

Modélisation analytique des machines électriques à double saillance par la méthode des transformations conformes

Ahmed Sidia SIDI BABE^{1,2}, Vincent LANFRANCHI¹, Stéphane VIVIER¹, Rachid MISSOUM² et El-Hadi ZAIM³.

¹ Sorbonne Universités, Université de Technologie de Compiègne, CNRS, FRE 2012 Roberval, Centre de recherche Royallieu, CS 60 319, 60203 Compiègne cedex, France.

² Renault S.A.S Technocentre, 78280 Guyancourt, France.

³ Laboratoire IREENA Polytech Nantes. Université de Nantes BP 406, 44602 Saint-Nazaire, France.

RESUME -Cet article présente une approche de modélisation analytique des machines électriques à double saillance basée sur la méthode des transformations conformes. L'originalité de cette méthode réside dans le choix d'un nombre réduit de transformations géométriques à effectuer et l'application de cette méthode à des structures à double saillance sans perdre le côté analytique. La modélisation de la machine synchrone à rotor bobiné est l'objet de notre application. Toutefois, la démarche proposée ici, reste générale et adaptée à des structures à simple ou double saillance. Il apparaît que cette méthode donne des très bons résultats, en régime linéaire, lorsqu'elle est comparée à la méthode des éléments finis. De plus, les temps de calcul sont en comparaison bien plus courts. La qualité des résultats est validée par le calcul des grandeurs globales (couple, flux, tension) pour différents cas de fonctionnement de la machine (à vide et en charge).

Mots-clés—*Perméance relative complexe, machine synchrone à rotor bobiné, transformations conformes, équation de Laplace, effet de denture, double saillance, couple électromagnétique.*

1. INTRODUCTION

La machine synchrone à rotor bobiné est historiquement l'une des machines les plus répandues ; elle couvre une très large gamme d'applications industrielles. Parallèlement, parmi les outils de modélisation électromagnétique, la méthode des éléments finis est très utilisée [1]-[4]. Cependant, elle est consommatrice en temps de calcul. D'un autre côté, les méthodes analytiques peuvent représenter une approche alternative, en particulier, pour la phase de pré-dimensionnement.

Dans cet article, nous choisissons d'appliquer une approche analytique, basée sur la méthode des transformations conformes. Cette méthode a été très tôt appliquée aux machines électriques grâce au coefficient de Carter, qui permet de moduler la valeur moyenne de l'induction magnétique. Zhu [5] a ensuite amélioré ce concept à travers une fonction de perméance relative (radiale) qui tient compte de la denture d'une machine à aimants surfaciques. Zarko [6] a apporté une nouvelle contribution grâce à la notion de fonction de perméance relative complexe qui permet de tenir compte à la fois de la composante radiale et de la composante tangentielle ; cette nouvelle approche a été appliquée à une machine à aimants surfaciques.

En outre, une approche de transformations conformes numériques peut être utilisée pour la modélisation des dispositifs électromagnétiques. En effet, l'outil SC toolbox [7], qui est un environnement de résolution numérique, permet d'étendre cette méthode à des structures à double saillance, rendant l'approche ainsi numérique dont l'analyse devient plus difficile.

Tikellaline [8] s'est servi de l'outil SC toolbox afin de modéliser une machine à double saillance en s'appuyant sur le principe des transformations conformes.

Dans cet article nous proposons une approche analytique basée sur la théorie des transformations conformes. L'originalité de cette approche réside dans les trois points suivants :

Tout d'abord, l'approche proposée ici, est une amélioration de l'approche proposée par Zhu [5], qui ne tient compte que de la composante radiale de l'induction magnétique et n'est adaptée qu'aux structures simplement saillantes (au stator). Ainsi, l'approche analytique proposée ici, permet de calculer les deux composantes radiales et tangentielles de l'induction magnétique et elle peut être appliquée à des structures à simple saillance (stator ou rotor) et à des structures à double saillance.

Ensuite, la prise en compte de la simple saillance nécessite trois transformations conformes au lieu de cinq transformations conformes requises par l'approche de Zarko [6].

En fin, la double saillance est modélisée sans recourir aux transformations conformes numériques, tel que : l'outil SC toolbox [7], [8].

Le moteur de traction synchrone à rotor bobiné qui est le choix de Renault pour la traction automobile fait l'objet de la validation de notre approche analytique (Fig. 1).

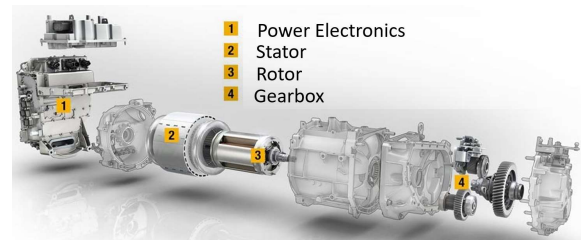


Fig. 1. Groupe motopropulseur de la Zoe (Renault).

2. APPROCHE DE MODELISATION

L'approche analytique de modélisation électromagnétique de la machine est constituée de deux parties :

Primo, la solution analytique de l'induction magnétique lisse est obtenue grâce à la résolution de l'équation de Laplace dans l'entrefer d'une structure lisse.

Secundo, nous intégrons l'effet de la double saillance à travers une fonction de perméance relative complexe. Cette fonction sert à moduler le champ magnétique de la structure lisse afin de reproduire l'effet de la saillance. Elle dérive des transformations géométriques ayant l'avantage de conserver la résolution des certains phénomènes physiques (champs magnétiques) en transformant une structure complexe (saillante) en une autre plus simple (lisse) [9] - [11].

L'objectif étant d'intégrer la double saillance (Fig. 2 a), nous divisons ainsi, la structure de la machine en deux structures simplement saillantes (Fig. 2). La première structure est saillante au stator et lisse au rotor, et permet de calculer la perméance des encoches stator (Fig. 2 b) et la seconde structure est saillante au rotor et lisse au stator (Fig. 2 c) ce qui permet de calculer la perméance des pôles rotor.

Une fois les perméances relatives complexes du stator et du rotor calculées, nous pouvons déterminer les composantes radiales et tangentielles de la perméance relative de la machine doublement saillante. Pour cela, nous nous appuyons sur des hypothèses qui traduisent les trajets des flux dans les différentes parties de la machine.

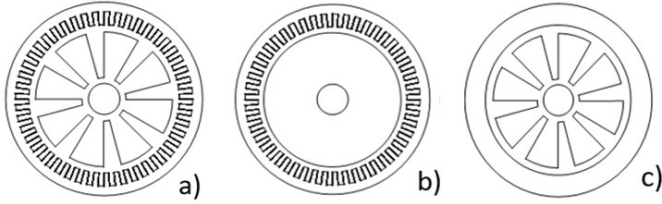


Fig. 2. Considération de l'effet de la double saillance, a) machine à rotor bobiné, b) structure saillante au stator, c) structure saillante au rotor.

2.1. Modélisation de la distribution du bobinage

Plusieurs travaux scientifiques ont proposé, en détail, l'élaboration de la solution de l'induction magnétique lisse, au milieu l'entrefer, créée par des armatures stator d'une machine à aimants permanents surfaciques [6], [12]. Les bobinages d'excitations stator et rotor peuvent être modélisés par des distributions de densités linéiques de courants aux extrémités du stator et du rotor de la structure lisse. Fig. 3 montre la distribution de la densité linéique du courant traversant un conducteur de la phase A face à une ouverture d'encoche (fictive) au bord du stator de la structure lisse.

En admettant que la machine est suffisamment longue et que la perméabilité du fer est supposée infinie, nous pouvons résoudre l'équation de Laplace dans l'entrefer de la structure lisse en respectant les conditions aux limites. Ainsi, l'équation de Laplace, en coordonnées polaires, peut être exprimée, au milieu de l'entrefer, par [12] - [14] :

$$\Delta A = \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = 0 \quad (1)$$

Les conditions aux limites à satisfaire en considérant les excitations stator et rotor séparément (théorème de superposition) sont données respectivement par (2) et (3) :

$$H_{\theta}|_{r=R_s} = -J_{stator} \quad ; \quad H_{\theta}|_{r=R_r} = 0 \quad (2)$$

$$H_{\theta}|_{r=R_s} = 0 \quad ; \quad H_{\theta}|_{r=R_r} = -J_{rotor} \quad (3)$$

Où R_s est le rayon interne du stator, R_r est le rayon externe du rotor, J_{stator} et J_{rotor} sont respectivement les densités linéiques de courants du stator et du rotor en (A/m).

La solution générale de l'équation de Laplace, peut être écrite sous la forme d'une série de Fourier (4).

$$A(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} [(A_n r^n + B_n r^{-n}) \cos(n\theta) + (C_n r^n + D_n r^{-n}) \sin(n\theta)] \quad (4)$$

Les constantes d'intégration (A_n, B_n, C_n et D_n) sont déterminées à partir des conditions aux limites ((2) et (3)). La prise en compte de la répartition du bobinage est assurée par le coefficient de bobinage.

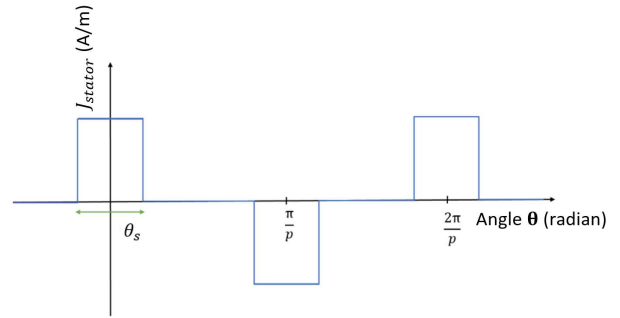


Fig. 3. Distribution de la densité du courant linéique d'un conducteur de la phase A sur un angle correspondant à une ouverture d'encoche

2.2. Calcul de l'induction magnétique de la machine lisse

Les composantes radiales et tangentielles de l'induction magnétique de la structure lisse sont calculées en dérivant le potentiel vecteur magnétique ($A(r, \theta)$) suivant les deux directions radiales et tangentielles (5) .

$$B_{r_lisse}(r, \theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \quad ; \quad B_{\theta_lisse}(r, \theta) = -\frac{\partial A}{\partial r} \quad (5)$$

L'induction magnétique lisse totale (6) est obtenue en faisant la somme algébrique des inductions lisses créées par les excitations stator et rotor (théorème de superposition) :

$$\vec{B}_{lisse} = \vec{B}_{stator-lisse} + \vec{B}_{rotor-lisse} \quad (6)$$

2.3. Modélisation de la saillance

La saillance de la machine peut être prise en compte grâce à des fonctions géométriques qui respectent certaines propriétés mathématiques. C'est le cas des transformations conformes. Celles-ci permettent de conserver la solution analytique des phénomènes physiques en passant d'un domaine où la géométrie est complexe à un autre domaine où la géométrie est relativement plus simple. Pour simplifier l'étude, tout en restant représentatif, nous allons faire les hypothèses suivantes :

- (i) : le modèle est 2D et les circuits magnétiques sont linéaires ;
- (ii) : la géométrie des dents stator et pôle rotor est simplifiée (Fig. 4) ;
- (iii) : encoches stator et rotor infiniment profondes.

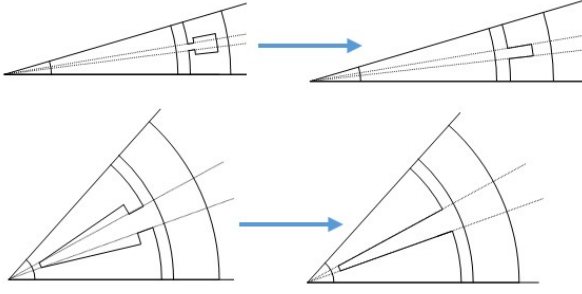


Fig. 4. Simplification de la géométrie des dents stator et du pôle rotor.

Le champ magnétique dans la structure saillante est le produit du champ magnétique de la structure lisse correspondante (qui intègre la distribution des bobinages) par le conjugué d'une fonction de perméance relative complexe qui traduit l'effet de la saillance de la structure (Fig. 5).

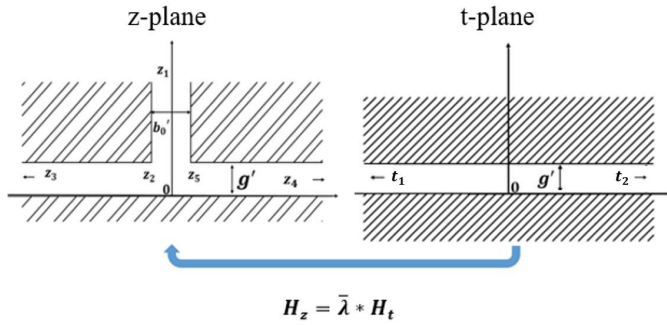


Fig. 5. Principe de la Transformation conforme

La transformation conforme se base sur la définition de la fonction de perméance relative complexe λ . On notera $\bar{\lambda}$ le conjugué de λ , λ_r la partie réelle de λ représentant la composante radiale et λ_θ la partie imaginaire représentant la composante tangentielle. Ainsi nous utilisons ce concept pour déterminer séparément les perméances relatives complexes du stator et du rotor (Fig. 2, structures b et c).

L'expression de la perméance relative complexe λ est obtenue à partir de l'application de la transformation de Schwarz-Christoffel, qui permet de transformer l'intérieur d'un polygone (les deux structures de la Fig. 5 sont des polygones) au demi plan supérieur d'un plan complexe w (Fig. 6). Ainsi la variable w (Fig. 6) sert d'intermédiaire pour trouver le lien géométrique entre les deux structures de la Fig. 5 [5][6].

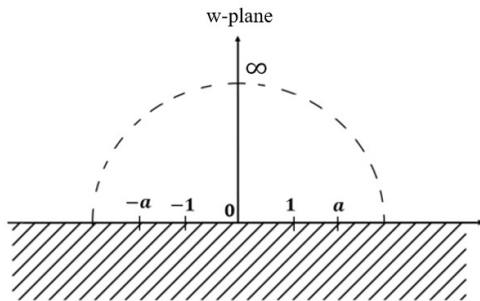


Fig. 6. Plan complexe intermédiaire, plan-w

Les transformations de Schwarz-Christoffel qui permettent de transformer les polygones (géométries des plan-z et plan-t Fig. 5) au demi plan supérieur du plan w (Fig. 6), sont données par :

$$\frac{\partial z}{\partial w} = \frac{b_0'}{\pi} \frac{\sqrt{a^2 - w^2}}{1 - w^2} ; \quad \frac{\partial t}{\partial w} = \frac{2g'}{\pi} \frac{1}{(1+w)(1-w)} \quad (7)$$

La perméance relative complexe est ainsi calculée par la relation suivante [5] [6] :

$$\lambda = \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial t}{\partial w} \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{2g'}{b_0'} \frac{1}{\sqrt{a^2 - w^2}} = \lambda_r + j \lambda_\theta \quad (8)$$

Où $a = \sqrt{1 + \left(\frac{2g'}{b_0'}\right)^2}$, $g' = \ln\left(\frac{R_s}{R_r}\right)$, b_0' la largeur de l'encoche (Fig. 5) et j l'opérateur des nombres complexes.

Les valeurs de w sont calculées en résolvant l'équation (9).

$$z = \frac{b_0'}{\pi} \left\{ \sin^{-1} \frac{w}{a} + \frac{g'}{b_0'} \ln \left[\frac{\sqrt{a^2 - w^2} + \frac{2g'}{b_0'} w}{\sqrt{a^2 - w^2} - \frac{2g'}{b_0'} w} \right] \right\} \quad (9)$$

Par définition de la transformation de Schwarz-Christoffel, les valeurs de z dans l'entrefer, ont pour images le demi plan supérieur dans le plan de la variable complexe w (Fig. 6). Les sommets et les côtés du polygone dans le plan z (la forme de l'encoche Fig. 5) ont pour images l'axe des réels dans le plan des w . En particulier, les sommets (z_1, z_2, z_3, z_4 et z_5) sont les antécédents respectivement des w suivants : ($\infty, -a, -1, 1$ et a). De la même manière, les sommets (t_1 et t_2) du polygone dans le plan t (la forme lisse Fig. 5) sont transformés arbitrairement aux w suivants : (-1 et 1). En effet, la transformation de Schwarz-Christoffel donne la possibilité de choisir arbitrairement les images de trois sommets d'un polygone [5][6], ce degré de liberté vient des transformations de Möbius dont fait partie la transformation de Schwarz-Christoffel. En effet, ce choix permet de garantir l'unicité de la transformation.

La forme de l'encoche présentée dans le plan z (Fig. 5) est une présentation de l'encoche stator et du pôle rotor dans un plan cartésien. On note s la fonction qui définit les coordonnées polaires des formes de l'encoche stator et du pôle rotor (Fig. 7):

$$s = r e^{j\theta} \quad (10)$$

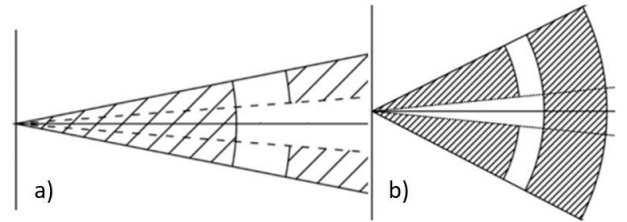


Fig. 7. Géométrie en coordonnées polaires : a) Encoche stator b) Pôle rotor

Pour passer de la forme de l'encoche stator (Fig. 7 a) à celle présentée dans le plan- z (Fig. 5), on définit la fonction logarithmique suivante (11) :

$$z = j \ln \left(\frac{s}{R_r} \right) = -\theta + j \ln \left(\frac{r}{R_r} \right) \quad (11)$$

L'angle θ varie de $-\frac{\theta_s}{2}$ à $\frac{\theta_s}{2}$, où θ_s est l'angle d'ouverture de l'encoche stator.

De la même manière, pour la forme du pôle rotor [15], on définit une nouvelle fonction (12), qui permet de passer de la forme initiale du pôle (Fig. 7 b), à celle présentée dans le plan- z (Fig. 5), soit :

$$z = -j \ln\left(\frac{s}{R_s}\right) = \theta - j \ln\left(\frac{r}{R_s}\right) \quad (12)$$

L'angle θ varie de $-\frac{\theta_p}{2}$ à $\frac{\theta_p}{2}$, où θ_p l'angle d'ouverture du pôle rotor.

Le calcul est fait au milieu de l'entrefer ($r = \frac{R_r + R_s}{2}$).

Ainsi, les composantes radiales et tangentielles des perméances relatives stator et rotor peuvent être écrites respectivement sous la forme de séries de Fourier ((13) à (16)).

$$\lambda_{r_encoches} = \lambda_{r_encoches_0} + \sum_{n=1,3,5\dots}^N \lambda_{r_encoches_n} \cos(nZ_s \theta) \quad (13)$$

$$\lambda_{r_pôles} = \lambda_{r_pôles_0} + \sum_{n=1,3,5\dots}^N \lambda_{r_pôles_n} \cos(n(2p\theta + w_{rot} T_t)) \quad (14)$$

$$\lambda_{\theta_encoches} = \sum_{n=1,3,5\dots}^N \lambda_{\theta_encoches_n} \sin(nZ_s \theta) \quad (15)$$

$$\lambda_{\theta_pôles} = \sum_{n=1,3,5\dots}^N \lambda_{\theta_pôles_n} \sin(n(2p\theta + w_{rot} T_t)) \quad (16)$$

Où Z_s le nombre d'encoches stator, p le nombre de paires de pôles rotor, w_{rot} la vitesse de rotation en (rad/s), T_t le temps en (s) et N le nombre d'harmoniques d'espace.

Les coefficients de Fourier $\lambda_{r_encoches_n}$, $\lambda_{\theta_encoches_n}$, $\lambda_{r_pôles}$ et $\lambda_{\theta_pôles}$ sont respectivement obtenues à partir des modèles de perméances relatives radiales et tangentielles d'une encoche stator et d'un pôle rotor (8) en y appliquant la transformation de Fourier discrète.

2.4. Prise en compte de la double saillance de la machine

Le flux radial traverse le rotor, l'entrefer et le stator. De ce fait, cet ensemble (Fig. 2 a) constitue un circuit série où les composantes des réluctances radiales s'ajoutent. Ainsi, la perméance relative radiale totale peut être calculée par (17) :

$$\lambda_{r_tot} = \frac{\lambda_{r_ef} \lambda_{r_encoches} \lambda_{r_pôles}}{\lambda_{r_ef} \lambda_{r_encoches} + \lambda_{r_ef} \lambda_{r_pôles} - \lambda_{r_encoches} \lambda_{r_pôles}} \quad (17)$$

Où $\lambda_{r_ef} = 1$, est la valeur de la perméance relative de l'entrefer (un cylindre lisse).

Contrairement au flux radial, le flux tangential doit se diviser, pour se répartir dans les différentes parties de la machine. Ainsi, nous supposons que les différentes parties de la machine sont en parallèle par rapport au passage du flux tangential. Ainsi, en admettant cette hypothèse, on définit la perméance relative tangentielle totale par (18) :

$$\lambda_{\theta_tot} = \lambda_{\theta_pôle} + \lambda_{\theta_encoches} \quad (18)$$

L'effet de la double saillance de la machine est désormais intégrée grâce aux formules (17) et (18).

Nous pouvons, dès lors, déterminer l'induction magnétique de la structure saillante en modulant l'induction lisse par le conjugué de la fonction de perméance relative complexe (19), soit :

$$B_{saillante} = B_{r_saillante} + j B_{\theta_saillante} = \overline{\lambda_{tot}} B_{lisse} \quad (19)$$

En développant (19), les composantes radiales et tangentielles de l'induction magnétique de la structure saillante s'écrivent :

$$B_{r_saillante} = \lambda_{r_tot} B_{r_lisse} + \lambda_{\theta_tot} B_{\theta_lisse} \quad (20)$$

$$B_{\theta_saillante} = -\lambda_{\theta_tot} B_{r_lisse} + \lambda_{r_tot} B_{\theta_lisse} \quad (21)$$

Où B_{r_lisse} et B_{θ_lisse} sont les composantes radiales et tangentielles de l'induction magnétique totale créée par les excitations stator et rotor d'une structure lisse.

Le modèle analytique est désormais établi. Ainsi, nous utilisons ce modèle analytique pour calculer les grandeurs locales (induction magnétique) et grandeurs globales (couple, flux et force électromotrice), puis nous analysons les résultats obtenus en comparaison avec la méthode des éléments finis.

2.5. Couple électromagnétique, flux et force électromotrice

Le couple électromagnétique (22) est donné par le Tenseur de Maxwell [16] - [18] :

$$T_{electromag} = \frac{2\pi r^2 L_s}{\mu_0} \int_0^{\theta_p} B_{r_saillante} B_{\theta_saillante} d\theta \quad (22)$$

Où L_s la longueur active de la machine et μ_0 la perméabilité du vide.

A partir de l'induction radiale et d'une fonction de bobinages propre à chaque phase, nous pouvons établir l'expression du flux magnétique (23) traversant chacune des phases [16] :

$$\Phi_{a,b,c} = R_s L_s \int_0^{\theta_p} N_{s(a,b,c)} B_{r_saillant} d\theta \quad (23)$$

Où $N_{s(a,b,c)}$ la fonction de bobinages de chacune des phases en (tours). Fig. 8 illustre la fonction de bobinages de la phase A, comportant deux encoches par pôle et par phase. Les fonctions de bobinages de deux autres phases s'obtiennent par une simple translation avec le bon angle de déphasage.

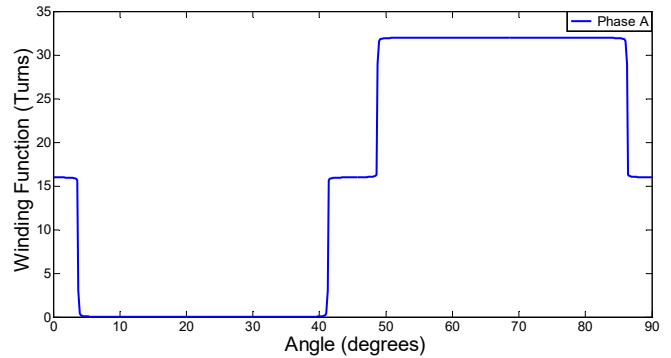


Fig. 8. Fonction de bobinage de la phase A (tours), deux encoches par pôle et par phase.

La force électromotrice (24) est obtenue par la loi de Faraday :

$$E_{a,b,c} = -\frac{d\Phi_{a,b,c}}{dt} \quad (24)$$

3. COMPARAISON DES RESULTATS AVEC LES ELEMENTS FINIS

En raison des conditions d'antisymétrie, le domaine d'étude de la machine est limité au 1/8 de sa géométrie (Fig. 9).

Les résultats déduits du modèle analytique linéaire (CM : Conformal Mapping) ont été comparés avec ceux issus des simulations éléments finis sous le logiciel Ansys Maxwell (FE : Finite Element). Fig. 10 à Fig. 16 montrent l'efficacité de cette approche, notamment pour le calcul des grandeurs globales.

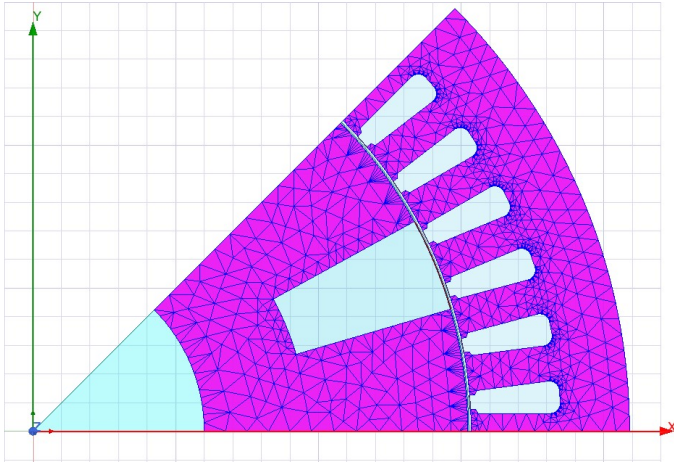


Fig. 9. Domaine d'étude, machine synchrone à rotor bobiné, éléments finis.

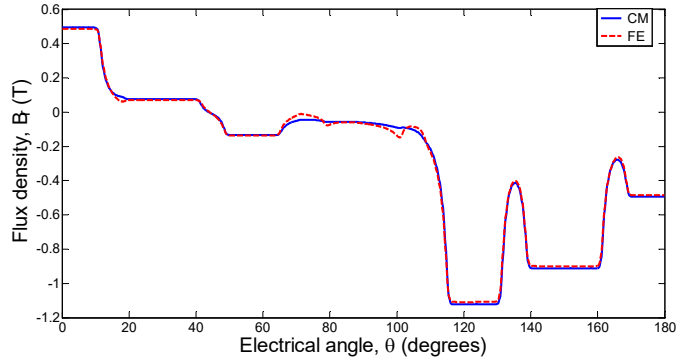


Fig. 10. Induction radiale au milieu de l'entrefer à $T_t = 0$ s .

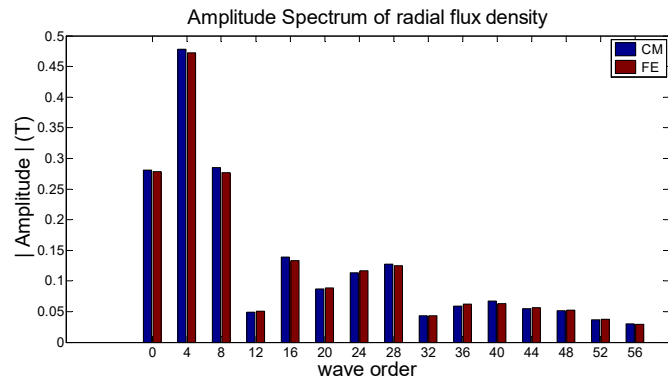


Fig. 11. FFT spatiale de l'induction radiale au milieu de l'entrefer à $T_t = 0$ s

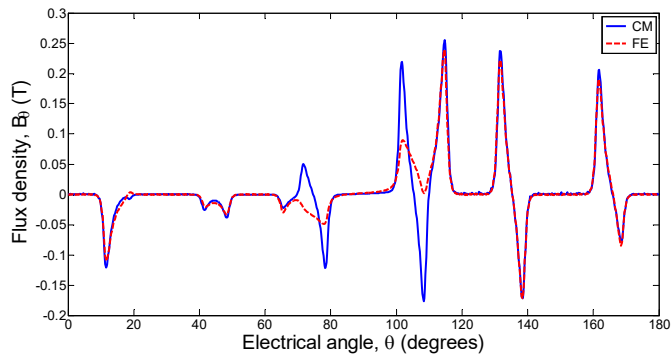


Fig. 12. Induction tangentielle au milieu de l'entrefer à $T_t = 0$ s .

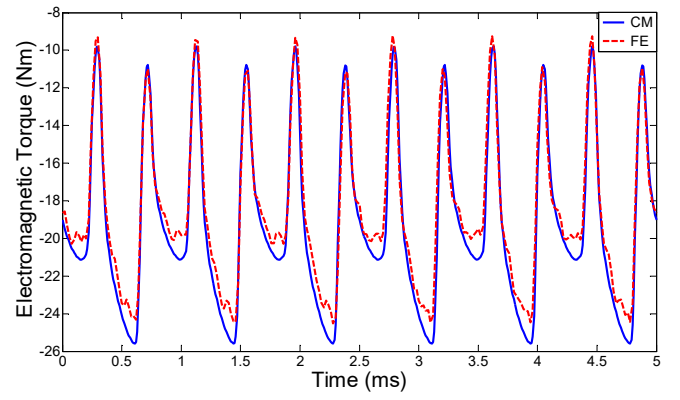


Fig. 13. Couple électromagnétique en charge

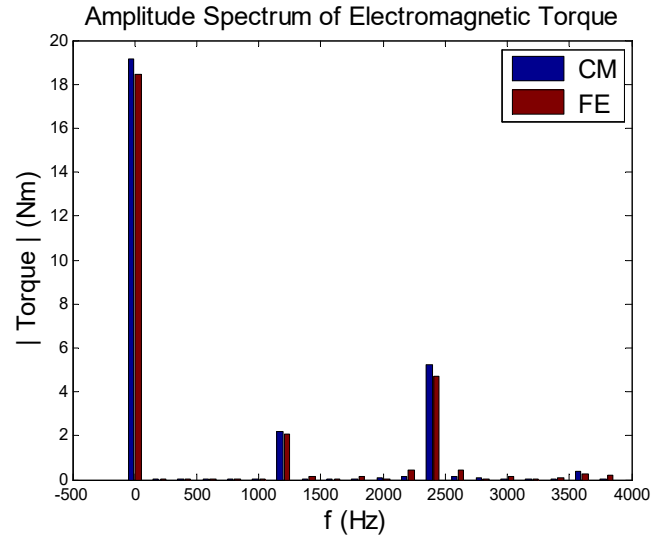


Fig. 14. FFT fréquentielle du couple électromagnétique en charge

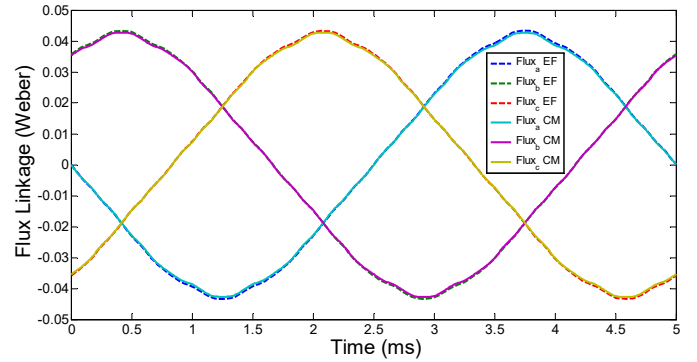


Fig. 15. Flux magnétiques à vide

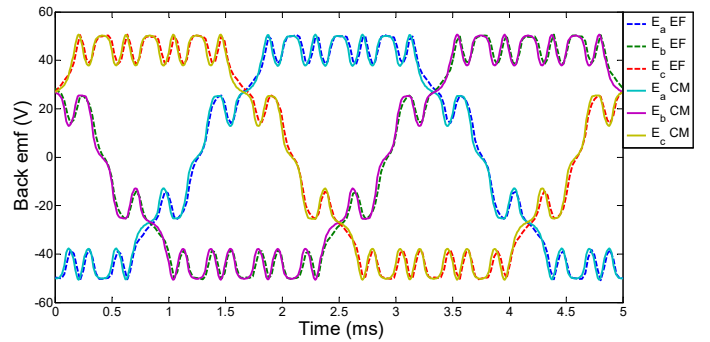


Fig. 16. Force électromotrice

Tableau 1 résume le temps de calcul nécessaire pour les deux méthodes en statique ($T_t = 0$) et en dynamique (en faisant tourner le rotor). Ainsi, nous pouvons déjà observer que l'approche analytique permet de gagner considérablement en temps de calcul, tout en gardant une excellente concordance avec les résultats obtenus par éléments finis.

Tableau 1. Comparaison du temps de simulations des modèles.

Modèles	Temps de calcul : en statique	Temps de calcul : en dynamique
EF : éléments finis	5 min	29 min
CM : Modèle analytique	18 s	3 min

Malgré les hypothèses de l'approche analytique, nous pouvons constater que le modèle analytique reste fidèle au modèle éléments finis (Fig. 10 à Fig. 16).

Les isthmes d'encoches stator (Fig. 9), n'ont quasiment pas d'impact sur les résultats en linéaire, ce qui justifie l'hypothèse faite dans le modèle (Fig. 9) [6].

Fig. 10 et Fig. 11 montrent que l'induction radiale est en très bonne concordance avec les résultats des éléments finis, aussi bien, en termes de reproduction d'effet de la double saillance qu'en termes d'amplitudes des harmoniques. Néanmoins, une légère différence peut être constatée dans la partie interpolaire (60° à 120°). Cet écart est en partie dû aux hypothèses faites sur le calcul des composantes radiales et tangentielles de la perméance relative totale. En effet, nous constatons que l'écart est plus marqué sur la composante tangentielle de l'induction magnétique (Fig. 12), qui, tout de même, reproduit fidèlement l'effet d'encochage en dehors de la partie interpolaire. Toutefois, l'amplitude de la composante tangentielle de l'induction magnétique est globalement négligeable comparée à la composante radiale de l'induction magnétique et impacte très peu les valeurs du couple instantané en linéaire comme nous pouvons le voir sur Fig. 13.

Fig. 13 montre une très bonne correspondance entre les résultats du couple électromagnétique en charge calculé par le modèle analytique et ceux obtenus par le modèle éléments finis. Cependant, une légère différence est constatée en face des dents stator, mais le résultat reste dans les proportions acceptables. Fig. 14 permet de voir que les amplitudes des harmoniques sont très bien prédites.

Les flux à vide et les forces électromotrices des trois phases ont été calculés par le modèle analytique et comparés avec les résultats issus des éléments finis (Fig. 10 et Fig. 11). Nous pouvons remarquer l'efficacité du modèle analytique à vide qui a permis d'avoir une excellente prédiction de ces grandeurs.

Le modèle analytique développé ici, est basé sur le concept de fonctions de perméances relatives complexes, calculées à travers des fonctions de la variable complexe (transformations conformes). Ce modèle peut être brièvement positionné par rapport à d'autres modèles analytiques utilisant d'autres approches (fonctions de perméance [19], sous domaines [20]). La grande limite de ces modèles analytiques reste la linéarité. L'approche proposée ici, a l'avantage de calculer la composante tangentielle de l'induction magnétique contrairement à l'approche basée sur les fonctions de perméances qui ne permet de calculer que la composante radiale [19]. La méthode de sous domaines est plus précise pour le calcul de la composante tangentielle de l'induction magnétique pour une structure à double saillance, mais comparable avec notre approche pour une

structure à simple saillance [20]. Dans la méthode de sous domaines, nous pouvons être amenés à faire face à des problématiques de conditions aux limites, et choix de nombre d'harmoniques d'espace (risque d'avoir un système d'équations mal conditionné) [21].

4. CONCLUSIONS

Dans cet article, nous avons présenté une approche de modélisation analytique basée sur les transformations conformes et appliquée aux machines électriques doublement saillantes sans avoir à recourir à des outils numériques (SC toolbox). Les résultats obtenus par cette approche sont en très bonne concordance avec ceux issus des simulations éléments finis (Ansys Maxwell), malgré les hypothèses du modèle analytique, sans oublier le gain considérable en temps de calcul. Les différents résultats obtenus montrent l'efficacité et la fiabilité du modèle analytique (en charge et à vide) vis-à-vis du calcul des grandeurs locales (composantes radiales et tangentielles de l'induction magnétique au milieu de l'entrefer) et grandeurs globales (couple, flux et force électromotrice) pour une machine à rotor bobiné doublement saillant.

5. REFERENCES

- [1] P. Pellerey, V. Lanfranchi and G. Friedrich, « Coupled Numerical Simulation Between Electromagnetic and Structural Models. Influence of the supply harmonics for Synchronous Machine Vibrations », *Trans. on Mag.* vol 48, N° 2, pp 983-986, Feb 2012.
- [2] A. Tan-Kim, V. Lanfranchi, S. Vivier, J. Legranger, F. Palleschi, « Vibro-acoustic simulation and optimization of a claw-pole alternator », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol 52, no 5, pp 3878-3885, Sept 2016.
- [3] J. Hallal, P. Pellerey, F. Marion, F. Druésne, and V. Lanfranchi, « Harmonic pressure optimization on numerical electric motor model », *COMPUMAG2013*, Budapest, Hungary, July 2013.
- [4] J. Hallal, A.H. Rasid, F. Druésne, V. Lanfranchi, « Comparison of radial and tangential forces effect on the radial vibrations of synchronous machines », *IEEE-ICIT2019*, Melbourne, Australia, February 2019, pp. 243-248.
- [5] Z. Q. Zhu, D. Howe, « Instantaneous Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent Magnet DC Motors, Part III: Effect of Stator Slotting », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 29, No. 1, pp 143 - 151 January 1993.
- [6] D. Zarko, D. Ban, T. A. Lipo, « Analytical Calculation of Magnetic Field Distribution in the Slotted Air Gap of a Surface Permanent-Magnet Motor Using Complex Relative Air-Gap Permeance », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol.42, no. 7, July 2006.
- [7] T. A. Driscoll, « Schwarz-Christoffel Toolbox User's Guide », Version 2.
- [8] A. Tikellaline, K. Boughrara and N. Takorabet, « Magnetic field analysis of double excited synchronous motor using numerical conformal mapping », 2017 5th International Conference on Electrical Engineering - Boumerdes (ICEE-B), Boumerdes, pp. 1-6. doi: 10.1109/ICEE-B.2017.8192216, 2017.
- [9] K. J. Binns, P. J. Lawrenson, « Analysis and Computation of Electric and Magnetic Field Problems », 2nd Edition, Pergamon Press, 1973.
- [10] J. F. Gieras, C. Wang, J. C. Lai, « Noise of Polyphase Electric Motors », London, U.K.:Taylor & Francis, 2006.
- [11] W.J Gibbs, « Conformal Transformations in Electrical Engineering », London, U.K./ Chapman & Hall, 1958.
- [12] Z. Q. Zhu and D. Howe, « Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet DC motors. II. Armature-reaction field », in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 29, no. 1, pp. 136-142, Jan. 1993.
- [13] T. Lubin, S. Mezani, A. Rezzoug, « Exact Analytical Method for Magnetic Field Computation in the Air Gap of Cylindrical Electrical Machines Considering Slotting Effects », *IEEE Trans.Magn.*, vol. 46, no. 4, pp. 1092-1099, Apr. 2010.
- [14] R. Missoum, N. Bernard, M. Zaim, and J. Bonnefous, « Optimization of high speed surface mounted permanent magnet synchronous machines », in *Proc. ACEMP*, pp. 446-451, 2007.
- [15] D.Lin, P.Zhou and N.Lambert, « Steady-State and Transient Parameter Computation for Wound Field Synchronous Machines », *Electrical Machines (ICEM) XXth International Conference*, September 2012.
- [16] K. Abbaszadeh and F. R. Alam, « On-load field component separation in surface-mounted permanent-magnet motors using an improved conformal

- mapping method », IEEE Trans. Magn., vol. 52, no. 2, Art. no. 5200112, Feb. 2016.
- [17] Z. J. Liu, J. T. Li, and Q. Jiang, « An improved analytical solution for predicting magnetic forces in permanent magnet motors », Journal of Applied Physics · May 2008.
- [18] M. Markovi, M. Jufer, Y. Perriard, « Determination of tooth cogging force in a hard-disk brushless DC motor », IEEE Trans. Magn., vol. 41, no. 12, pp. 4421-4426, Dec. 2005.
- [19] E. Devillers, J. Le Besnerais, T. Lubin, M. Hecquet, et J. P. Lecointe, « Approche sous-domaine vs perméance analytique en vue d'estimer le contenu spatio-temporel des harmoniques de forces radiales d'une machine asynchrone », Symposium de Génie Electrique - SGE 2018, Nancy, France, 2018.
- [20] F. Dubas et C. Espanet, « Analytical Solution of the Magnetic Field in Permanent-Magnet Motors Taking into Account Slotting Effect: No-Load Vector Potential and Flux Density Calculation », IEEE Trans. Magn., vol. 45, no. 5, pp. 2097–2109, 2009.
- [21] T. Lubin « Contribution à la modélisation analytique des actionneurs électromécaniques », Energie électrique, Université de Lorraine, 2016.