt pour accélérer le développement des transmissions HVDC [1]. Cette adaptation se fait par une augmentation du nombre de sous-modules que chacun de ses demi-bras contient. Chaque sous-module comprenant des interrupteurs statiques, plus le MMC présente de SM, plus il y aura des degrés de liberté pour le pilotage des échanges d'énergie à ses interfaces.

1.2. Orientation du travail de recherche

Un des objectifs principaux des travaux de recherche menés est de mettre en place la méthode de commande par allocation pour le MMC. Cette méthode de commande a pour but de tirer profit de l'importante quantité de variables de commande dont le système peut disposer et de leur redondance pour contrôler ce dernier de manière optimale [2]. Le MMC dispose d'un grand nombre de degrés de liberté ainsi pour atteindre un même niveau de tension dans les demi-bras du MMC, plusieurs configurations de connexion des SM sont possibles, indiquant qu'il existe une certaine redondance pour cette structure. Ainsi la commande par allocation semble particulièrement adaptée pour le MMC si pour autant on dispose d'un modèle d'état de ce dernier, c'est l'objet du présent article. Un autre objectif des travaux est la volonté de généralisation du modèle, d'où le choix de mettre en place un modèle qui présente de la modularité au MMC qu'il décrit.

La modularité du MMC est définie par la quantité N de SM présente dans chacun de ses demi-bras et par le nombre m de phases que comporte le réseau alternatif auquel il est connecté, comme on peut le voir sur la figure 1. La modélisation proposée

ici se veut donc elle aussi modulaire en fonction de ces deux quantités afin de permettre la compréhension, la simulation et la commande de n'importe quel MMC. Une attention particulière est portée au fait de rendre le modèle le moins sensible possible à N et à m .

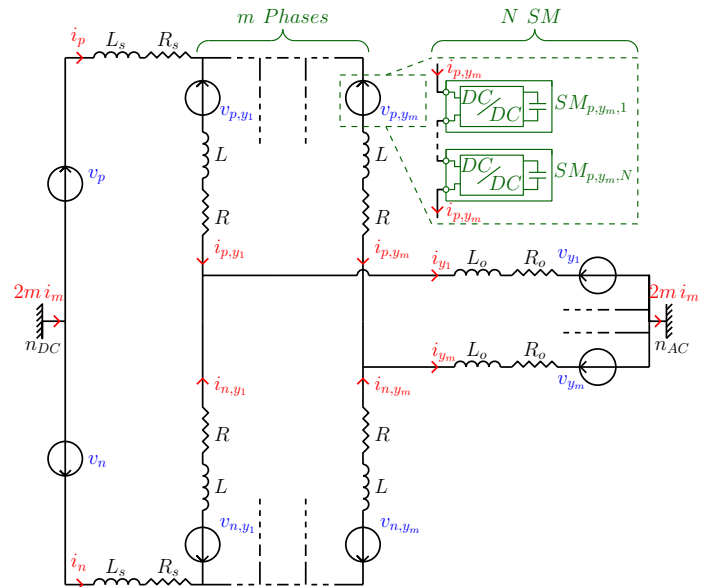


Fig. 1. Schéma électrique du MMC à m phases, chacune contenant N sous-modules par demi-bras

1.3. Hypothèses sur les sous-modules

Chaque SM est lui-même un convertisseur DC-DC, il existe une diversité de topologies de sous-modules comme on peut en voir des exemples dans [3], mais le principe reste le même : chaque SM contient une source de tension sous forme de condensateur(s) capable d'imposer un niveau de tension au sein du demi-bras auquel ce SM appartient. Le niveau de tension imposé est modulable en agissant sur les interrupteurs dont dispose le SM pour se connecter au demi-bras [4]. La diversité des topologies de sous-modules impose la nécessité d'un choix bien que restrictif pour la généralisation du modèle. Les SM que l'on retrouve le plus souvent dans le MMC sont ceux formant un demi-pont en H. Le pont en H complet présente des propriétés de fonctionnement qui lui confèrent une plus grande facilité d'équilibrage de la tension du condensateur à ses bornes que le demi-pont en H [3]. Le choix est donc fait de s'intéresser à ces deux topologies usuelles de SM. Dans ces deux cas, la tension d'équilibre que pourra contenir un condensateur est V_{DC}/N , avec $V_{DC} = v_p - v_n$ la tension du bus continu, [4].

Chaque SM comportant un condensateur, l'impédance perçue par le courant traversant un demi-bras dépendra de la capacité

C des condensateurs. Dans l'approche menée ici pour le haut-niveau le choix est fait de travailler en modèle moyen pour les SM. Ainsi les SM du demi-bras complet pourraient être modélisés par la capacité équivalente $C^{eq} = C/N$ issue de la mise en série des N SM comme cela est fait dans [5, 6] utilisant le principe d'*average model* de [7]. Mais dans cette première approche haut-niveau le nombre de SM est considéré suffisamment grand pour que la capacité équivalente soit faible, et l'équilibrage des condensateurs est supposé être déjà réalisé de manière indépendante à l'étude proposée ici. De ce fait, l'ensemble des SM d'un demi-bras est remplacé par une source de tension variable comme le font [8, 9, 10], ce que l'on observe sur la figure 1.

1.4. Nouveautés des modèles proposés

Du point de vue haut-niveau il y a au maximum quatre types de courants qui peuvent apparaître lors de l'opération du MMC : les courants de la source continue I_s , les courants de sortie I_o , les courants circulants entre les bras du MMC I_c et le courant de mode commun I_m dans le cas où les neutres du réseau AC et du bus DC sont reliés. Le comportement de ces différents courants est dicté par les niveaux de tensions dans chacun des demi-bras du MMC ($v_{x,y}$, $x \in \{p, n\}$ et $y \in \{y_1; y_m\}$), la tension du bus DC (représentée par v_p et v_n) et les tensions alternatives AC (v_{y_1} à v_{y_m}).

Le modèle haut-niveau présenté ici est issu d'une réflexion s'appuyant d'abord sur un modèle matriciel découplant le comportement de ces différents courants [11]. Les approches de [9] et [11] sont ici étendues au cas m -phasé sous forme de représentation d'état prenant en compte la liberté des v_y en nombre et en valeurs atteignables. La réduction de l'ordre du modèle d'état est faite par une transformation de PARK mettant à profit les travaux de [6] avec ici une généralisation au cas m -phasé. L'intérêt de nos modèles est donc d'avoir une équation d'état qui s'adapte à m et N sans perte de généralité sur les possibilités du bus DC et du réseau AC tout en cherchant à être le moins sensible à m et à N .

1.5. Plan

Tout au long de l'article l'attention sera portée sur le modèle haut-niveau du MMC. Dans un premier temps le modèle découplé des courants sera présenté, à partir duquel le modèle d'état dans le repère fixe sera développé. Une transformation de PARK sera alors mise en place pour obtenir le modèle d'état dans le repère tournant. Les modèles proposés seront alors éprouvés en simulation mettant en oeuvre une comparaison à l'aide du simulateur circuit PLECS®¹.

2. MODÈLE D'ORDRE COMPLET DES COURANTS DANS L'ESPACE D'ÉTAT

Le modèle développé ici considère une évolution continue des tensions $v_{x,y}$, comme expliqué précédemment. L'application de la loi des mailles à un bras du schéma électrique du MMC montre (1). Afin de ne pas alourdir les écritures toute variable du temps $x(t)$ sera écrite x et l'opérateur de dérivation est remplacé par la variable de LAPLACE, s :

$$\forall x \in \{p, n\}, \forall y \in \{y_1, \dots, y_m\} : \begin{cases} (\alpha_{x,y}) : \begin{cases} v_y + (R_o + L_o s) i_y + (R + L_s) i_{x,y} + v_{x,y} \\ + (R_s + L_s s) i_x - v_x = v_{n_{DC}} - v_{n_{AC}} = -v_{n_{AD}} \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

Les courants qui traversent les demi-bras du MMC peuvent être décomposés comme l'illustre la figure 2. En effet, une contribution viendra du courant de mode commun i_m , une seconde du bus DC i_s , une troisième des courants circulants entre les bras

i_{c_y} et une quatrième issue de sortie côté AC i_{o_y} [11]. De telle sorte que :

$$\forall y \in \{y_1, \dots, y_m\}, \begin{cases} i_{p,y} = i_m + i_s + i_{c_y} + i_{o_y} \\ i_{n,y} = i_m - i_s - i_{c_y} + i_{o_y} \end{cases} \quad (2)$$

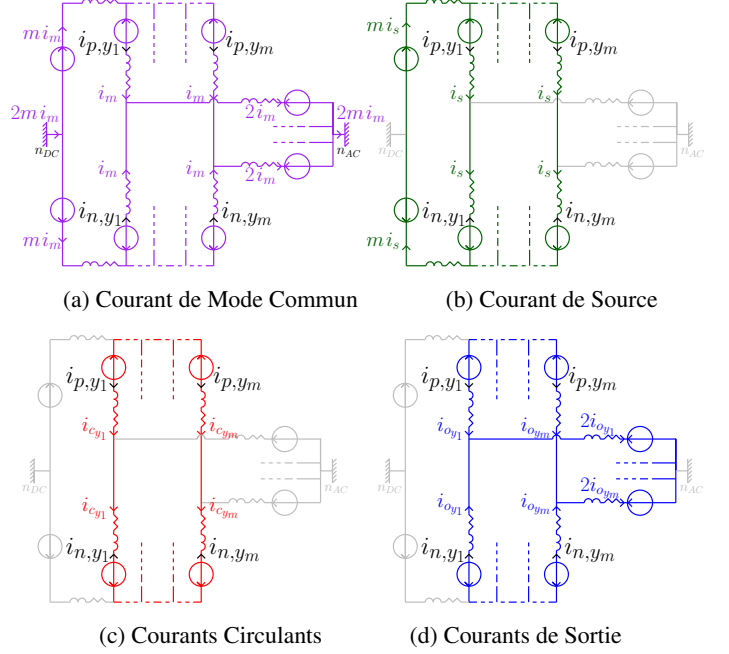


Fig. 2. Représentation des courants intervenant dans la conversion réalisée par le MMC

La figure 2 associée montre que les courants circulants et les courants de sortie sont structurellement de somme nulle. En utilisant cette propriété et (2) il est possible de développer les expressions $(m-1)i_{y_j} - \sum_{k \neq j}^m i_{y_k}$ et $(m-1)(i_{p,y_j} - i_{n,y_j}) - \sum_{k \neq j}^m (i_{p,k} - i_{n,k})$, ce qui permet de montrer que :

$$\forall y \in \{y_1, \dots, y_m\}, \begin{cases} 2m i_m = i_p + i_n = \sum_{y=y_1}^{y_m} (i_{p,y} + i_{n,y}) \\ 2m i_s = i_p - i_n = \sum_{y=y_1}^{y_m} (i_{p,y} - i_{n,y}) \\ 2m i_{o_y} = m(i_{p,y} + i_{n,y}) - (i_p + i_n) \\ 2m i_{c_y} = m(i_{p,y} - i_{n,y}) - (i_p - i_n) \end{cases} \quad (3)$$

De ces quatre relations la première suggère que pour déterminer la dynamique du courant i_m , il est nécessaire de s'intéresser à l'équation $\sum_{y=y_1}^{y_m} (\alpha_{p,y}) + (\alpha_{n,y})$, avec $(\alpha_{x,y})$ définie dans (1)). En suivant la même logique, pour le courant i_s c'est à la relation $\sum_{y=y_1}^{y_m} (\alpha_{p,y}) - (\alpha_{n,y})$ qu'il faut s'intéresser. Pour i_{o_y} : $m[(\alpha_{p,y}) + (\alpha_{n,y})] - \sum_{y=y_1}^{y_m} (\alpha_{p,y}) + (\alpha_{n,y})$. Pour i_{c_y} : $m[(\alpha_{p,y}) - (\alpha_{n,y})] - \sum_{y=y_1}^{y_m} (\alpha_{p,y}) - (\alpha_{n,y})$.

2.1. Courant de mode commun i_m

En développant la relation $\sum_{y=y_1}^{y_m} (\alpha_{p,y}) + (\alpha_{n,y})$ l'expression $i_p + i_n$ se présente, elle est alors remplacée par $2m i_m$ de (3). Finalement l'équation régissant la dynamique du courant de mode commun apparaît :

$$\frac{(v_p + v_n)}{2} = [(mR_s + R + 2R_o) + (mL_s + L + 2L_o)s] i_m + \frac{1}{m} \sum_{y=y_1}^{y_m} v_y + v_{n_{AD}} + \frac{1}{2m} \sum_{y=y_1}^{y_m} (v_{p,y} + v_{n,y}) \quad (4)$$

1. PLECS® (Piecewise Linear Electrical Circuit Simulation) est un logiciel de simulation pour les systèmes en génie électrique.

Pour condenser l'écriture, il est posé :

$$\begin{cases} R_m^{eq} = mR_s + R + 2R_o \text{ et } L_m^{eq} = mL_s + L + 2L_o \\ N_\Sigma(m) = \frac{1}{m}[1, \dots, 1] \in \mathcal{M}_{1,m}(\mathbb{R}) \\ \underline{I}_m = [i_m] \\ \underline{V}_x = [v_p, v_n]^T \\ \underline{V}_y = [v_{y_1}, \dots, v_{y_m}]^T \\ \underline{V}_{nAD} = [v_{nAD}] = [v_{nAC} - v_{nDC}] \\ \underline{V}_{p,y} = [v_{p,y_1}, \dots, v_{p,y_m}]^T \\ \underline{V}_{n,y} = [v_{n,y_1}, \dots, v_{n,y_m}]^T \end{cases} \quad (5)$$

S'en déduit alors :

$$(R_m^{eq} + L_m^{eq}s)\underline{I}_m = -\frac{1}{2}N_\Sigma(m) \left(\underline{V}_{p,y} + \underline{V}_{n,y} \right) + \left(N_\Sigma(2)\underline{V}_x - N_\Sigma(m)\underline{V}_y - N_\Sigma(1)\underline{V}_{nAD} \right) \quad (6)$$

La couleur de cette équation et de celles qui vont être développées par la suite correspondent aux couleurs de la figure 2. Dans le cas où les neutres DC et AC seraient déconnectés le courant de mode commun serait structurellement forcé à être nul, transformant alors l'équation précédente pour devenir :

$$\underline{V}_{nAD} = -\frac{1}{2}N_\Sigma(m) \left(\underline{V}_{p,y} + \underline{V}_{n,y} \right) + N_\Sigma(2)\underline{V}_x - N_\Sigma(m)\underline{V}_y \quad (7)$$

2.2. Courant du bus continu i_s

Le même raisonnement que celui utilisé pour le courant i_m est suivi. La relation $\sum_{y=y_1}^{y_m} (\alpha_{p,y}) - (\alpha_{n,y})$ est développée, l'expression $i_p - i_n$ se présente, elle est alors remplacée par $2mi_s$ de (3). Finalement l'équation décrivant la dynamique du courant du bus continu apparaît :

$$\frac{(v_p - v_n)}{2} = [(mR_s + R) + (mL_s + L)s]i_s + \frac{1}{2m} \sum_{y=y_1}^{y_m} (v_{p,y} - v_{n,y}) \quad (8)$$

Pour condenser l'écriture, il est posé :

$$\begin{cases} R_s^{eq} = mR_s + R \text{ et } L_s^{eq} = mL_s + L \\ N_\Delta(m) = \frac{1}{m}[m\mathbb{I}_m - \mathbb{J}_m] \in \mathcal{M}_m(\mathbb{R}) \\ \underline{I}_s = [i_s] \end{cases} \quad (9)$$

Avec $\mathbb{J}_{a,b}$ la matrice remplie de 1 de taille $(a \times b)$ et $\mathbb{J}_m = \mathbb{J}_{m,m}$. En utilisant les notations de (9), il est alors montré que :

$$(R_s^{eq} + L_s^{eq}s)\underline{I}_s = -\frac{1}{2}N_\Sigma(m) \left(\underline{V}_{p,y} - \underline{V}_{n,y} \right) + ([1 \ 0]N_\Delta(2)\underline{V}_x) \quad (10)$$

2.3. Courants circulants i_{c_y}

Toujours avec le même raisonnement mais pour un courant circulant : La relation $m[(\alpha_{p,y}) - (\alpha_{n,y})] - \sum_{y=y_1}^{y_m} (\alpha_{p,y}) - (\alpha_{n,y})$ est développée, l'expression $m(i_{p,y} - i_{n,y}) - (i_p - i_n)$ se présente, elle est alors remplacée par $2mi_{c_y}$ de (3). L'équation régissant la dynamique du courant circulant $n^\circ y$ apparaît alors :

$$0 = [R + Ls]i_{c_y} + \frac{1}{2m} \left[m(v_{p,y} - v_{n,y}) - \sum_{y=y_1}^{y_m} (v_{p,y} - v_{n,y}) \right] \quad (11)$$

Pour les courants circulants, il est posé :

$$\begin{cases} R_c^{eq} = R \text{ et } L_c^{eq} = L \\ \underline{I}_c = [i_{c_1}, \dots, i_{c_m}]^T \end{cases}$$

L'équation (11) étant valable pour tous les bras y , la suivante condense la dynamique de tous les courants circulants en une seule relation :

$$(R_c^{eq} + L_c^{eq}s)\underline{I}_c = -\frac{1}{2}N_\Delta(m) \left(\underline{V}_{p,y} - \underline{V}_{n,y} \right) \quad (13)$$

2.4. Courants de sortie i_{o_y}

Avec le même raisonnement que pour le courant circulant : La relation $m[(\alpha_{p,y}) + (\alpha_{n,y})] - \sum_{y=y_1}^{y_m} (\alpha_{p,y}) + (\alpha_{n,y})$ est développée, l'expression $m(i_{p,y} + i_{n,y}) - (i_p + i_n)$ se présente, elle est alors remplacée par $2mi_{o_y}$ de (3). L'équation régissant la dynamique du courant de sortie $n^\circ y$ apparaît alors :

$$-\frac{1}{m} \left(mv_y - \sum_{y=y_1}^{y_m} v_y \right) = [(R + 2R_o) + (L + 2L_o)s]i_{o_y} + \frac{1}{2m} \left[m(v_{p,y} + v_{n,y}) - \sum_{y=y_1}^{y_m} (v_{p,y} + v_{n,y}) \right] \quad (14)$$

Pour les courants de sortie, on introduit :

$$\begin{cases} R_o^{eq} = R + 2R_o \text{ et } L_o^{eq} = L + 2L_o \\ \underline{I}_o = [i_{o_1}, \dots, i_{o_m}]^T \end{cases} \quad (15)$$

De la même manière que pour les courants circulants, (14) ici est valable pour tous les bras y , ce qui permet d'obtenir :

$$(R_o^{eq} + L_o^{eq}s)\underline{I}_o = -\frac{1}{2}N_\Delta(m) \left(\underline{V}_{p,y} + \underline{V}_{n,y} \right) + \left(-N_\Delta(m)\underline{V}_y \right) \quad (16)$$

2.5. Équation d'état d'ordre complet regroupant les courants

Pour mettre en place le modèle d'état, les variables d'état qui nous viennent naturellement sont les courants, le vecteur d'état sera donc :

$$\underline{X}_{HL} = [\underline{I}_m, \underline{I}_s, \underline{I}_c^T, \underline{I}_o^T]^T \quad (17)$$

Les équations (6) et (10) représentent toutes deux le comportement d'un seul courant tandis que les équations (13) et (16) décrivent la dynamique de m courants. Ce qui fait un total de $2m + 2$ courants. Le vecteur d'état $\underline{X}_{HL}$ contient tous ces courants, l'ordre du modèle d'état sera donc $2m + 2$ et variera donc en fonction du nombre de phases du réseau AC.

En travaillant judicieusement les équations (6), (10), (13) et (16), il est possible d'isoler la dérivée de chaque type de courant. Le développement du modèle d'état est alors immédiat et donne l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{\underline{X}}_{HL} = \underline{A}_{HL}\underline{X}_{HL} + \underline{B}_{HL}\underline{U}_{HL} + \underline{E}_{HL} \\ \underline{Y}_{HL} = \underline{C}_{HL}\underline{X}_{HL} + \underline{D}_{HL}\underline{U}_{HL} \end{cases} \quad (18)$$

Défini par :

$$\begin{aligned} \underline{A}_{HL} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_m^{eq}}{L_m^{eq}} & & & \\ & -\frac{R_s^{eq}}{L_s^{eq}} & & \\ & & -\frac{R_c^{eq}}{L_c^{eq}}\mathbb{1}_m & \\ & & & -\frac{R_o^{eq}}{L_o^{eq}}\mathbb{1}_m \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2m+2}(\mathbb{R}) \\ \underline{B}_{HL} &= -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} N_\Sigma(m)/L_m^{eq} & N_\Sigma(m)/L_m^{eq} \\ N_\Sigma(m)/L_s^{eq} & -N_\Sigma(m)/L_s^{eq} \\ N_\Delta(m)/L_c^{eq} & -N_\Delta(m)/L_c^{eq} \\ N_\Delta(m)/L_o^{eq} & N_\Delta(m)/L_o^{eq} \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2m+2,2m}(\mathbb{R}) \\ \underline{C}_{HL} &= \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \mathbb{1}_{m-1} & \mathbb{0}_{m-1,1} \\ & & & \mathbb{1}_{m-1} & \mathbb{0}_{m-1,1} \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2m,2m+2}(\mathbb{R}) \\ \underline{D}_{HL} &= [\mathbb{0}_{2m,2m}] \in \mathcal{M}_{2m}(\mathbb{R}) \\ \underline{U}_{HL} &= [v_{p,y_1}, \dots, v_{p,y_m}, v_{n,y_1}, \dots, v_{n,y_m}]^T \in \mathcal{M}_{2m,1}(\mathbb{R}) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\underline{E}_{HL} = \begin{bmatrix} N_{\Sigma}(2)/L_m^{eq} \\ [1 \ 0] \cdot N_{\Delta}(2)/L_s^{eq} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \underline{V}_x + \begin{bmatrix} -N_{\Sigma}(m)/L_m^{eq} \\ 0 \\ 0 \\ -N_{\Delta}(m)/L_o^{eq} \end{bmatrix} \underline{V}_y \\ + \begin{bmatrix} -N_{\Sigma}(1)/L_m^{eq} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \underline{V}_{nAD} \in \mathcal{M}_{2m+2,1}(\mathbb{R}) \quad (19)$$

Avec $\mathbb{O}_{a,b}$ la matrice nulle de taille $(a \times b)$ et :

$$\begin{cases} N_{\Sigma}(m) = \mathbb{J}_{1,m}/m \\ N_{\Delta}(m) = (m \cdot \mathbb{1}_m - \mathbb{J}_m)/m \end{cases} \quad (20)$$

Comme les courants circulants et les courants de sortie sont de somme nulle, parmi les m courants circulants il y en aura au moins un qui sera imposé par le contrôle des autres. Il en est de même pour les courants de sortie. Aussi, dans le vecteur de sortie $\underline{Y}_{HL}$, le choix est fait de ne pas garder le dernier courant circulant i_{c_m} , ni le dernier courant de sortie i_{o_m} . D'où la forme prise par $\underline{C}_{HL}$.

Les variables de commandes sont ici les tensions $v_{x,y}$ que l'on considère libres entre leurs bornes qui sont déterminées par la tension maximale que contiennent les condensateurs des SM de chaque demi-bras. Les équations (17)-(20) s'adaptent en fonction du nombre m de phases et sont indépendantes de N , elles constituent le **Modèle Général Polyphasé d'Ordre Complet des Courants dans l'Espace d'État du MMC (MGPOCCEE aussi noté MOCCEE ici)**. Il est rappelé que l'ordre de ce modèle d'état est $2m + 2$.

3. MODÈLE D'ORDRE RÉDUIT INVARIANT DES COURANTS DANS L'ESPACE D'ÉTAT

3.1. Conditions de réalisation de la transformation de PARK proposée

La transformation qui est proposée ici s'adresse d'abord aux systèmes électriques polyphasés sur charge symétrique. Ce qui est le cas des courants circulants puisqu'ils sont tous soumis à la même impédance définie par R_o^{eq} et L_o^{eq} . Il en est de même pour les courants de sortie avec R_o^{eq} et L_o^{eq} .

De plus, lors de la transformation, un changement de repère par rotation est opéré. Pour chaque type de courant la rotation sera réalisée à la pulsation du fondamental du réseau alternatif en sortie pour $m > 3$. Pour $m = 3$, la rotation sera opérée à la pulsation du fondamental ou de l'harmonique de plus grande amplitude du courant considéré, en supposant négligeable les autres harmoniques. Ces choix sont issus d'une analyse du contenu harmonique que les changements de bases, amenant au repère de Park, permettent de conserver en fonction du nombre m de phases [12]. Ces hypothèses simplificatrices sur le contenu harmonique peuvent s'avérer fortes en particulier pour le courant circulant dont le contenu harmonique peut être relativement fourni [13].

Le modèle d'ordre réduit alors obtenu ne sera pas aussi général que le modèle d'ordre complet en terme de description des valeurs que peuvent prendre les différents types de courants. En effet, on ne pourra pour le moment pas prendre en compte des courants circulants présentant plusieurs harmoniques par exemple. Mais c'est une première étape qui pourra être enrichie par la suite.

3.2. Transformation de PARK polyphasée

En suivant la même logique que celle de la transformation de PARK dans le cas triphasé, un nouveau repère fixe est défini. Il est apparenté à un plan complexe dans lequel un phaseur est positionné, il représente le réseau électrique polyphasé. L'axe α sera l'axe des réels, l'axe β , l'axe des imaginaires et l'axe 0 permettra de représenter la composante homopolaire pour le cas où le système électrique présenterait un déséquilibre. En posant

x_k le signal électrique dans la phase $n^\circ k$ du réseau polyphasé, $\theta_m = \frac{2\pi}{m}$, $a = e^{j\theta_m}$ et $\underline{x}_{\{\alpha,\beta\}} = x_\alpha + jx_\beta$ le phaseur dans le repère $(\alpha, \beta, 0)$, il est possible de généraliser au cas m -phasé la formulation pentaphasée présentée dans [14] ou encore dans [15] pour des signaux électriques présentant des formes d'ondes sinusoïdales pures :

$$\begin{aligned} x_\alpha + jx_\beta &= K \cdot (x_1 + ax_2 + a^2x_3 + \dots + a^{m-1}x_m) \\ x_0 &= \frac{K}{k_0} \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_m) \end{aligned} \quad (21)$$

Avec x_0 représentant la composante homopolaire. Le coefficient K est ajouté afin de garantir la conservation de la puissance (CONCORDIA [17]), ou du module des grandeurs électriques (CLARKE [16]). Il sera déterminé *a posteriori* en fonction de la conservation souhaitée par la transformation. Le coefficient k_0 est un facteur supplémentaire spécialement affecté à la composante homopolaire, il sera aussi à déterminer pour conférer à la transformation certaines propriétés. Soit $\underline{X}^{\alpha\beta 0} = [x_\alpha \ x_\beta \ x_0]^T$ et $\underline{X}^m = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_m]^T$. Par la transformation du repère $(1, \dots, m)$ au repère $(\alpha, \beta, 0)$ introduite à l'équation précédente, il vient donc :

$$\underline{X}^{\alpha\beta 0} = K \begin{bmatrix} x_1 & \cos(\theta_m)x_2 & \dots & \cos((m-1)\theta_m)x_m \\ 0 & \sin(\theta_m)x_2 & \dots & \sin((m-1)\theta_m)x_m \\ x_1/k_0 & x_2/k_0 & \dots & x_m/k_0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Par produit matriciel, il est déduit que :

$$\underline{X}^{\alpha\beta 0} = [C_K] \underline{X}^m \quad (23)$$

Avec $[C_K]$ la matrice de transformation définie par :

$$[C_K] \triangleq K \begin{bmatrix} 1 & \cos(\theta_m) & \cos(2\theta_m) & \dots & \cos((m-1)\theta_m) \\ 0 & \sin(\theta_m) & \sin(2\theta_m) & \dots & \sin((m-1)\theta_m) \\ 1/k_0 & 1/k_0 & 1/k_0 & \dots & 1/k_0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Comme $[C_K]$ est une matrice rectangulaire elle n'est pas inversible, mais il est possible de lui trouver une pseudo-inverse :

$$[C_K] \cdot [C_K]^T = K^2 m \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/k_0^2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Le choix de $k_0 = \sqrt{2}$ s'impose pour garantir l'existence de la pseudo-inverse, bien que dans certains cas le choix de $k_0 = 2$ soit fait, dans le cas de la transformation de CLARKE, pour conserver l'amplitude de la composante homopolaire, mais ce développement ne sera pas détaillé ici. On a alors :

$$[C_K] \cdot [C_K]^T = K^2 \frac{m}{2} \mathbb{I}_3 \quad (26)$$

S'en déduit la définition de la pseudo-inverse de $[C_K]$:

$$[C_K]^+ \triangleq \frac{2}{K^2 m} [C_K]^T \quad (27)$$

Ce qui nous donne la transformation inverse :

$$\underline{X}^m = [C_K]^+ \underline{X}^{\alpha\beta 0} = \frac{2}{K^2 m} [C_K]^T \underline{X}^{\alpha\beta 0} \quad (28)$$

La détermination de K ne sera pas détaillée ici mais dans le cas de la transformation de CONCORDIA ce coefficient est calculé pour que l'équation de conservation des puissances électriques, $P_{\{\alpha,\beta,0\}} = P_{\{m\}}$, soit satisfaite. Dans ce cas il est montré que $K = \sqrt{2/m}$. Dans le cas de la transformation de CLARKE ce coefficient est calculé pour que l'équation de conservation

des amplitudes des formes d'ondes, $\hat{X}_{\{\alpha,\beta,0\}} = \hat{X}_{\{m\}}$, soit satisfaite. Dans ce cas : $K = 2/m$. Il est possible de remarquer que ces expressions sont conformes quand on les applique au cas triphasé.

La deuxième partie de la transformation de PARK et un changement de repère par rotation. En effet, le passage se fait du repère fixe $(\alpha, \beta, 0)$ au repère tournant $(d, q, 0)$ aussi appelé repère de PARK. Cette transformation, que le système électrique soit initialement polyphasé ou triphasé aura exactement la même forme car une fois dans le repère fixe $(\alpha, \beta, 0)$, le nombre de phases initial n'intervient pas dans la transformation vers $(d, q, 0)$. Cette transformation est simplement rappelée :

$$\underline{X}^{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{X}^{dq0} \quad (29)$$

Cette matrice de transformation est notée $[P(\theta)]$ et :

$$\underline{X}^{dq0} = [P(\theta)]^{-1} \cdot \underline{X}^{\alpha\beta 0} = [P(-\theta)] \cdot \underline{X}^{\alpha\beta 0} \quad (30)$$

C'est donc cette transformation de PARK m -phasée qui est utilisée dans la suite pour établir le modèle d'ordre réduit invariant. Pour chaque type de courant, les développements étant similaires, l'attention sera portée sur le type de courant dont le développement est le plus complexe : les courants circulants.

3.3. Courants circulants i_{c_y}

L'élaboration du modèle d'ordre réduit pour les courants circulants part de (13). En introduisant $B_{\Delta}^m = -\frac{1}{2}N_{\Delta}(m)$ ainsi que $\underline{\Phi}_c = L_c^{eq} \underline{I}_c$ il vient :

$$R_c^{eq} \underline{I}_c + s \underline{\Phi}_c = B_{\Delta}^m (\underline{V}_{p,y} - \underline{V}_{n,y}) \quad (31)$$

Par substitution des vecteurs et matrices du repère $(1, \dots, m)$ par ceux du repère $(\alpha, \beta, 0)$ en utilisant la transformation inverse $[C_K]^+$:

$$R_c^{eq} [C_K]^+ \underline{I}_c^{\alpha\beta 0} + s [C_K]^+ \underline{\Phi}_c^{\alpha\beta 0} = [C_K]^+ B_{\Delta}^{\alpha\beta 0} [C_K] \cdot [C_K]^+ (\underline{V}_{p,y}^{\alpha\beta 0} - \underline{V}_{n,y}^{\alpha\beta 0}) \quad (32)$$

Comme $[C_K]^+$ est la matrice pseudo-inverse de $[C_K]$, que la dérivée de $[C_K]^+$ par rapport au temps est nulle et que R_c^{eq} et s sont des scalaires, l'expression précédente se simplifie :

$$[C_K]^+ R_c^{eq} \underline{I}_c^{\alpha\beta 0} + [C_K]^+ s \underline{\Phi}_c^{\alpha\beta 0} = [C_K]^+ B_{\Delta}^{\alpha\beta 0} (\underline{V}_{p,y}^{\alpha\beta 0} - \underline{V}_{n,y}^{\alpha\beta 0}) \quad (33)$$

Par multiplication à gauche par $[C_K]$:

$$R_c^{eq} \underline{I}_c^{\alpha\beta 0} + s \underline{\Phi}_c^{\alpha\beta 0} = B_{\Delta}^{\alpha\beta 0} (\underline{V}_{p,y}^{\alpha\beta 0} - \underline{V}_{n,y}^{\alpha\beta 0}) \quad (34)$$

L'équation obtenue décrit la dynamique du courant circulant dans le repère $(\alpha, \beta, 0)$, par rotation il va maintenant être possible de passer au repère $(d, q, 0)$. Il est décidé de poser θ l'angle entre le repère tournant et le repère fixe initial pour les courants du réseau alternatif de sortie. Le repère de PARK va donc tourner à la pulsation $\omega_o = d\theta/dt$, qui est la pulsation des courants $\underline{I}_o$, par rapport au repère fixe. L'analyse détaillée de [13] du contenu harmonique des différents types de courants qui interviennent dans la conversion réalisée par le MMC est très éclairante. Cette étude montre que la raie de plus grande amplitude du courant circulant n'est pas forcément celle de pulsation ω_o , comme pour le courant de sortie, mais peut être de rang supérieur, ce que confirme [18]. C'est donc en s'appuyant sur ces études que la

majeure partie du courant circulant sera considérée comme étant contenue dans son harmonique de rang $n \in \mathbb{N}^*$. On en déduit que le changement de repère pour aller du repère fixe $(\alpha, \beta, 0)$ au repère de PARK sera réalisé par la matrice $[P(-n\theta)]$, pour le cas des courants circulants. Mais selon [12], la transformation opérée par $[C_K]$ ne permet de conserver uniquement le fondamental de chaque courant dans le repère $(\alpha, \beta, 0)$ pour un nombre de phases $m > 3$. Pour le cas où $m = 3$, toutes les composantes harmoniques sont conservées par $[C_K]$. Même si l'harmonique de plus grande amplitude du courant circulant est considéré comme étant celui de rang n , dans ce premier modèle, seule la composante fondamentale sera considérée. Cette considération implique que le changement de repère de $(\alpha, \beta, 0)$ au repère de Park sera réalisé par $[P(-\theta)]$ pour le cas $m > 3$, alors que $[P(-n\theta)]$ sera utilisé pour le cas $m = 3$. Ce choix réalisé ici l'est aussi par [6] qui met en place un modèle du MMC dans le repère de PARK, mais limité au cas des réseaux triphasés et sans considération du potentiel courant de mode commun. Le changement de repère est alors réalisé par substitution comme précédemment, n sera à remplacer par 1 dans le cas où $m > 3$:

$$R_c^{eq} [P(n\theta)] \underline{I}_c^{dq0} + s ([P(n\theta)] \underline{\Phi}_c^{dq0}) = [P(n\theta)] B_{\Delta,n}^{dq0} [P(-n\theta)] \cdot [P(n\theta)] (\underline{V}_{p,y}^{dq0} - \underline{V}_{n,y}^{dq0}) \quad (35)$$

Comme $[P(n\theta)]$ est la matrice inverse de $[P(-n\theta)]$ et que R_c^{eq} et p sont des scalaires, l'expression précédente se simplifie :

$$[P(n\theta)] R_c^{eq} \underline{I}_c^{dq0} + s [P(n\theta)] \cdot \underline{\Phi}_c^{dq0} + [P(n\theta)] \cdot s \underline{\Phi}_c^{dq0} = [P(n\theta)] B_{\Delta,n}^{dq0} (\underline{V}_{p,y}^{dq0} - \underline{V}_{n,y}^{dq0}) \quad (36)$$

Par multiplication à gauche par $[P(-n\theta)]$:

$$R_c^{eq} \underline{I}_c^{dq0} + [P(-n\theta)] s [P(n\theta)] \cdot \underline{\Phi}_c^{dq0} + s \underline{\Phi}_c^{dq0} = B_{\Delta,n}^{dq0} (\underline{V}_{p,y}^{dq0} - \underline{V}_{n,y}^{dq0}) \quad (37)$$

Par dérivation par rapport à θ d'une composition de fonction, il est possible de montrer que :

$$[P(-n\theta)] s [P(n\theta)] \cdot \underline{\Phi}_c^{dq0} = n\omega_o L_c^{eq} \begin{bmatrix} -I_c^q \\ I_c^d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Par substitution de (38) dans (37), il est montré que :

$$R_c^{eq} \underline{I}_c^{dq0} + s \underline{\Phi}_c^{dq0} + n\omega_o L_c^{eq} \begin{bmatrix} -I_c^q \\ I_c^d \\ 0 \end{bmatrix} = B_{\Delta,n}^{dq0} (\underline{V}_{p,y}^{dq0} - \underline{V}_{n,y}^{dq0}) \quad (39)$$

Avec :

$$\begin{cases} \underline{I}_c^{dq0} = [P(-n\theta)] [C_K] \underline{I}_c = \begin{bmatrix} I_c^d \\ I_c^q \\ I_c^0 \end{bmatrix} \\ \underline{\Phi}_c^{dq0} = L_c^{eq} \underline{I}_c^{dq0} = L_c^{eq} \begin{bmatrix} I_c^d \\ I_c^q \\ I_c^0 \end{bmatrix} \\ B_{\Delta,n}^{dq0} = [P(-n\theta)] [C_K] B_{\Delta}^m [C_K]^+ [P(n\theta)] = \begin{bmatrix} -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (40)$$

Comme le montre la figure 2 (c), les courants circulants sont structurellement forcés à être de somme nulle : $\sum_{y=1}^m i_{c_y} = 0$. Ainsi, ils ne comportent pas de composante homopolaire et $I_c^0 = 0$. La dernière ligne de $B_{\Delta,n}^{dq0}$ est elle aussi nulle. La troisième ligne de (39) est donc inutile et peut être enlevée. Les

définitions de (40) sont alors remplacées par :

$$\begin{cases} \frac{I_c^{dq0}}{B_\Delta^{dq0}} = \begin{bmatrix} I_c^d \\ I_c^q \end{bmatrix} \\ B_\Delta^{dq0} = \begin{bmatrix} -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (41)$$

Par définition lors du développement qui vient d'être présenté, on a $\forall x \in \{p, n\}$:

$$\begin{cases} \frac{V_{x,y}^{dq0}}{V_{x,y}^{dq0}} = [P(-n\theta)][C_K]V_{x,y} \\ \frac{V_{x,y}^{dq0}}{V_{x,y}^{dq0}} = [P(-\theta)][C_K]V_{x,y} \end{cases} \quad (42)$$

Il vient donc facilement :

$$\begin{cases} \frac{V_{p,y}^{dq0}}{V_{n,y}^{dq0}} = [P((1-n)\theta)]\frac{V_{p,y}^{dq0}}{V_{n,y}^{dq0}} \\ \frac{V_{p,y}^{dq0}}{V_{n,y}^{dq0}} = [P((1-n)\theta)]\frac{V_{p,y}^{dq0}}{V_{n,y}^{dq0}} \end{cases} \quad (43)$$

Ce qui donne finalement :

$$\begin{aligned} (R_c^{eq} + L_c^{eq}s)\underline{I_c^{dq0}} + n\omega_o L_c^{eq} \begin{bmatrix} -I_c^q \\ I_c^d \end{bmatrix} = \\ B_\Delta^{dq0} [P((1-n)\theta)] \left(\underline{V_{p,y}^{dq0}} - \underline{V_{n,y}^{dq0}} \right) \end{aligned} \quad (44)$$

Comparé à l'équation (13) qui comporte m lignes, celle-ci n'en comporte que 2, on observe donc une réduction de la taille du modèle.

3.4. Courants de sortie i_{o_y}

Comme les courants circulants, les courants de sortie forment un système m -phasé de somme nulle sur charge symétrique. Il est donc possible d'établir leur modèle dans le repère de PARK en réalisant la même démarche de démonstration que celle utilisée pour les courants circulants à ceci près que le changement de repère par rotation ne sera pas opéré avec l'angle $n\theta$ mais bien θ . On rappelle que la pulsation des courants de sortie est notée ω_o et que $\omega_o = d\theta/dt$. Ce développement aboutit alors à :

$$\begin{aligned} (R_o^{eq} + L_o^{eq}s)\underline{I_o^{dq0}} + \omega_o L_o^{eq} \begin{bmatrix} -I_o^q \\ I_o^d \end{bmatrix} = \\ B_\Delta^{dq0} \left(\underline{V_{p,y}^{dq0}} - \underline{V_{n,y}^{dq0}} \right) + \begin{bmatrix} -V_y^d \\ -V_y^q \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (45)$$

Avec :

$$\begin{cases} \underline{I_o^{dq0}} = \begin{bmatrix} I_o^d \\ I_o^q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} [P(-\theta)][C_K]\underline{I_o} \\ \begin{bmatrix} V_y^d \\ V_y^q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_y^d \\ V_y^q \\ V_y^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} [P(-\theta)][C_K]\underline{V_y} \end{cases} \quad (46)$$

Comme pour les courants circulants, la taille du modèle décrivant les courants de sortie est réduite et passe de m pour (16) à 2 ici.

3.5. Courant de mode commun i_m

Pour le courant de mode commun, comme pour le courant du bus continu, la transformation réalisée va être différente. En effet, ces courants ont une unique composante, la transformation de PARK qui part d'un repère m -phasé ne semble pas adaptée pour les courants ayant une unique composante. Dans le cas du courant i_m , pour pouvoir réaliser le changement de repère souhaité, une modification va être apportée à l'équation (6). Cette équation va être étendue de une ligne à m lignes qui seront

identiques. Pour cela les notations suivantes sont introduites : $\underline{I_m} = [I_m \dots I_m]^T$ et $H_\Sigma(m) = [N_\Sigma(m) \dots N_\Sigma(m)]^T$ comportant aussi m lignes. (6) devient alors :

$$\begin{aligned} R_m^{eq}\underline{I_m} + L_m^{eq}s\underline{I_m} = -\frac{1}{2}H_\Sigma(m) \left(\underline{V_{p,y}} + \underline{V_{n,y}} \right) \\ + \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \left(N_\Sigma(2)\underline{V_x} - N_\Sigma(m)\underline{V_y} - N_\Sigma(1)\underline{V_{n_{AD}}} \right) \end{aligned} \quad (47)$$

Il est alors posé $\Phi_m = L_m^{eq}\underline{I_m}$ le flux propre associé au courant de mode commun et par conséquent : $\underline{\Phi_m} = L_m^{eq}\underline{I_m}$. En introduisant $B_\Sigma^m = -\frac{1}{2}H_\Sigma(m)$ ainsi que $\underline{V_{m\star}} = [1 \dots 1]^T \left(N_\Sigma(2)\underline{V_x} - N_\Sigma(m)\underline{V_y} - N_\Sigma(1)\underline{V_{n_{AD}}} \right)$ il vient :

$$R_m^{eq}\underline{I_m} + s\underline{\Phi_m} = B_\Sigma^m \left(\underline{V_{p,y}} + \underline{V_{n,y}} \right) + \underline{V_{m\star}} \quad (48)$$

La démarche appliquée pour le courant circulant de (31) à (44) va donc pouvoir prendre place ici pour le courant de mode commun. Ce qui donne finalement :

$$\begin{aligned} (R_m^{eq} + L_m^{eq}s)\underline{I_m^{dq0}} = B_\Sigma^{dq0} \left(\underline{V_{p,y}^{dq0}} + \underline{V_{n,y}^{dq0}} \right) \\ + \left(N_\Sigma(2)\underline{V_x} - N_\Sigma(m)\underline{V_y} - N_\Sigma(1)\underline{V_{n_{AD}}} \right) \end{aligned} \quad (49)$$

Avec :

$$\begin{cases} \underline{I_m^{dq0}} = \underline{I_m} \\ B_\Sigma^{dq0} = \frac{k_0}{mK} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (50)$$

On constate que la matrice de commande B_Σ^{dq0} dépend directement du choix de transformation réalisé entre celle de CLARKE et celle de CONDORDIA au vu du coefficient k_0/mK .

3.6. Courant du bus continu i_s

Pour le courant du bus continu qui n'a qu'une composante comme le courant de mode commun, la transformation de PARK réalisée pour son modèle va suivre la même démarche que pour le courant i_m en commençant par étendre l'équation (10) à m lignes identiques. Le développement étant très proche de celui réalisé pour le courant de mode commun, il n'est pas détaillé ici. Sa réalisation donne cependant :

$$(R_s^{eq} + L_s^{eq}s)\underline{I_s^{dq0}} = B_\Sigma^{dq0} \left(\underline{V_{p,y}^{dq0}} - \underline{V_{n,y}^{dq0}} \right) + ([1 \ 0] \cdot N_\Delta(2)\underline{V_x}) \quad (51)$$

Avec :

$$\left\{ \underline{I_s^{dq0}} = \underline{I_s} \right. \quad (52)$$

3.7. Équation d'état d'ordre réduit regroupant les courants

De la même manière que le modèle d'état d'ordre complet (19) a été établi précédemment, le modèle d'état d'ordre réduit invariant va être mis en place par association des équations (49), (51), (44) et (45). Les commandes utilisées sont maintenant $\underline{V_{p,y}^{dq0}}$ et $\underline{V_{n,y}^{dq0}}$ agissant sur les différents types de courants regroupés dans le vecteur d'état :

$$\underline{X_{HL}^{dq0}} = [\underline{I_m^{dq0}}, \underline{I_s^{dq0}}, \underline{I_c^{dq0}}^T, \underline{I_o^{dq0}}^T]^T = [\underline{I_m}, \underline{I_s}, \underline{I_c^d}, \underline{I_c^q}, \underline{I_o^d}, \underline{I_o^q}]^T \quad (53)$$

Le vecteur d'état contient 6 courants, l'ordre du modèle d'état sera donc 6 et **ne variera pas** en fonction du nombre de phases du réseau AC. Ceci fait de ce modèle d'état un modèle d'ordre réduit invariant.

En travaillant judicieusement les équations (49), (51), (44) et (45), il est possible d'isoler la dérivée de chaque type de courant.

Le développement du modèle d'état est alors immédiat et donne l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{X}_{HL}^{dq0} = A_{HL}^{dq0} X_{HL}^{dq0} + B_{HL}^{dq0} U_{HL}^{dq0} + E_{HL}^{dq0} \\ Y_{HL}^{dq0} = C_{HL}^{dq0} X_{HL}^{dq0} + D_{HL}^{dq0} U_{HL}^{dq0} \end{cases} \quad (54)$$

Défini par :

$$\begin{aligned} A_{HL}^{dq0} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_m^{eq}}{L_m^{eq}} & & & & & \\ & -\frac{R_s^{eq}}{L_s^{eq}} & & & & \\ & & -\frac{R_c^{eq}}{L_c^{eq}} & n\omega_o & & \\ & & -n\omega_o & -\frac{R_c^{eq}}{L_c^{eq}} & & \\ & & & & -\frac{R_o^{eq}}{L_o^{eq}} & \omega_o \\ & & & & -\omega_o & -\frac{R_o^{eq}}{L_o^{eq}} \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_6(\mathbb{R}) \\ B_{HL}^{dq0} &= \begin{bmatrix} B_{\Sigma}^{dq0}/L_m^{eq} & B_{\Sigma}^{dq0}/L_m^{eq} \\ B_{\Sigma}^{dq0}/L_s^{eq} & -B_{\Sigma}^{dq0}/L_s^{eq} \\ B_{\Sigma}^{dq0}[P((1-n)\theta)]/L_c^{eq} & -B_{\Delta}^{dq0}[P((1-n)\theta)]/L_c^{eq} \\ B_{\Sigma}^{dq0}/L_o^{eq} & B_{\Sigma}^{dq0}/L_o^{eq} \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_6(\mathbb{R}) \\ C_{HL}^{dq0} &= \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & \mathbb{I}_2 & & & \\ & & & \mathbb{I}_2 & & \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_6(\mathbb{R}) \quad D_{HL}^{dq0} = [\mathbb{O}_{6,6}] \in \mathcal{M}_6(\mathbb{R}) \\ U_{HL}^{dq0} &= [v_{p,y}, v_{p,y}^q, v_{p,y}^0, v_{n,y}^d, v_{n,y}^q, v_{n,y}^0]^T \in \mathcal{M}_{6,1}(\mathbb{R}) \\ E_{HL}^{dq0} &= \begin{bmatrix} N_{\Sigma}(2)/L_m^{eq} & -N_{\Sigma}(m)/L_m^{eq} \\ [1 \ 0] \cdot N_{\Delta}(2)/L_s^{eq} & \mathbb{O}_{1,m} \\ \mathbb{O}_{2,2} & \mathbb{O}_{2,m} \\ \mathbb{O}_{2,2} & 2B_{\Delta}^{dq0}[P(-\theta)][C_K]/L_o^{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_x \\ \underline{V}_y \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -N_{\Sigma}(1)/L_m^{eq} \\ \mathbb{O}_{1,1} \\ \mathbb{O}_{2,1} \\ \mathbb{O}_{2,1} \end{bmatrix} \underline{V}_{n,AD} \in \mathcal{M}_{6,1}(\mathbb{R}) \end{aligned} \quad (55)$$

Les équations (53)-(55) s'adaptent en fonction du nombre m de phases, mais la taille du modèle d'état y reste indépendante. Ces équations sont aussi indépendantes de N , et constituent le *Modèle Général Polyphasé d'Ordre Réduit Invariant des Courants dans l'Espace d'État du MMC (MGPORICEE aussi noté MORICE ici)*. Il est rappelé que l'ordre de ce modèle d'état est 6, constant.

4. MISE À L'ÉPREUVE DES MODÈLES - COMPARAISONS AVEC PLECS®

Pour s'assurer que les modèles développés ici représentent convenablement le comportement des courants du MMC, une procédure de vérification est mise en place à l'aide de MATLAB®. Les modèles sont programmés dans Simulink® à l'aide de Matlab-Functions. En parallèle le schéma électrique de la figure 1 est reproduit avec le PLECS®-Blockset dans Simulink®. Le modèle ainsi que le circuit électrique vont ainsi pouvoir être simulés en parallèle de manière à observer les écarts entre les courants déterminés par le modèle et ceux déterminés par PLECS®.

Dans le but de vérifier le modèle de manière la plus complète, les simulations sont réalisées dans le cas de fonctionnement le plus général. Ce cas est caractérisé par le fait d'avoir une charge AC active en sortie du MMC, les neutres AC et DC connectés et une signal de commande non nul. Concrètement, cela se matérialise par : $\forall y \in \{y_1, \dots, y_m\}, v_y = \hat{V}_{AC} \sin(\omega_o t - \varphi_y)$ avec $\varphi_{y_k} = (k-1)\theta_m$ pour le fait d'avoir une charge active; par une liaison électrique dans le schéma PLECS® entre les neutres AC et DC pour les connecter; et par $\forall x \in \{p, n\}, \forall y \in$

$\{y_1, \dots, y_m\}, v_{x,y} \neq 0$. La question du choix des signaux de commande $v_{x,y}$ se pose alors. Dans une première approche de simple comparaison des modèles sans volonté particulière de contrôler les courants intervenant dans la conversion du MMC, le choix se porte sur la méthode de modulation directe, déjà utilisée par [13, 19], légèrement adaptée ici, elle se définit par :

$$\forall y \in \{y_1 \dots y_m\}, \begin{cases} v_{p,y} = \frac{V_{DC}}{2} [1 - 1 \cos(\omega_o t - \varphi_y)] \\ v_{n,y} = -\frac{V_{DC}}{2} [\frac{1}{2} + 0,985 \cos(\omega_o t - \varphi_y)] \end{cases} \quad (56)$$

Le choix de tels signaux de commande se justifie par le fait qu'ils permettent de balayer une grande partie de la plage de tension atteignable par les demi-bras tout en assurant une évolution des quatre types de courants au cours du temps en présentant un contenu harmonique réduit au fondamental.

Des simulations ont été réalisées pour plusieurs cas de fonctionnement et en particulier pour plusieurs valeurs du nombre m de phases. Pour mettre en exergue l'intérêt des modèles développés ici, il est décidé de montrer les courbes de comparaison obtenues pour le cas heptaphasé où $m = 7$. Les paramètres du MMC utilisés correspondent à ceux du convertisseur disponible au laboratoire LAPLACE et dont une partie est renseignée dans [20], l'ensemble est synthétisé dans le tableau 1.

Tableau 1. Paramètres du MMC pour la simulation

Tension du bus	V_{DC}	600 V
Tension de demi-bus	$v_p = -v_n$	$V_{DC}/2 = 300$ V
Impédance du bus	R_s, L_s	50 mΩ, 2 mH
Fréq. et Pér. de découpage	f_s, T_s	2 kHz, 500 μs
Impédance de demi-bras	R, L	10 mΩ, 5 mH
Tension de la charge	$\hat{V}_{AC}$	$230 \cdot \sqrt{2} \simeq 325$ V
Fréq. et Pér. du réseau	f_o, T_o	50 Hz, 20 ms
Pulsation du réseau	ω_o	$2\pi f_o \simeq 314$ rad/s
Impédance de la charge	R_o, L_o	40 Ω, 5 mH
Pas de calcul	T_{step}	$T_s/50 = 10$ μs
Temps de simulation	t_{end}	$14 \cdot T_o = 280$ ms

Les simulations sont réalisées dans un premier temps pour vérifier le modèle d'ordre complet **MOCCE** puis c'est au tour du modèle d'ordre réduit invariant **MORICE** d'être vérifié. Dans un souci de lisibilité, parmi les sept courants circulants, seul celui présentant le plus d'écart est affiché. Il en est de même pour les courants de sortie.

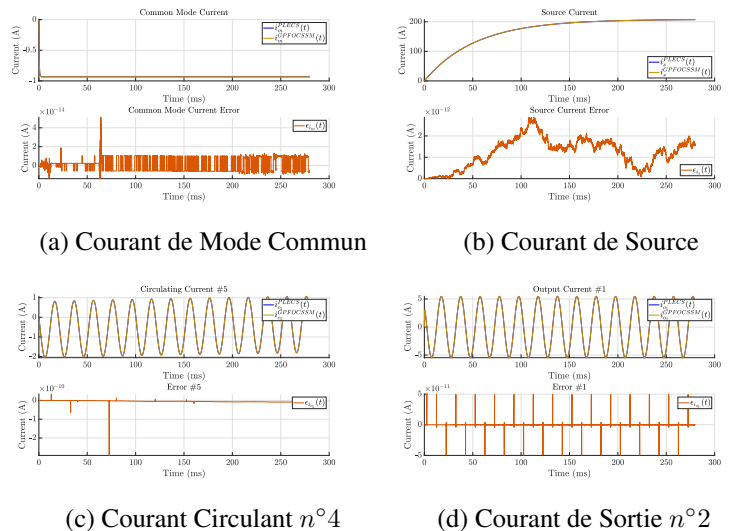


Fig. 3. Courants du MMC issus de **MOCCE** en comparaison avec PLECS®

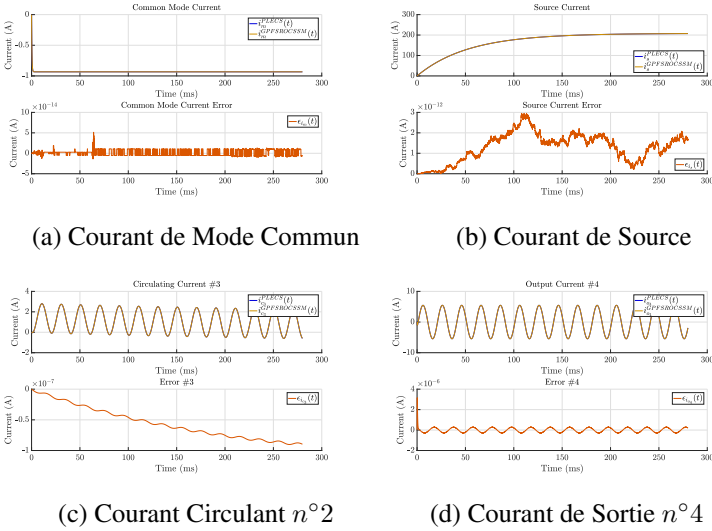


Fig. 4. Courants du MMC issus de MORICE en comparaison avec PLECS®

Pour chaque type de courant la courbe du bas représente l'écart entre le courant issu du modèle et le même courant issu de PLECS®. La figure 3 montre que l'écart maximum entre MOCCE et PLECS® est pour le courant circulant I_c , il vaut environ $2,9 \cdot 10^{-10}$ A. Ce qui est très faible et permet de valider le modèle MOCCE. Dans le cas de MORICE, la figure 4 montre que l'écart maximum entre MORICE et PLECS® est aussi pour le courant de sortie, il vaut environ $3,2 \cdot 10^{-6}$ A. Ce qui est, encore une fois, très faible par rapport à l'amplitude de I_o et permet de valider le modèle MORICE.

5. CONCLUSIONS

Deux modèles d'état modulaires du MMC, un modèle d'ordre complet (MOCCE, Eq. (19)) et un second d'ordre réduit invariant (MORICE, Eq. (55)), ont été développés pour décrire le comportement des courants qui le traversent en fonction des tensions aux bornes de chacun de ses demi-bras. Ces modèles sont modulaires à la fois au nombre m de phases et au nombre N de sous-modules. Il a pu être vérifié en simulation que ces deux modèles sont précis. Il a aussi été montré que la complexité du modèle d'ordre réduit est indépendante du nombre de phases, ce qui peut lui conférer un avantage particulier dans une démarche de commande d'un MMC de taille importante.

Cependant ces modèles ont été élaborés à partir d'hypothèses simplificatrices concernant la prise en compte de l'influence des condensateurs de chaque sous-modules ou encore, pour le modèle d'ordre réduit, concernant le contenu harmonique des courants circulants et des courants de sortie. Il pourra être intéressant d'éliminer ces hypothèses dans le but d'obtenir un modèle qui tend vers une meilleure généralité.

Ces modèles d'états synthétiques pourront par la suite être mis en oeuvre dans une démarche de commande générique des courants du MMC en les associant au modèle des sous-modules.

6. RÉFÉRENCES

- [1] K. Sharifabadi, L. Harnefors, H.-P. Nee, S. Norrga, et R. Teodorescu, « Introduction to modular multilevel converters ». in Design, control, and application of modular multilevel converters for HVDC transmission systems, Wiley-IEEE Press, Book, p. 7-58, 2016.
- [2] M. Bodson. « Evaluation of optimization methods for control allocation ». Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 25, Issue 4, p. 703–711, July 2002.
- [3] R. Marquardt, « Modular multilevel converters : state of the art and future progress », IEEE Power Electronics Magazine, Vol. 5, Issue 4, p. 24-31, Dec. 2018.

- [4] K. Sharifabadi, L. Harnefors, H.-P. Nee, S. Norrga, et R. Teodorescu, « Dynamics and control ». in Design, control, and application of modular multilevel converters for HVDC transmission systems, Wiley-IEEE Press, Book, p. 133-213, 2016.
- [5] J. Freytes, S. Akkari, J. Dai, F. Gruson, P. Rault, and X. Guillaud. « Small-signal state-space modeling of an HVDC link with modular multilevel converters ». in 2016 IEEE 17th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics (COMPEL), p. 1–8, Trondheim, Norway, June 2016. IEEE.
- [6] G. Bergna-Diaz, J. Freytes, X. Guillaud, S. D'Arco et J. A. Suul, « Generalized voltage-based state-space modeling of modular multilevel converters with constant equilibrium in steady state », IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, Vol. 6, Issue 2, p. 707-725, June 2018.
- [7] S. Bacha, I. Munteanu et A. I. Bratcu, « Power electronic converters modeling and control », Springer-Verlag, Book, 2014.
- [8] R. Lizana, M. A. Perez, D. Arancibia, J. R. Espinoza, and J. Rodriguez. « Decoupled current model and control of modular multilevel converters ». IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 62, Issue 9, p. 5382–5392, September 2015
- [9] A. Bouarfa, « Méthodes de commande par allocation de convertisseurs statiques polyphasés, multi-niveaux : de la modélisation à la mise en oeuvre temps-réel », Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, Nov. 2017.
- [10] A. Zama, « Modeling and control of modular multilevel converters (MMCs) for HVDC applications ». Thèse de Doctorat, Communauté Université Grenoble Alpes, 2017.
- [11] M. A. Pérez, J. Rodriguez et S. Bernet, « Decoupled capacitor voltage control of modular multilevel converters », in 2014 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE 2014), Pittsburgh, PA, USA, 2014.
- [12] X. Kestelyn, « Modélisation vectorielle multimachines pour la commande des ensembles convertisseurs-machines polyphasés ». Thèse de Doctorat, Université Lille 1, 2003.
- [13] K. Ilves, A. Antonopoulos, S. Norrga, and H.-P. Nee. « Steady-state analysis of interaction between harmonic components of arm and line quantities of modular multilevel converters ». IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 27, Issue 1, p. 57–68, January 2012. Conference Name : IEEE Transactions on Power Electronics.
- [14] S. Gataric, « A polyphase cartesian vector approach to control of polyphase AC machines ». in Conference Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Fifth IAS Annual Meeting and World Conference on Industrial Applications of Electrical Energy, Vol. 3, p. 1648–1654, October 2000.
- [15] H.A. Toliyat, S.P. Waikar, and T.A. Lipo, « Analysis and simulation of five-phase synchronous reluctance machines including third harmonic of airgap MMF ». IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 34, Issue 2, p. 332–339, March 1998. Conference Name : IEEE Transactions on Industry Applications.
- [16] E. Clarke. « Circuit analysis of AC power systems : symmetrical and related components ». Wiley, Book, 1943.
- [17] C. Concordia. « Synchronous machines : theory and performance ». Wiley, Book, 1951.
- [18] J. Lyu, X. Cai, X. Zhang, and M. Molinas. « Harmonic state space modeling and analysis of modular multilevel converter ». in 2018 IEEE International Power Electronics and Application Conference and Exposition (PEAC), p. 1–6, November 2018.
- [19] D. Siemaszko, A. Antonopoulos, K. Ilves, M. Vasiladiotis, L. Ängquist, and H.-P. Nee « Evaluation of control and modulation methods for modular multilevel converters ». in The 2010 International Power Electronics Conference (ECCE ASIA), p. 746–753, June 2010.
- [20] N. Serbia, « Modular Multilevel Converters for HVDC power stations », Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique, Toulouse, Jan. 2014.