

# Réfrigération magnétique : Compromis d'un système AMR

Morgan ALMANZA <sup>1,2</sup>, Afef KEDOUS-LEBOUC<sup>2</sup>

<sup>1</sup> SATIE, ENS Cachan, CNRS, Université Paris-Saclay, 94235 Cachan, France

<sup>2</sup> G2Elab, Univ. Grenoble Alpes, CNRS, 38000 Grenoble, France

**RESUME** – Le système AMR, utilisé dans la réfrigération magnétique, est examiné à l'aide d'un modèle simple permettant d'illustrer son fonctionnement et l'importance du coefficient d'échange pour les performances du système. L'utilisation de transformations affines sur le système d'équation montre le compromis entre la densité de puissance, soit l'augmentation du coefficient d'échange, et les effets dégradants les performances du système comme les pertes visqueuses et la conduction longitudinale. Finalement, des voies de développement pour dépasser ces limites sont exposées.

**Mots-clés**—Réfrigération magnétique, effet magnétique calorique, système à régénération active AMR, simulation

## I. REFRIGERATION MAGNETIQUE

Le froid est aujourd'hui un élément indispensable à la société moderne, sa production représente près de 17% de la consommation électrique mondiale et son utilisation ne cesse de croître. L'effet magnétocalorique (EMC) est un changement réversible de température lié à l'application d'un champ magnétique. Lorsqu'un matériau magnétocalorique (MMC) est aimanté, dans des conditions adiabatiques, sa température augmente de  $\Delta T_{adia}$ . Lorsqu'il est désaimanté il retourne à sa température initiale. La réfrigération magnétique, basée sur l'effet magnétocalorique autour de la température ambiante [1], apparaît comme une solution pertinente pour remplacer les systèmes conventionnels.

Le MMC réalise des cycles thermodynamiques pour produire un effet de réfrigération, par exemple le cycle de Brayton se décompose en 4 étapes : aimantation adiabatique ; échange de chaleur avec la source chaude (le matériau cède de la chaleur) ; désaimantation adiabatique ; échange de chaleur avec la source froide (le matériau prend de la chaleur). Comme le  $\Delta T_{adia}$  est limité à quelques degrés, des cycles cascades plus ou moins régénératifs, tels que ceux du système AMR (Active Magnetic Regenerative Refrigeration), sont utilisés.

Pluridisciplinaire, ce sujet implique de maîtriser toute une filière, du matériau à l'application et de lever des verrous scientifiques et technologiques du système AMR et équations du problème. Des dispositifs ont été réalisés en laboratoire ou sont en vue d'être commercialisés [2]. Les voies d'améliorations sont multiples : matériaux, source de champ et échange thermique. L'amélioration des échanges thermiques est capitale pour l'augmentation des performances [1]. Cet article se focalise sur le fonctionnement du système AMR, sur comment ses performances peuvent être augmentées et sur les compromis entre pertes visqueuses et conduction longitudinale

qui limitent cette augmentation. Des transformations affines, laissant invariantes le système d'équations, sont proposées pour illustrer ce compromis. Ces transformations sont finalement validées à l'aide de simulations numériques.

## II. SYSTÈME AMR

Le système AMR cascade des cycles thermodynamiques régénératifs afin d'augmenter la différence de température entre la source chaude et froide. Les échanges de chaleur entre les étages sont contrôlés par un fluide qui passe alternativement à travers le matériau magnétocalorique. En considérant un régénérateur en plaques parallèles et la symétrie du problème, l'étude se porte sur une demi-lame de fluide et de MMC comme représenté :

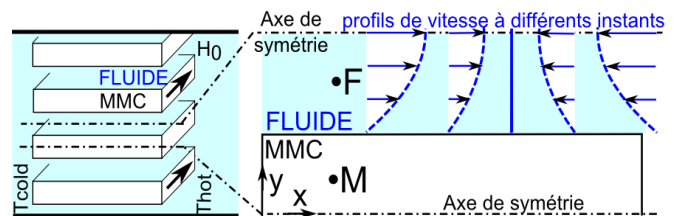


Fig. 1 Représentation d'un régénérateur utilisé dans le cycle AMR, une représentation complète sur la gauche et une simplifiée sur la droite. Les flèches bleu représentent le profil de l'écoulement à différents instants

Les géométries du régénérateur et les paramètres physiques sont données dans le tableau suivant :

Tableau 1 Grandeurs physiques et géométrie du système

demi-épaisseur de la lame de MMC et de fluide	$e_m, e_f$ [m]
Longueur et profondeur du régénérateur	$L, p$ [m]
Période temporelle	$t_p$ [s]
Masse volumique du fluide	$\rho_f$ [ $kg \cdot m^{-3}$ ]
Viscosité dynamique	$\mu$ [Pa.s]
Vitesse de l'écoulement sur l'axe x	$v(y, t)$ [ $m \cdot s^{-1}$ ]
Débit surfacique	$D_l$ [ $m^2 \cdot s^{-1}$ ]
Capacité thermique volumique	$c_f, c_m$ [ $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-3}$ ]
Conductivité thermique	$\lambda_f, \lambda_m$ [ $W \cdot K^{-1} \cdot m^{-1}$ ]
Production de chaleur	$q_{visc}$ [ $W \cdot m^{-3}$ ]
Champ magnétique	$H$ [ $A \cdot m^{-1}$ ]
Entropie volumique du MMC	$s(T, H)$ [ $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-3}$ ]

Classiquement le fonctionnement du système AMR se décompose en quatre étapes :

- 1- le MMC est échauffé durant la phase d'aimantation adiabatique ;
- 2- le MMC étant plus chaud que le fluide, il lui transfère de la chaleur ; 2'- Pour maintenir un gradient de température et augmenter l'échange, le fluide est déplacé, ce qui a aussi pour effet de transférer de la chaleur par convection ;
- 3- le MMC se refroidit durant la phase de désaimantation, on a un comportement inversé par rapport à celui de la phase 1 ;
- 4- 4 et 4', les dernières phases sont similaires à la phase 2 et 2' inversées, c'est-à-dire que c'est le fluide qui donne de la chaleur au MMC.

Dans un cycle thermodynamique sans cascade et non régénératif, le matériau échange avec deux sources de chaleur, une froide et une chaude. Alors que dans un système régénératif tel que le système AMR (Fig. 2) dès que la température du matériau est relativement proche de celle de la source, autrement dit du fluide, il échange avec une nouvelle source dont la température est plus faible ou plus élevée, en fonction de la phase aimantée ou désaimantée du cycle. Cette alternance de source est induite par le déplacement d'un fluide, où règne un gradient de température entre  $T_{hot}$  et  $T_{cold}$ .

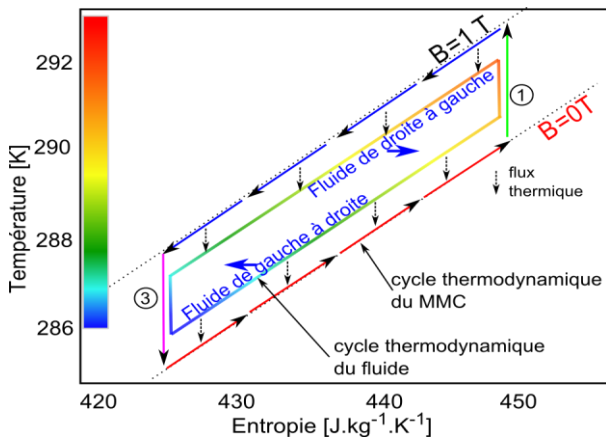


Fig. 2 Cycle thermodynamique dans le diagramme TS d'un système régénératif, le cycle du fluide au point F et du MMC au point M, les points correspondants à la Fig. 1

Le fluide est l'élément régénérateur, il se comporte comme de multiples réservoirs thermiques qui stockent de la chaleur pendant la phase 2 et la restituent pendant la phase 3 afin d'élargir le cycle et d'augmenter le  $\Delta T_{source}$  égal à  $T_{hot} - T_{cold}$ . Comme le MMC échange avec de multiples sources liées au fluide, ce type de cycle est appelé régénératif.

En pratique dans le système réel, les échanges avec les sources successives sont limités à cause des bords. Pour que la source chaude reçoive de la chaleur, la température du fluide doit être supérieure à la sienne. Dans ce cas, l'effet régénératif est limité. Il en est de même pour la source froide. Le cas limite étant lorsque la température initiale de la phase 1 est égale à celle de la phase 3 (Fig. 2). Lorsque ces conditions sont atteintes le déplacement du fluide est arrêté ou inversé. Parce que l'effet régénératif est limité, les cycles sont cascades pour augmenter le  $\Delta T_{source}$ , au travers de MMC à différentes températures, comme illustré sur les figures suivantes :

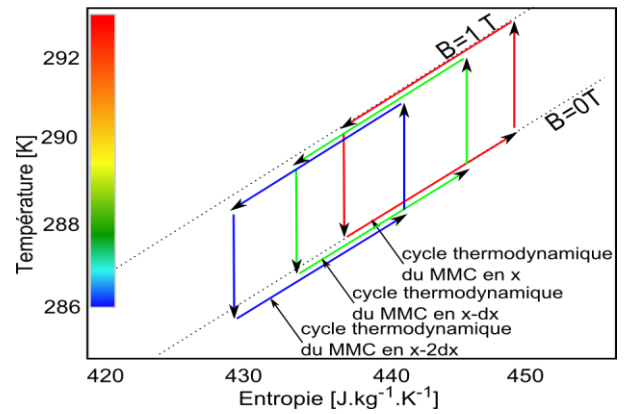


Fig. 3 Cycle thermodynamique dans le diagramme TS d'un système régénératif limité ou les cycles thermodynamiques ont été cascades

Le faible  $\Delta T_{adia}$  en comparaison de la différence des températures des sources  $\Delta T_{source}$  nécessite donc la mise en cascade de cycles plus ou moins régénératifs. La figure 4 présente un synoptique des différentes structures discutées: direct (échange avec deux sources uniquement), complètement régénératif (illustré Fig. 2) et le cas considéré ici, soit une cascade de cycles partiellement régénératifs (illustré Fig. 3).

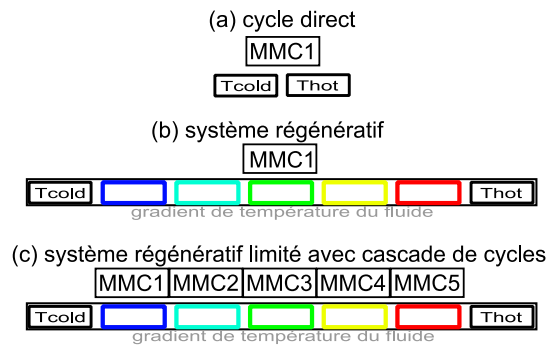


Fig. 4 Différentes configurations : (a) cycle direct, (b) système régénératif, (c) système régénératif limité avec cascade de cycles

Quelques soit la configuration, la cascade de cycle comme la régénération, augmente les échanges thermiques au sein du système. Si la différence de température entre les sources  $\Delta T_{source}$  est  $n$  fois plus grande que  $\Delta T_{adia}$ , il y aura au moins  $n$  fois plus d'échange thermique, ce qui a une conséquence sur la densité de puissance du système (divisée par  $n$ ) ou sur son efficacité (coefficient de performance COP), sauf si les échanges thermiques sont améliorés.

### III. MODELISATION DU CYCLE AMR

Le cycle AMR comporte des aspects thermique et fluidique. L'écoulement est considéré laminaire et invariant suivant l'axe  $x$ . La vitesse du fluide est notée  $v(y,t)$  et le temps caractéristique d'établissement ( $4\rho_f e_f^2/\mu$ ) est plus faible que les variations de pression, alors l'écoulement est résolu en régime permanent :

$$v(y,t) = D_l(t) \frac{3}{2e_f} (2y/e_f - y^2/e_f^2) \quad (1)$$

avec  $D_l$  le débit surfacique lié au débit volumique par  $D_v = D_l p$ . L'échauffement local du aux efforts visqueux, s'écrit :

$$q_{visc}(y,t) = 18\mu \left( \frac{D_l(t)}{e_f} \right)^2 (1 - y/e_f)^2 \quad (2)$$

Le comportement thermique du MMC est décrit par :

$$c_m \frac{dT}{dt} = \nabla(\lambda_m \nabla T) - T \left. \frac{\partial s}{\partial H} \right|_T \frac{dH}{dt} \quad (3)$$

$$c_f \left( \frac{dT}{dt} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T \right) = \nabla(\lambda_f \nabla T) + q_{visc} \quad (4)$$

$T \partial s / \partial H$  et  $c_m$  sont pris constant et représentent l'EMC. Sur les axes de symétrie, le flux thermique est considéré nul. Afin d'analyser le fonctionnement du système, seul le cœur du système est étudié, soit une tranche  $dx$ . Les effets de bords et les effets transitoires de l'écoulement ne sont pas pris en compte.

### III.1. Découplage des phénomènes de l'axe $x$ et $y$

De par la géométrie allongée, le système a deux dynamiques de temps, l'une sur l'axe  $x$ , lente, et l'autre sur  $y$ , rapide. Pour mieux comprendre, le fonctionnement du système, ces deux axes sont découplés, soit  $T(x, y, t) = f(x, t) + T_t(y, t)$ . Pour simplifier l'écriture, nous utilisons une forme d'équation à la fois valable dans le fluide et le MMC, c'est à dire que les indices  $f$  et  $m$  sont supprimés. L'introduction de  $T$  sous la forme décomposée conduit aux équations suivantes :

$$c \left( \frac{dT_t}{dt} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial x} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T_t}{\partial y^2} + c \text{emc} \frac{dH}{dt} + \widetilde{q}_{vis} \quad (5)$$

$$c \frac{df}{dt} = \lambda \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \langle q_{vis} \rangle \quad (6)$$

avec la production de chaleur moyennée sur l'axe  $y$  et sur une période  $t_p$  telle que :

$$\langle q_{vis} \rangle = \frac{1}{t_p(e_f + e_m)} \int_{t_p} \int_y q_{vis} dy dt \quad (7)$$

Le terme  $\text{emc}$ ,

$$\text{emc} = -T \left. \frac{\partial s}{\partial H} \right|_T / c_m \quad (8)$$

est lié à  $\Delta T_{adia}$  au travers de :

$$\Delta T_{adia} = \int_0^{1T} \text{emc} dH \quad (9)$$

La dynamique sur l'axe  $x$  étant plus lente, seule la valeur moyenne  $\langle q_{vis} \rangle$  est prise en compte. Alors que la partie dynamique  $\widetilde{q}_{vis}$ ,

$$\widetilde{q}_{vis} = q_{vis} - \langle q_{vis} \rangle \quad (10)$$

est vue par l'axe  $y$ . Ce découplage de phénomène dynamique n'apparaît pas pour l'emc car sa moyenne sur une période est nulle. Finalement l'équation (5) a bien une dynamique plus rapide que l'équation (6) ce qui a permis ce découplage.

### III.2. Suppression des termes dégradants les performances

L'objectif est d'améliorer localement (sur une tranche  $dx$ ) les performances du système, nous nous intéressons, dans cette partie, au fonctionnement idéal du système. Les termes  $\partial^2 T / \partial x^2$  et  $q_{visc}$  ne sont alors plus représentés car ils dégradent les performances du système en générant un flux de conduction (longitudinal) opposé à celui souhaité, ou en produisant de la chaleur (production de chaleur visqueuse) que le système va devoir transférer à la source chaude.

Les étapes (1, 2) et (3,4) du cycle sont similaires. Les phases 1 et 3 sont représentées par l'équation (11) tandis que 2 et 4 sont représentées dans les équations (12).

$$c_m \frac{dT}{dt} = -T \left. \frac{\partial s}{\partial H} \right|_T \frac{dH}{dt} \quad (11)$$

$$c_m \frac{dT}{dt} = \lambda_m \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (12)$$

$$c_f \left( \frac{dT}{dt} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T \right) = \lambda_f \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (12)$$

Nous allons devoir augmenter les échanges thermiques sans pour autant augmenter la conduction longitudinale ou la production de chaleur visqueuse, ainsi la chaleur prélevée à la source froide  $Q_{cold}$  et/ou l'écart de température  $\Delta T_{source}$  augmentent.

### III.3. Découplage et suppression des termes dégradants

Les deux hypothèses précédentes sont combinées pour obtenir ce que nous appelons l'invariance longitudinale. Dans un système performant les termes de conduction longitudinale et d'échauffement visqueux sont négligeables devant le flux de chaleur transféré par une tranche  $dx$ . Alors toutes les tranches  $dx$  se comportent de façon similaire, en reprenant l'équation (6) sans les termes de pertes,  $T(x, y)$  est sous la forme suivante :

$$T(x, y, t) = T_t(y, t) + G T + T_{cold} \quad (13)$$

avec  $G$  le gradient thermique longitudinal soit  $(T_{hot} - T_{cold})/L$ . En injectant cette décomposition de la température dans l'équation (5), en négligeant les termes de pertes :

$$\frac{dT_t}{dt} = \frac{\lambda_m}{c_m} \frac{\partial^2 T_t}{\partial y^2} + EMC \frac{dH}{dt} \quad (14)$$

$$\frac{dT_t}{dt} + VG = \frac{\lambda_f}{c_f} \frac{\partial^2 T_t}{\partial y^2} \quad (15)$$

La partie en  $f(x, t) = G x + T_{cold}$  décrit le comportement moyen alors que  $T_t(y, t)$  décrit la variation sur une période avec  $\langle T_t \rangle_{t_p} = 0$ , c'est les deux dynamiques de l'axe  $x$  et  $y$ .

Le flux thermique  $Q$  en  $[W]$ , flux transféré à la source, est lié au flux thermique linéique  $Q_l$  par  $Q = Q_l p$ . Il s'écrit :

$$Q_l = \frac{c_f}{t_p} \int_y \int_0^{t_p/2} v T_t dt dy \quad (16)$$

Le flux total, c'est-à-dire celui du système idéal diminué des pertes, peut être approximer en rajoutant les termes de pertes à postériori. Au milieu du régénérateur, le flux thermique linéique total s'écrit :

$$Q_l = \frac{c_f}{t_p} \int_y \int_0^{t_p/2} v T_t dt dy - \langle q_{vis} \rangle (e_f + e_m) L / 2 \quad (17)$$

$$-(\lambda_m e_m + \lambda_f e_f) (T_{hot} - T_{cold}) / L$$

## IV. MODELE SIMPLIFIE DE COMPREHENSION

Ce modèle doit permettre de comprendre le fonctionnement d'un système AMR. Il ne considère pas la diffusion dans le fluide ou dans le MMC. Les constantes de temps thermiques, respectivement  $\tau_f = e_f^2 / Diff_f$  et  $\tau_m = e_m^2 / Diff_m$  avec  $Diff_f$  et  $Diff_m$  respectivement la diffusivité thermique du fluide et du MMC (resp.  $0.14$  et  $5 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ), doivent être du même ordre de grandeur ou plus faibles que les autres constantes de

temps du système. Cette dernière étape de simplification du modèle, bien plus sévère que les précédentes, permet d'avoir deux inconnues  $T_f(t)$  et  $T_m(t)$ . La partie la plus critiquable est la modélisation de l'échange thermique entre le fluide et le MMC par un modèle d'échange de la forme  $hA(T_m - T_f)$  avec  $A = p dx$  la surface d'échange et  $T_m$  et  $T_f$  la température moyenne du fluide. Le coefficient d'échange  $h$  en  $[W.m^{-2}]$  sera pris constant, bien qu'en pratique, il dépend du profil de l'écoulement donc du temps. Il est souvent déterminé à partir du nombre de adimensionné comme le nombre de Nusselt et de Prandtl.

En intégrant sur le fluide et le MMC, les équations (14) et (15) avec  $T_f(t)e_f = \int_f T_t(y,t)dy$ ,  $T_m(t)e_m = \int_{mmc} T_t(y,t)dy$  et  $V$  la vitesse moyenne du fluide, le modèle de compréhension est obtenu :

$$-h(T_m - T_f) \frac{1}{e_m c_m} = \frac{dT_m}{dt} - EMC \frac{dH}{dt} \quad (18)$$

$$h(T_m - T_f) \frac{1}{e_f c_f} = \left( \frac{dT_f}{dt} + V G \right) \quad (19)$$

Dans ce modèle  $T_m$  et  $T_f$  sont uniquement des fonctions du temps. La chaleur échangée à chaque cycle par la tranche  $dx$  avec l'élément du côté des  $x$  croissants s'écrit :

$$Q_l = e_f c_f \int_0^{t_p/2} V T_f dt \quad (20)$$

Nous considérons  $\langle T_f \rangle_{t_p} = 0$  afin de tenir compte uniquement des échanges avec le réservoir et non des échanges dus à un fluide dont la température moyenne n'est pas nulle. Cette chaleur, en  $[W.m^{-1}]$  car la profondeur n'est pas considérée, est diminuée d'une part par la chaleur produite par les effets visqueux  $q_{visc}$  cumulés de toutes les cascades à températures inférieures et d'autre part par la conduction longitudinale  $(e_m \lambda_m + e_f \lambda_f)G$ .

Le découplage des équations (18) et (19) donne :

$$\frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{1}{\tau_d} \Delta T + EMC \frac{dH}{dt} + V G \quad (21)$$

$$\frac{dT_f}{dt} = \frac{1}{\tau_f} \Delta T - V G \quad (22)$$

avec comme nouveaux paramètres et variables :

Tableau 2 Paramètres et variables du modèle de compréhension

différence de températures fluide- MMC	$\Delta T = T_m - T_f [K]$
température moyenne du fluide et du MMC	$T_f, T_m [K]$
temps caractéristique d'échange fluide-MMC	$\frac{1}{\tau_d} = h \left( \frac{1}{c_f e_f} + \frac{1}{c_m e_m} \right) [s^{-1}]$
temps caractéristique d'échange du fluide	$\tau_f = \frac{e_f c_f}{h} [s]$
temps caractéristique d'échange du MMC	$\tau_m = \frac{e_m c_m}{h} [s]$
Gradient de température	$G [K.m^{-1}]$
Vitesse moyenne du fluide	$V [m.s^{-1}]$

Les fonctions  $dH/dt$  et  $V$  sont périodiques de période  $t_p$ , de plus elles sont de signes opposés pour un décalage de  $\mp t_p/2$ , (i.e.  $V(t) = -V(t + t_p/2)$ ). L'utilisation de ces propriétés associés à l'équation (21) prise pour deux origines des temps 0

et  $t_p/2$  permet de décrire le lien entre  $\Delta T(t)$  et  $\Delta T(t + t_p/2)$ . Nous définissons  $k(t) = \Delta T(t) + \Delta T(t + t_p/2)$  donné par :

$$\frac{dk(t)}{dt} + \frac{1}{\tau_d} k(t) = 0 \quad (23)$$

En régime périodique, soit  $k(0) = k(t_p)$ , la seule valeur qui respecte l'équation (23) est  $k(t) = 0$  soit  $\Delta T(t) = -\Delta T(t + t_p/2)$ . En procédant de la même manière mais à partir de l'équation (19), on montre que  $T_f(t) + T_f(t + \frac{t_d}{2}) = cst_1$  et on supposera cette constante nulle. Ainsi  $\Delta T$  et  $T_f$  ont des propriétés de symétrie, similaire à  $dH/dt$  et  $V$ , qui vont être utilisées par la suite.

## V.FONCTIONNEMENT DU CYCLE AMR

Ce modèle de compréhension permet d'étudier le fonctionnement du système de façon analytique. Avec un profil de vitesse de fluide et un champ appliqué donnés à la Fig. 5, la résolution de l'équation (21) avec  $t \in [0, T_d]$  donne :

$$\Delta T(t) = (\Delta T_{adia} + \Delta T(0^-)) e^{-t/\tau_d}$$

$$T_f(t) = \frac{\tau_d}{\tau_f} (\Delta T_{adia} + \Delta T(0^-)) \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_d}} \right) + T_f(0) \quad (24)$$

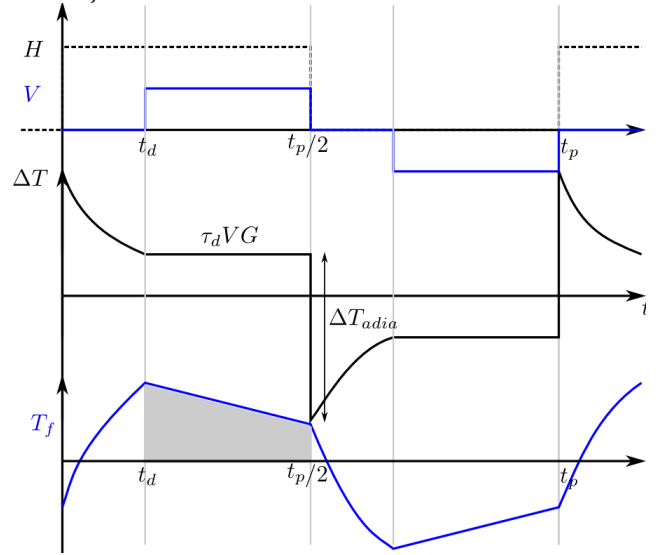


Fig. 5 Profil de champ, vitesse moyenne du fluide et de température  $\Delta T$  et  $T_f$  au cours du temps. La zone grisée correspond au flux transféré.

Durant la deuxième phase  $t \in [t_d, t_p/2]$ , pour minimiser la production d'entropie, un échange thermique à  $\Delta T$  constant est imposé, soit :

$$\Delta T = V \tau_d G \text{ avec } t_d = \tau_d \ln \left( \frac{\Delta T_{adia}}{\tau_d V G} - 1 \right)$$

$$T_f(t) = V G \left( \frac{\tau_d}{\tau_f} - 1 \right) (t - t_d) + T_f(t_d) \quad (25)$$

$$T_f(t_d) = \frac{\tau_d}{\tau_f} (\Delta T_{adia} - 2 \tau_d V G) + T_f(0)$$

avec  $t_d$  le temps à partir duquel le fluide se déplace. Pour maintenir les propriétés de symétrie, nous imposons  $\Delta T(0^-) = -V \tau_d G$  et  $T_f(0) = -T_f(t_p/2)$ . Ici, nous prendrons  $T_f(0) = 0$  et par la suite, on ajoutera un décalage de  $-T_f(t_p/2)/2$ .

Pendant la phase de 0 à  $t_d$ , le MMC chauffe le fluide immobile durant la phase de  $t_d$  à  $t_p$ , le MMC continue à chauffer le fluide mais celui-ci se déplace pour maintenir un échange à  $\Delta T$  constant. Le fluide permet aussi le transfert de la

chaleur par convection forcée de la source froide vers la source chaude. La puissance du flux thermique d'une tranche  $dx$  se déduit à partir de l'équation (20) :

$$Q = \frac{e_f c_f V}{2} \left(1 - \frac{2T_d}{T_p}\right) \left[ \frac{T_f(t_d) + T_f\left(\frac{t_p}{2}\right)}{2} - \frac{T_f\left(\frac{t_p}{2}\right)}{2} \right] \quad (26)$$

### V.1. Point de fonctionnement

Après développement de l'équation (26), deux grandeurs normalisées  $X$  et  $Y$  apparaissent respectivement  $VG\tau_d/\Delta T_{adia}$  et  $t_p/\tau_d$ . De plus, l'utilisateur souhaite augmenter le flux thermique donc le rapport  $Q G/h\Delta T_{adia}^2$  :

$$\frac{Q G}{h\Delta T_{adia}^2} = \frac{X}{4} \left[ 1 - \frac{2}{Y} \ln\left(\frac{1}{X} - 1\right) \right] (1 - 2X) \quad (27)$$

ce qui graphiquement donne la figure suivante :

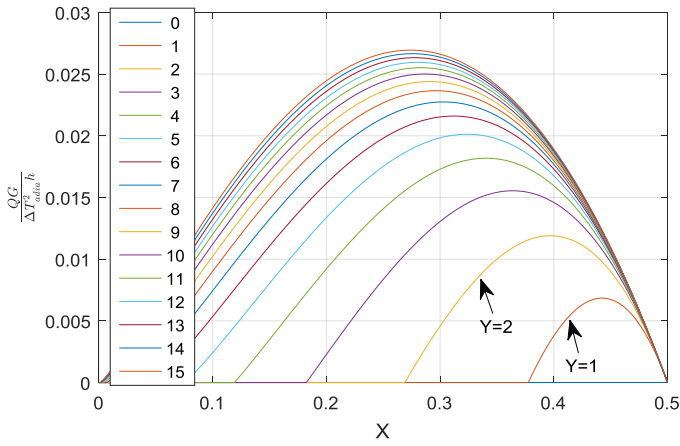


Fig. 6 Equation (27) fonction de X pour différents Y

Une augmentation de  $Y$ , liée à  $t_p$ , de 1 à 10, conduit à une rapide augmentation de la puissance. A partir de 10, elle devient pratiquement constante et la phase entre  $t_d$  et  $t_p/2$  que l'on qualifie de régénération devient de plus en plus importante.

Or comme vu précédemment, de par une longueur finie du régénérateur, cette phase est limitée. En pratique, elle est limitée lorsque  $T_f\left(\frac{t_p}{2}\right) = T_f(0)$ , afin de pouvoir exploiter les sources aux deux extrémités, ce qui correspond à l'équation :

$$Y_{lim} = \frac{2-4X}{RX} + 2 \ln\left(\frac{1}{X} - 1\right) \text{ avec } R = \frac{e_f c_f}{e_m c_m} \quad (28)$$

La figure suivante montre qu'une augmentation du rapport  $R$ , soit de la capacité thermique apparente du fluide, induit une augmentation de la période limite, soit de  $Y_{lim}$ .

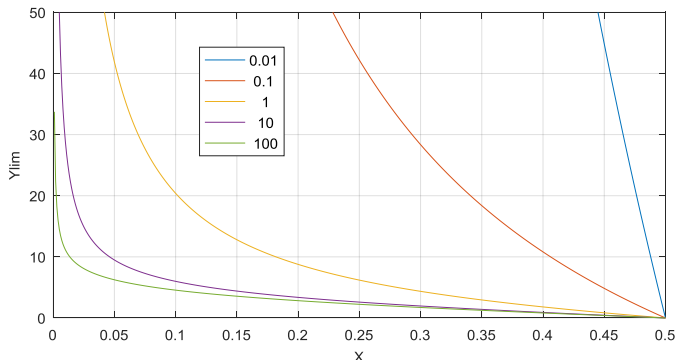


Fig. 7 Y limite pour limiter l'effet régénératif fonction de X pour différent R

Dans l'article [3], où des simulations 2D ont été réalisées,  $Q$  obtenu est égal 8 [W]. Dans le cas de l'article,  $X, Y, R$  et le gradient valent respectivement 0.25, 5, 1.15 et 0.4 [ $K \cdot mm^{-1}$ ], le rapport  $Q G/\Delta T_{adia}^2 h$  est calculé et vaut 0.02. Avec un  $\Delta T_{adia}$  de 4 [K] et un  $h$  de 1000 [ $W \cdot K^{-1}$ ], nous calculons  $Q$  qui vaut 10 [W]. Notre analyse semble cohérente au moins pour quelques points de fonctionnement.

### V.2. Utilisation du modèle de compréhension pour en déduire une géométrie et un point de fonctionnement

Le modèle compréhension utilisé pour déterminer des points de fonctionnement et une géométrie. Dans la mesure où les hypothèses sont respectées, un point de fonctionnement pertinent est tel que  $X = 0.25$  soit  $VG = 0.25\Delta T_{adia}/\tau_d$  et  $Y = Y_{lim} \sim 10$  afin de maximiser le produit  $QG$ , ce donne les relations :

$$\begin{aligned} t_d &= 1.1\tau_d \\ e_f &= 0.27e_m \\ t_p &= 10\tau_d \end{aligned} \quad (29)$$

Le profil de température est donc toujours de la même forme avec  $T_f(0) = T_f\left(\frac{t_p}{2}\right) = 0$ . Pour cette configuration, le produit flux thermique par le gradient de température est constant, soit  $Q G = cste$ , de même la vitesse est donnée par  $V G = cste$ . Ces résultats sont en accord ceux obtenus dans la figure 10 de l'article de [4]. Le facteur  $QG$  (flux thermique x gradient thermique) étant constant, le système a différents points de fonctionnement possibles, soit un  $\Delta T_{source}$  important et un faible flux thermique ou bien le contraire (faible  $\Delta T_{source}$ , fort flux thermique).

Ce facteur montre que le système se comporte indifféremment que l'on mette des systèmes AMR élémentaires en série ou en parallèle. Le facteur  $QG$  reste limité à environ  $0.03 h\Delta T_{adia}^2$ . Alors pour augmenter la densité de puissance, il faut augmenter  $h$  car le  $\Delta T_{adia}$  est imposé par le MMC, bien que son poids sur les performances soit plus important (expression au carré). Le coefficient d'échange est lié à la géométrie du système, classiquement il est estimé à partir du coefficient de Nusselt, lui même déduit en fonction du nombre de Prandtl et du nombre de Reynolds et à l'aide de mesures. Dans tous les cas, l'augmentation du coefficient d'échange est due à une diminution de  $e_f$  ou à une augmentation de la vitesse du fluide. Or cette modification de  $e_f$  et de  $V$  entraîne une augmentation des pertes visqueuses qu'il est nécessaire de considérer.

L'objectif ici n'est pas de déterminer le point de fonctionnement optimum pour différentes géométries, mais d'illustrer les limitations du système AMR, c'est-à-dire comment augmenter  $h$  sans pour autant augmenter la conduction longitudinale ou l'échauffement visqueux par rapport au flux de chaleur transférer localement  $Q$ .

## VI. INVARIANCE DU SYSTEME D'EQUATION

La méthode proposée [5] consiste à effectuer des transformations affines sur la géométrie, le temps, la vitesse, etc., afin d'étudier l'évolution des termes des équations (1), (2), (3) et (4). La transformation s'écrit  $t^*\bar{t} = t$  avec  $t$  la variable initiale, ici le temps,  $\bar{t}$  une grandeur adimensionnée et  $t^*$  une grandeur caractéristique. Ainsi, nous noterons  $v^*, \Delta T^*, x^*$  et  $y^*$  les grandeurs caractéristiques associées à la vitesse de l'écoulement, au  $\Delta T$  et aux dimensions sur l'axe  $x$  et  $y$ .



Par application de cette transformation sur les équations (3) et (4), l'équation suivante est obtenue :

$$\frac{\Delta T^* c}{t^*} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} + \Delta T^* c \frac{v^*}{x^*} \bar{v}(t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} = \frac{\Delta T^* \lambda}{y^{*2}} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\Delta T^* \lambda}{x^{*2}} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{2\mu v^{*2}}{y^{*2}} \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} \right)^2 + \frac{c}{t^*} emc^* \frac{dH}{d\bar{t}} \quad (30)$$

où  $\Delta T^*$  représente la différence de température entre la source froide et chaude.

A condition de négliger (termes en rouge) soit le terme de conduction longitudinale ( $\partial^2 \bar{T} / \partial \bar{x}^2$ ), soit le terme de chaleur dû à l'effet visqueux ( $\partial^2 \bar{v} / \partial \bar{y}^2$ ), deux conditions d'invariances du système d'équation sont proposées dans le tableau suivant.

Tableau 3. Transformations laissant invariant le système d'équation

Hypothèse	Transformation 1 Effets visqueux négligés	Transformation 2 Conduction longitudinale négligée
Sur y : $y^*$	$\alpha$	$\alpha$
Sur x : $x^*$	$\alpha$	$\alpha^2$
Temps : $t^*$	$\alpha^2$	$\alpha^2$
Vitesse : $v^*$	$\alpha^{-1}$	1
Débit	1	$\alpha$
Echauffement visqueux par unité de volume	$\alpha^{-4}$	$\alpha^{-2}$
Conduction Longitudinale par unité de volume	$\alpha^{-2}$	$\alpha^{-4}$
Densité de puissance froide	$\alpha^{-2}$	$\alpha^{-2}$

Ces transformations sont paramétrées en fonction de  $\alpha$ , c'est-à-dire que pour tout  $\alpha$ , les équations sont inchangées. Par exemple d'après le Tableau 3 pour la transformation 1, si la distance y est divisée par deux, celle sur x et t sont divisées par 4. A partir des équations du problème, le débit, l'échauffement visqueux, la conduction longitudinale et la puissance froide sont donnés (trois dernières ligne du tableau).

En étudiant les termes locaux et pour  $\alpha < 1$ , les deux transformations conduisent à une même augmentation de la densité de puissance en  $\alpha^{-2}$ . De plus, le terme de perte non négligé, c'est-à-dire l'échauffement visqueux pour la transformation 1 et la conduction longitudinale pour la transformation 2, augmente de la même façon. Ainsi le rapport

## IX. REFERENCES

- [1] M. Almanza, A. Kedous-Lebouc, J.-P. Yonnet, U. Legait, et J. Roudaut, « Magnetic refrigeration: recent developments and alternative configurations », *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 71, n° 1, p. 10903, juill. 2015.
- [2] A. Kitanovski, J. Tušek, U. Tomc, U. Plaznik, M. Ožbolt, et A. Poredoš, *Magnetocaloric Energy Conversion*. Cham: Springer International Publishing, 2015.
- [3] T. F. Petersen, K. Engelbrecht, C. R. H. Bahl, B. Elmegaard, N. Pryds, et A. Smith, « Comparison between

des pertes non négligés par la puissance froide est constant. Alors que pour chacune des transformations, le terme négligé devient de moins en moins négligeable car il croît en  $\alpha^{-4}$ , soit plus rapidement que les autres en  $\alpha^{-2}$ . L'application d'une des deux transformations conduit à équilibrer les pertes visqueuses avec les pertes longitudinales. Ainsi les pertes globales augmentent mais moins significativement que la densité de puissance. Lorsque les deux termes de pertes sont équilibrés, la densité de puissance peut continuer à être augmentée par applications successives des transformations mais au prix d'une diminution de l'efficacité (COP) du système. Au-delà d'un certain point, les pertes deviennent prédominantes sur la puissance froide ; la densité de puissance et l'efficacité diminuent de façon drastique.

Une solution particulièrement intéressante serait de diminuer la conduction longitudinale. Il faut donc structurer le MMC pour avoir une conduction anisotrope et ainsi diminuer  $\lambda_m$  sur l'axe x.

## VII. CONCLUSION

Le système AMR est étudié dans un premier temps de façon qualitative pour expliquer les stratégies mises en place pour augmenter le  $\Delta T_{source}$  au travers d'effets régénératifs et de cascades de cycle. A partir du modèle complet, un modèle de compréhension est introduit à l'aide de simplifications successives : découplage des axes, suppression des termes dégradants, invariances longitudinales et enfin un modèle d'échange simplifié entre le fluide et le MMC. A l'aide de ce modèle de compréhension, les différentes étapes du système AMR sont ainsi expliquées. De plus, il confirme que la puissance et le  $\Delta T_{source}$  dépendent directement des performances de l'échange thermique.

Afin d'éviter les incertitudes sur l'évaluation du coefficient d'échange, une méthode, basée sur des transformations affines du système d'équation, est proposée. Elle montre qu'il y a des limitations à l'augmentation de l'échange thermique à cause d'une augmentation plus rapide des termes dégradants que de la puissance produite. Avant d'atteindre cette limitation, l'équilibrage des pertes visqueuses avec les pertes par conduction longitudinale augmente la densité de puissance froide sans détériorer l'efficacité.

## VIII. REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient l'ANR pour son support dans le cadre du projet MagCool (ANR STKE 2010-008).

- a 1D and a 2D numerical model of an active magnetic regenerative refrigerator », *J. Phys. Appl. Phys.*, vol. 41, n° 10, p. 105002, mai 2008.
- [4] M. Risser, C. Vasile, C. Muller, et A. Noume, « Improvement and application of a numerical model for optimizing the design of magnetic refrigerators », *Int. J. Refrig.*, vol. 36, n° 3, p. 950-957, mai 2013.
- [5] M. Almanza, « Magnetic Refrigeration: Conceptualization, Characterization and Simulation », Theses, Université de Grenoble, 2014.