

Modélisation macroscopique des couplages magnéto-élastiques d'un matériau ferromagnétique doux

Serigne Saliou Mbengue, Nicolas Buiron, Vincent Lanfranchi

Laboratoire Roberval, UMR CNRS-UTC 7337, Compiègne

Laboratoire d'Electromécanique de Compiègne

RESUME—Les propriétés magnétiques et magnétoélastiques des matériaux ferromagnétiques doux, utilisés sous forme de tôles laminées, sont sensibles aux conditions d'élaboration (laminage, revêtement...). Ainsi, une méthode de calcul de la magnétostriction et de l'aimantation anhystérique dans le plan de la tôle à l'échelle macroscopique tenant compte de l'anisotropie et de l'effet des contraintes est présentée. Ce modèle propose, grâce à la mesure des paramètres influant sur l'aimantation à une échelle suffisamment grande pour négliger l'hétérogénéité due aux grains, une expression de l'énergie totale de la tôle et sa minimisation pour déterminer l'aimantation à l'équilibre. Cette approche permet ainsi d'omettre les mesures de textures. Une validation expérimentale ainsi que l'implémentation en éléments finis du modèle seront présentées.

Mots-clés—Matériaux ferromagnétiques doux, Anisotropie, Magnétostriction, Aimantation, Comportement anhystérique, Couplage magnétoélastique, Transformateur, Vibration.

1. INTRODUCTION

L'utilisation croissante de l'énergie électrique dans les systèmes embarqués (avec l'hybridation des voitures et l'électrification des avions) d'une part, et la contrainte de masse d'autre part entraînent une utilisation importante des matériaux ferromagnétiques à forte puissance massique. Cependant, cela peut amplifier certains phénomènes parasites tels que la magnétostriction qui est une déformation du matériau liée à son aimantation, sous l'effet d'un champ magnétique ou d'une contrainte. Elle est de l'ordre de 10^{-6} dans les tôles FeSi et est une source importante de bruit des transformateurs [1]. L'art antérieur permet de distinguer deux approches de calcul de la magnétostriction anhystérique à l'échelle macroscopique des tôles ferromagnétiques :

La première approche est basée sur l'identification de coefficients caractérisant l'expression analytique de la magnétostriction en fonction de l'aimantation préalablement définie [2],[3], [4]. Dans ce contexte un modèle de calcul de la magnétostriction tenant en compte l'effet de la contrainte grâce à l'introduction d'un champ magnétique équivalent a été proposé [5]. Ce modèle performant pour les champs magnétiques faibles est très utilisé pour son nombre limité de paramètres et le faible temps de calcul qu'il offre [6]. L'utilisation de la notion de champ équivalent est cependant

fortement limitative : les valeurs de déformations sont bornées par les déformations minimales et maximales mesurées en l'absence de contrainte, ce qui est contradictoire avec l'expérience. Ces modèles doivent donc être limités aux faibles amplitudes de contrainte.

Une deuxième approche multiéchelle permet de calculer la magnétostriction grâce à l'utilisation du potentiel de Gibbs [7] à l'échelle du domaine. Ces modèles se rapprochant plus de la physique du matériau permettent de tenir en compte de l'effet de l'anisotropie, des contraintes et de la température. Cependant l'extension de ces modèles à l'échelle du polycristal nécessite une homogénéisation macroscopique de l'énergie [7] ou la connaissance des paramètres tels que les caractéristiques magnétiques et mécaniques des cristaux et la fonction de distribution des orientations cristallographiques [8]. Cette approche est à la base du modèle multiéchelle [9]. La lourdeur des calculs générés par ce type d'approche empêche son utilisation dans le cadre de la simulation de structures et conduit de nombreux auteurs à rechercher des modélisations qui combinent la légèreté des modèles macroscopiques au réalisme physique des modèles multiéchelles [10].

Dans l'optique de la réduction des vibrations dues à la magnétostriction, un modèle prenant en compte l'anisotropie et l'effet de la contrainte grâce à une caractérisation macroscopique est proposé dans ce document. Ce modèle préconise l'identification puis la caractérisation expérimentale des différents termes énergétiques influant sur la variation l'aimantation à une échelle suffisamment grande pour négliger les hétérogénéités. Ainsi l'énergie libre totale est exprimée en fonction de l'aimantation puis minimisée afin de trouver l'aimantation et la magnétostriction à l'équilibre.

Les bases physiques, ainsi que les méthodes utilisées pour identifier les paramètres du modèle seront présentées en détails dans un premier temps. Puis le principe de calcul de la magnétostriction et une comparaison entre les valeurs expérimentales et calculées seront montrés. L'impact de l'anisotropie ainsi que de la contrainte sur la magnétostriction sera mis en évidence. Pour finir, les résultats de l'implémentation en éléments finis du modèle sur un transformateur seront exposés.

2. PRESENTATION DU MODELE

2.1. Base physique du modèle

La variation de l'aimantation macroscopique des tôles résulte de deux mécanismes qui s'opèrent à l'échelle mésoscopique (échelle du domaine): le déplacement des parois de Bloch et la rotation des moments magnétiques. Ces mécanismes sont l'effet de la concurrence des différents termes énergétiques à savoir :

L'énergie d'échange : elle résulte de l'interaction des atomes voisins et tend à aligner les moments magnétiques.

L'anisotropie magnétocristalline : elle est d'origine électrostatique et induit des directions cristallographiques privilégiées des moments magnétiques.

L'énergie magnétoélastique : elle provient du couplage magnétoélastique intrinsèque au matériau.

L'énergie magnétostatique : elle est composée de l'énergie de Zeeman et de l'énergie de champ démagnétisant. Ces dernières représentent respectivement l'interaction du moment magnétique avec le champ extérieur appliqué et le champ démagnétisant dû à la matière aimantée. Ces différents termes énergétiques ont des impacts sur l'aimantation macroscopique d'une tôle (paragraphe 2.2).

L'interaction d'échange est un terme prépondérant dans les matériaux ferromagnétiques, elle explique l'alignement des aimantations d'atomes voisins et l'existence des domaines magnétiques. Cependant, ce terme est le même dans tous les domaines, c'est pourquoi il ne varie pas au cours de l'aimantation macroscopique de la tôle [11] : l'aimantation macroscopique dépend, suivant le mécanisme d'aimantation, du volume des domaines et de l'orientation de l'aimantation dans le domaine. Ainsi, dans le cadre de ce modèle cherchant à minimiser l'énergie totale macroscopique par rapport à l'aimantation, l'interaction d'échange n'est pas prise en compte. Donc, en se plaçant à une échelle suffisamment grande pour considérer une aimantation homogène, et en choisissant comme état de référence l'état désaimanté et libre de contraintes, nous pouvons décomposer l'énergie du milieu de la façon suivante :

$$E_{tot} = E_K + E_\sigma + E_Z + E_D$$

$$\text{Avec } \begin{cases} E_K & \text{Energie d'anisotropie} \\ E_\sigma & \text{Anisotropie induite par la contrainte} \\ & \text{ou énergie magnétoélastique} \\ E_Z & \text{Energie de Zeeman} \\ E_D & \text{Energie de champs démagnétisant} \end{cases} \quad (1)$$

2.2. Construction d'un modèle macroscopique

La géométrie des tôles ferromagnétiques favorise un flux magnétique parallèle au plan de la tôle. Autrement dit l'aimantation est contrainte dans le plan de la tôle grâce à un champ démagnétisant très important dans la

direction perpendiculaire au plan de la tôle. Ainsi dans ce document nous ferons l'hypothèse d'une aimantation plane :

$$\vec{M} / \begin{cases} \|\vec{M}\| = kM_s & ; \begin{cases} -1 \leq k \leq 1 \\ M_s \text{ aimantation à la saturation} \end{cases} \\ (\vec{M}, DL) = \theta & ; \begin{cases} -\pi \leq \theta \leq \pi \\ DL \text{ direction de laminage} \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

2.2.1. L'anisotropie de forme

D'un point de vue macroscopique, l'énergie de champ démagnétisant induit une anisotropie de forme grâce à un champ démagnétisant \vec{H}_D . En considérant l'hypothèse d'une aimantation homogène (paragraphe 2.1), l'énergie de champ démagnétisant est donnée par [12]:

$$E_D(N_D, k, \theta) = -\frac{1}{2} \mu_0 \vec{H}_D \cdot \vec{M} \text{ avec } \vec{H}_D = -N_D \cdot \vec{M} \quad (3)$$

N_D est une matrice constituée de coefficients de champ démagnétisant suivant la direction de laminage N_{D-DL} et suivant la direction transverse N_{D-DT} :

$$N_D = \begin{pmatrix} N_{D-DL} & 0 \\ 0 & N_{D-DT} \end{pmatrix} \quad (4)$$

2.2.2. Anisotropie induite par la texture du matériau

Comme le montre la figure ci-dessous (Fig. 1), les polycristallins ferromagnétiques laminés, y compris le Fe-Si NO présentent une anisotropie à l'échelle macroscopique due à la texture du matériau. En effet l'expérience des métallurgistes nous dit que l'opération de laminage des tôles a une grande influence sur l'orientation des cristaux [13],[14]. Ainsi dans le cas présenté (Fig. 1), la direction de laminage est une direction de facile d'aimantation.

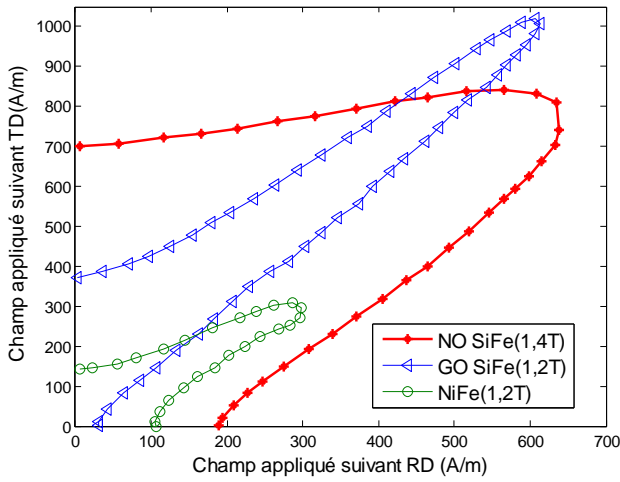


Fig. 1 Représentation polaire du champ d'excitation de trois échantillon[13]

Compte tenu de la périodicité et la parité de l'anisotropie magnétocristalline, elle peut être décomposée en série de Fourier.

$$E_K(A_0, A_n, k, \theta) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot k^n \cdot \cos(n\theta) \quad (5)$$

Avec n pair

Les paramètres A_0 et A_n sont les coefficients caractérisant l'anisotropie macroscopique due à la texture du matériau.

2.2.3. Anisotropie induite par la contrainte

L'application d'une contrainte extérieure induit un changement de la structure en domaine, et donc une variation de l'aimantation macroscopique. Communément appelé l'effet Villari (ou effet magnétostrictif inverse), il est dû au couplage magnétoélastique :

$$E_{\sigma}(\underline{\sigma}, k, \theta) = -\underline{\sigma} \cdot \underline{S}^{\mu} \quad (6)$$

$\underline{\sigma}$ et \underline{S}^{μ} sont respectivement, en notation de Voigt dans le repère du matériau (DL,DT), le tenseur des contraintes extérieures appliquées et le tenseur des déformations magnétostrictives :

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{DL} & \sigma_{DT} & \sigma_{DL-DT} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\underline{S}^{\mu} = \begin{bmatrix} \lambda_{DL} \left(\alpha_1^2 - \frac{\alpha_2^2}{2} \right) \\ \lambda_{DT} \left(\alpha_2^2 - \frac{\alpha_1^2}{2} \right) \\ 3\lambda_{DL-DT} \alpha_1 \alpha_2 \end{bmatrix} \text{ Avec } \begin{cases} \alpha_1 = k \cdot \cos(\theta) \\ \alpha_2 = k \cdot \sin(\theta) \end{cases} \quad (8)$$

Les paramètres λ_{DL} , λ_{DT} et λ_{DL-DT} sont les coefficients de magnétostriction mesurables à la saturation.

2.2.4. L'énergie de Zeeman

Elle résulte de l'interaction entre l'aimantation macroscopique et le champ magnétique extérieur :

$$E_Z(\vec{H}_0, k, \theta) = -\mu_0 \vec{M} \cdot \vec{H}_0 \quad (9)$$

Avec $\begin{cases} \mu_0 \text{ perméabilité du vide} \\ \vec{H}_0 \text{ champ d'excitation extérieur} \end{cases}$

2.3. Identification des paramètres du modèle

Les méthodes utilisées pour l'identification des paramètres du modèle sont détaillées dans ce paragraphe.

2.3.1. Les coefficients de champ démagnétisant

En l'absence d'une contrainte extérieure, la pente initiale de l'aimantation par rapport au champ d'excitation extérieur n'est pas intrinsèque au matériau (susceptibilité ou perméabilité initiale) : elle dépend de la géométrie de l'échantillon (Fig. 2).

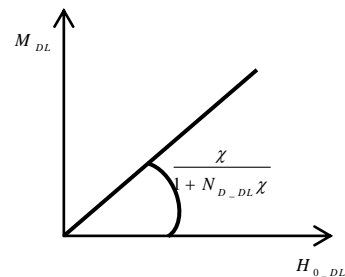


Fig. 2 Courbe d'aimantation à faible champ suivant la direction de laminage

Dans le cas des tôles ferromagnétiques, caractérisées par une très grande susceptibilité initiale, l'aimantation due à un champ magnétique faible est donnée par :

$$M = \frac{H_0}{N} \quad (10)$$

Ainsi les coefficients de champ démagnétisant sont identifiables sur la courbe d'aimantation en fonction du champ extérieur (Fig. 2, Fig. 3).

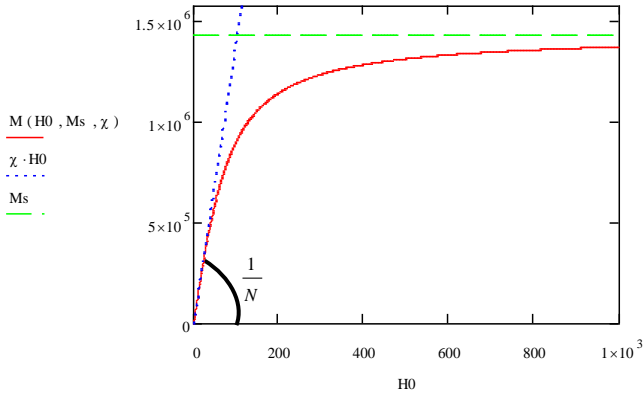


Fig. 3 Identification des coefficients de champ démagnétisant

2.3.2. Les paramètres de l'anisotropie

L'anisotropie due à la texture crée des orientations privilégiées de l'aimantation. Ainsi pour mettre en évidence le phénomène et identifier les paramètres d'anisotropie nous allons saturer ($k = 1$) le matériau suivant différentes directions afin d'acquérir la représentation polaire du champ d'excitation (Fig. 1).

En supposant que la variation entre deux états d'aimantation anhystéretique se fait sans pertes d'énergie nous avons :

$$\Delta E_{tot} = E_{tot_f} - E_{tot_i} = 0$$

Avec $\begin{cases} E_{tot_f} & \text{Energie totale de saturation : } k = 1 \\ E_{tot_i} & \text{Energie totale de référence : } k = 0 \end{cases}$ (11)

L'énergie totale de référence est choisie à l'état de désaimantation macroscopique. Etant donné que l'effet du champ démagnétisant à la saturation est négligeable par rapport à l'énergie de Zeeman, nous avons :

$$E_{K_f} = -E_{Z_f}$$

$$E_{K_exp} = \mu_0 \cdot M_S \cdot \sqrt{H_{0_DL\,exp}^2 + H_{0_DT\,exp}^2}$$
 (12)

En plus de la relation ci-dessus permettant de calculer l'énergie d'anisotropie à partir du champ mesuré, l'alignement de l'aimantation avec le champ \vec{H}_0 à la saturation magnétique (Fig. 4) nous permet d'estimer l'angle θ_{exp} entre l'aimantation et la direction de laminage.

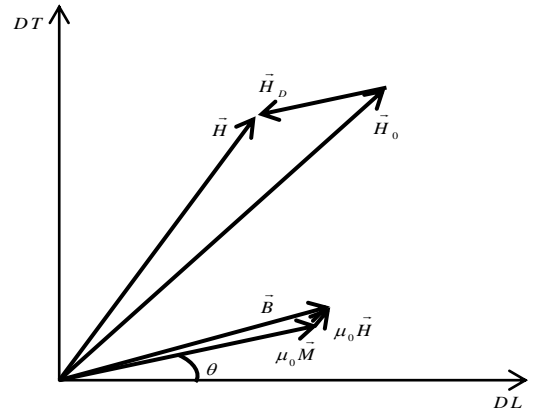


Fig. 4 Représentation vectorielle de l'aimantation en fonction du champ d'excitation

Ainsi nous pouvons écrire :

$$\theta_{exp} = \arctan \left(\frac{H_{0_DT\,exp}}{H_{0_DL\,exp}} \right)$$
 (13)

Grâce au calcul de coefficients de Fourier, les paramètres de l'anisotropie macroscopique peuvent être retrouvés. Une minimisation de l'erreur quadratique ci-dessous ainsi qu'un débroussaillage permettront d'avoir une bonne estimation de l'anisotropie tout en limitant le nombre de coefficients d'anisotropie qui peut être élevé dans le cas des tôles fortement texturées telle que le FeSi à grains orientés (Fig. 5).

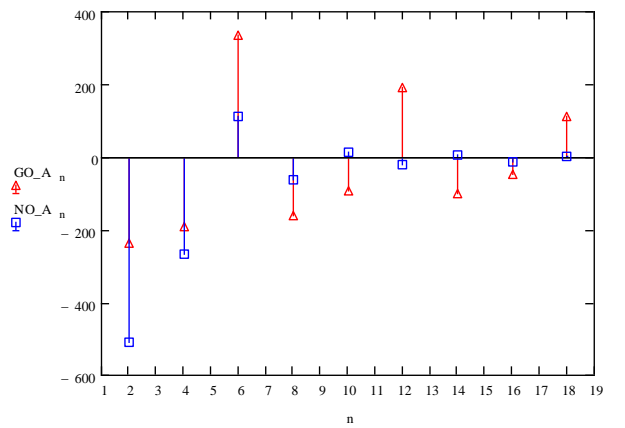


Fig. 5 Paramètres d'anisotropie d'une tôle en FeSi GO et NO

$$Q(A_0, A_n) = \sum_{i=1}^{nbr\,exp} \left(E_{K_exp_i} - E_K(A_0, A_n, 1, \theta_{exp_i}) \right)^2$$
 (14)

2.4. Calcul de la magnétostriction à champ magnétique et contrainte donnés

Les points constituant l'aimantation (ou la magnétostriction) anhystérique correspondent à des configurations d'équilibre global. Du fait que les axes de facile aimantation de la tôle engendrent des minima locaux (Fig. 6), le choix de l'algorithme de minimisation de l'énergie doit être judicieux.

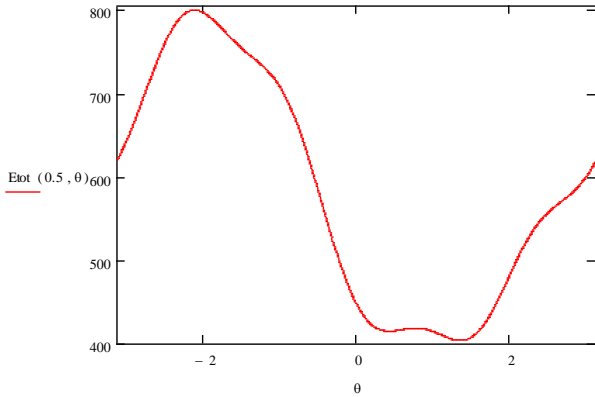


Fig. 6 Variation de l'énergie totale en fonction de l'orientation de l'aimantation à $k=0.5$, $\underline{\sigma} = [0 \ 0 \ 0]$, $\vec{H}_0 = [100 \text{ Am}^{-1} \ 200 \text{ Am}^{-1}]^T$

Dans le cadre de ce document, les résultats sont obtenus grâce à un algorithme de recuit simulé (SA).

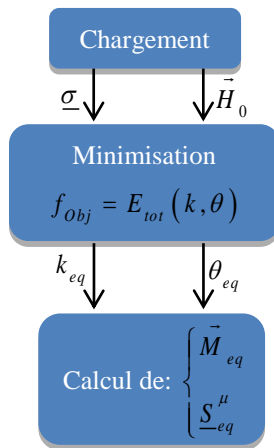


Fig. 7 Processus de calcul de l'aimantation et de la magnétostriction anhystérique

3. RESULTATS

3.1. Présentation du banc et de l'échantillon de test

Des expérimentations ont été faites pour la validation des paramètres du modèle. Comme illustre la figure ci-dessous (Fig. 8), le banc de test est composé d'un générateur de

fonction permettant de fixer la forme d'onde du courant. Ce signal amplifié génère via le cadre d'Epstein un champ magnétique permettant d'exciter les bandes ferromagnétiques. Afin de mesurer le champ magnétique en local, un Hcoil est utilisé. Deux jauges de déformation sont utilisées afin de mesurer la magnétostriction tout en tenant en compte des perturbations liées à l'effet du champ magnétique sur la jauge.

Les bandes sur lesquelles portent les mesures de magnétostriction sont en Fer Silicium et mesurent 30cm de long, 3cm de large et 0.35mm d'épaisseur.

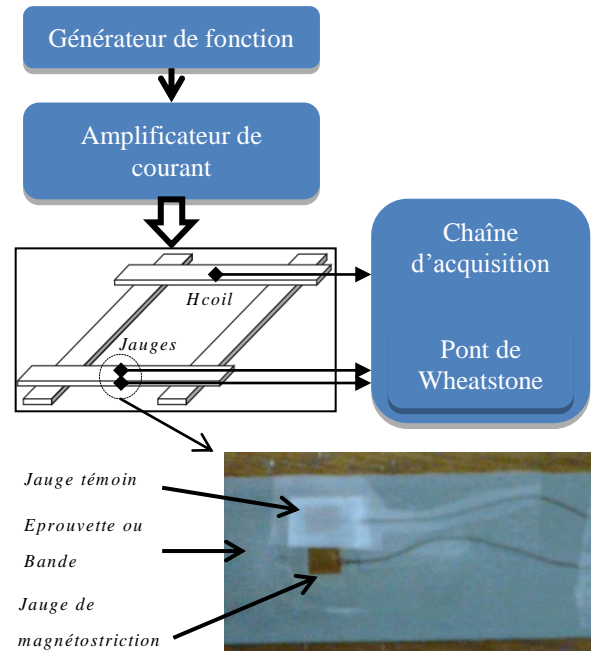


Fig. 8 Banc de test

La figure ci-dessous (Fig. 9) correspond à l'amplitude maximale de la magnétostriction en fonction du champ magnétique en basse fréquence. En effet la densité spectrale du signal fournie par la jauge de déformation permet d'identifier les harmoniques de la magnétostriction qui sont au double de la fréquence du champ magnétique.

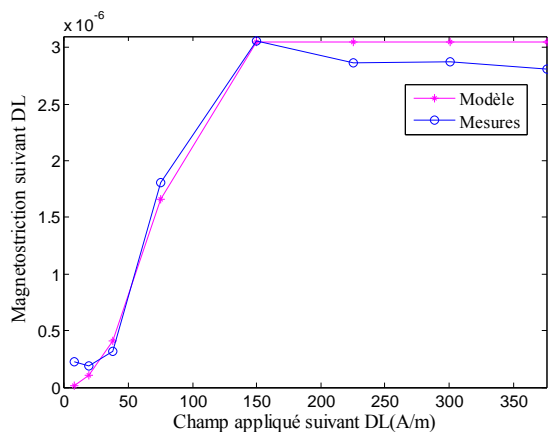


Fig. 9 Comparaison entre valeurs expérimentales et simulées de la magnétostriction dans la direction de laminage de la bande

3.2. Simulations

3.2.1. Mise en évidence de l'effet de la contrainte et de l'anisotropie sur la magnétostriction

Une prédiction de l'impact de la contrainte sur la magnétostriction est effectuée (Fig. 10) selon que la bande est en traction ou en compression. A l'instar de l'effet de la contrainte, l'influence de l'anisotropie est illustrée (Fig. 11) par le calcul de la magnétostriction suivant la direction de laminage sous champ magnétique parallèle puis perpendiculaire à cette dernière.

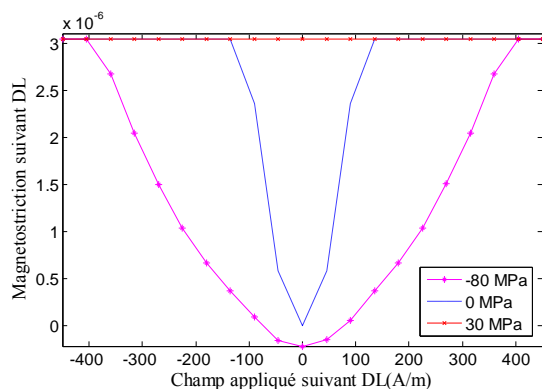


Fig. 10 Effet de la contrainte sur la magnétostriction

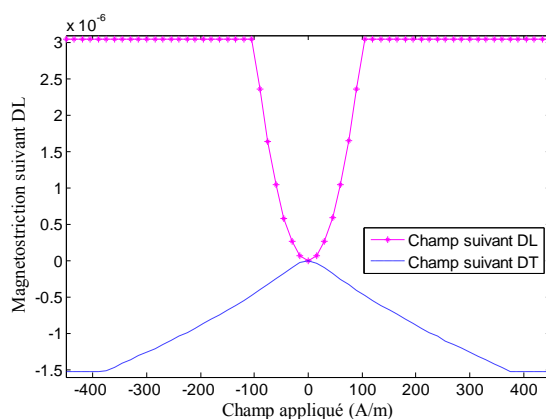


Fig. 11 Effet de l'anisotropie sur la magnétostriction

3.2.2. Utilisation du modèle en éléments finis

Le modèle a été utilisé dans un calcul éléments finis (par couplage unidirectionnel [16]) afin de prédire les déformations magnétostrictives d'une structure de type transformateur en FeSi à grains non orientés. Les résultats illustrés ci-dessous (Fig. 12) sont obtenus grâce à l'application d'un champ magnétique à 50Hz et des précontraintes dues aux serrages des tôles.

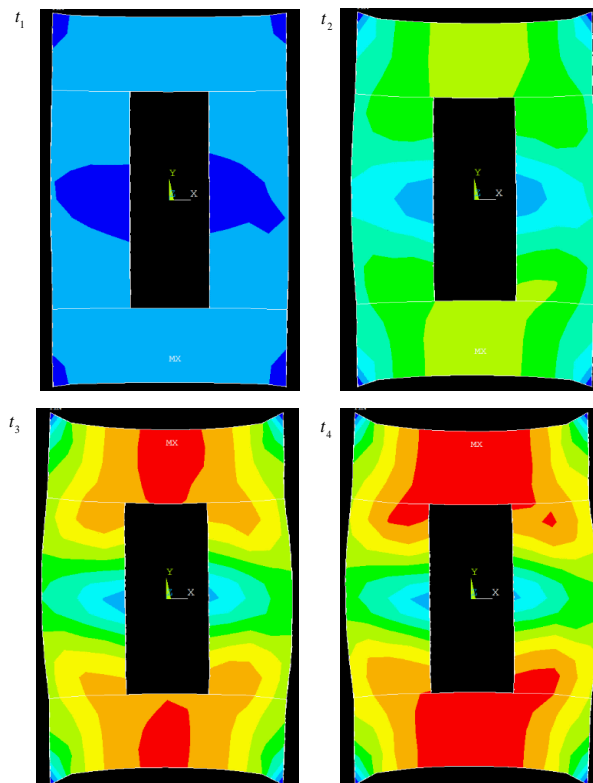


Fig. 12 Déformation magnétostrictive à différentes dates d'un noyau ferromagnétique de type transformateur en FeSi NO excité par un champ magnétique à 50Hz et des précontraintes de serrage des tôles

4. CONCLUSIONS

Nous avons développé un modèle de comportement magnéto-élastique dans le plan, permettant de représenter l'anisotropie, du matériau, les phénomènes de rotation d'aimantation, l'effet des contraintes, et de prédire la déformation de magnétostriction. Cette modélisation, basée sur une partition de l'énergie libre résulte de la minimisation de celle-ci par rapport à deux variables. Les résultats actuels donnent des tendances réalistes et peuvent être améliorés en modifiant les termes énergétiques. Un travail d'optimisation de la procédure de minimisation permettra de réduire encore davantage les temps de calcul et d'utiliser cette modélisation dans un calcul de structures.

5. REFERENCES

- [1] Pyungwoo JANG, Gwangbo CHOI, « Acoustic Noise Characteristics and Magnetostriction of Fe-Si Powder Cores », IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS 2012, Korea.
- [2] Nicolas GALOPIN, « Modélisation et caractérisation de matériaux actifs pour la conception de dispositifs magnéto-électriques », THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS XI, 2007, Paris (France).
- [3] Gabor Ban, « Model to evaluate the AC-DC magnetostriction characteristics of SiFe electrical steels », Journal of Magnetism and Magnetic Materials 254-255, 2003, Italy.
- [4] Matija Javorski, Gregor Cepen, Janko Slavie, Miha Boltezar, « A Generalized Magnetostrictive-Forces Approach to the Computation of the Magnetostriction-Induced Vibration of Laminated Steel Structures », IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS 2013, Slovenia.
- [5] D.C. JILES, M.K. DEVINE, « The law of approach as a means of modelling the magnetomechanical effect », Journal of Magnetism and Magnetic Materials 140-144, 1995, USA.
- [6] Antonio VIANA, « Etude de la magnétoélasticité en champ magnétique faible et contraintes mécaniques fortes », THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE GRENOBLE, 2010, Grenoble (France).
- [7] Ralph C. Smith, « Model development for Ferromagnetic Compounds », Smart Materials Systems 2005, North Carolina (USA).
- [8] R. Decoquer, L. Kestens, Y. Houbaert, « Modelling the magnetostriction coefficient of polycrystalline ferromagnetic materials with a cubic structure by means of the finite element method », Journal of Magnetism and Magnetic Materials 240-245, 2002, Belgium.
- [9] Laurent DANIEL, Olivier HUBERT, Nicolas BUIRON, René BILLARDON, « Reversible magneto-elastic behavior: A multiscale approach », Journal of the Mechanics and Physics of Solids 56 1018-1042, 2008.
- [10] Said LAZREG, Olivier HUBERT, « Modélisation multidomaine du comportement magnéto-mécanique », 19ème Congrès Français de Mécanique, 2009.
- [11] Etienne DU TREMOLET DE LACHEISSERIE, « Ferromagnétisme d'un système idéal », Magnétisme – Tome I Fondements 2000, Grenoble (France).
- [12] Jean-Pierre NOZIERES, « Ferromagnétisme », TECHNIQUES DE L'INGENIEUR, 1998, Grenoble (France).
- [13] B. CORNUT, A. KEDOUS-LEBOUC, Th. WAECKERLE, « From metallurgy to modeling of electrical steels: a multiple approach to their behavior and use based on physics and experimental investigations », JOURNAL OF MAGNETISM AND MAGNETIC MATERIALS, 1996, Grenoble (France).
- [14] Sorin Aurel SPORNIC, A. KEDOUS-LEBOUC, Bruno CORNUT, « Anisotropy and texture influence on 2D magnetic behaviour for silicon, cobalt and nickel iron alloys », JOURNAL OF MAGNETISM AND MAGNETIC MATERIALS, 2000, Grenoble (France).
- [15] Etienne DU TREMOLET DE LACHEISSERIE, « Magnétisme pratique et instrumentation », Magnétisme – Tome II Matériaux et Applications 2000, Grenoble (France).
- [16] Besbes M., « Contribution à la modélisation numérique des phénomènes couplés magnétoélastiques. Application à l'étude des vibrations d'origine magnétique dans les M.R.V. », THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS VI, 1995, Paris (France).