

Optimisation de la gestion d'énergie d'un véhicule à propulsion humaine à assistance électrique autonome.

Judicaël AUBRY, Imen MILADI, Bertrand BARBEDETTE, Toufik AZIB
 ESTACA LAB, S2ET Energy and Embedded Systems for Transportation
 ESTACA Campus Ouest – Rue George Charpak 53061 Laval
 judicael.aubry@estaca.fr

RESUME – De nouveaux types d'assistance électrique apparaissent sur le marché du cycle. Elles offrent de nouvelles possibilités en termes de gestion d'énergie. Nous présentons dans cet article une méthode d'optimisation de la gestion d'énergie, basée sur la programmation dynamique, se basant sur la connaissance *a priori* du parcours. Cette méthode est appliquée sur une hybridation de type série. Cela permet de disposer d'une assistance électrique autonome, c'est à dire fournissant, en moyenne, une puissance nulle et ne nécessitant donc pas d'être rechargée. Les résultats montrent qu'il est possible d'optimiser le potentiel énergétique du cycliste afin de minimiser à la fois le temps de parcours et son niveau de fatigue.

Mots-clés – Véhicule à propulsion humaine, Gestion de l'énergie humaine, Contrôle optimal, Programmation dynamique, Hybridation série

1. INTRODUCTION

1.1. L'assistance électrique autonome

Un précédent article [1] nous a permis d'introduire le concept d'hybridation série appliquée à l'assistance électriques des vélos ou plus largement à celle des véhicules à propulsion humaine [2].

Récemment, nous pouvons voir apparaître, sur le marché du cycle, de nouveaux concepts d'assistance électrique et notamment certains que l'on pourrait qualifier d'"hybrides non plugin", par transposition des termes utilisés dans le domaine automobile. Nous utiliserons dans cet article le terme d'**assistance électrique autonome**. L'objectif d'une assistance électrique autonome est de pouvoir fournir à certains moments d'un parcours, une assistance à l'effort, mais d'un point de vue global, l'énergie utilisée ne provient que du cycliste (énergie humaine), du freinage (énergie cinétique) ou d'une descente (énergie potentielle).

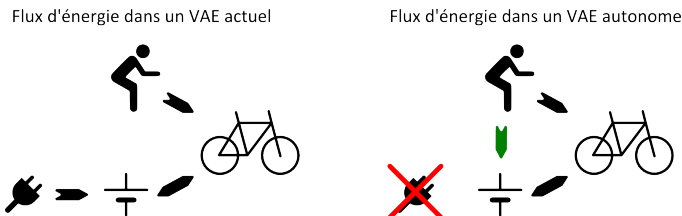


Fig. 1. Représentations des flux d'énergie possibles dans les VAE actuels et dans les VAE dotés d'une assistance électrique autonome.

A titre d'exemple, une société italienne, ZEHUS, qui est une spin-off de l'école polytechnique de Milan, développe actuellement un hub (package s'insérant au niveau du moyeu de la roue arrière), le BIKE+, contenant une batterie, un convertisseur élec-

tronique de puissance, un moteur électrique et son réducteur... mais pas de prise de recharge [3] ! Des fabricants adaptent ce hub aussi bien sur des vélos, que sur des trottinettes par exemple. L'architecture électrique du BIKE+, développé par ZEHUS, est du type hybride parallèle et le rapport de transmission pédalier-roue est fixe (vélo de type "fixie"). Cela implique que la cadence de pédalage est forcément liée à la vitesse d'avance, ce qui ne serait pas forcément le cas avec une architecture de type série ou bien encore série-parallèle.

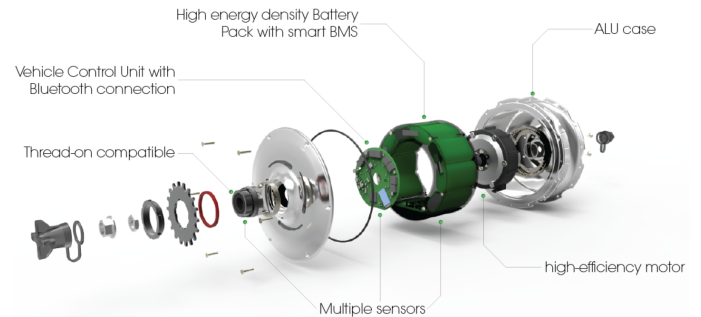


Fig. 2. Vue éclatée du BIKE+ développé par ZEHUS

Comme nous l'avions déjà présenté dans [1], des solutions d'assistance électrique autonome avec une architecture série ou bien encore série-parallèle ont également déjà été proposées dans la littérature, mais n'ont pas encore trouvé de place sur le marché.

1.2. L'utilisation de la programmation dynamique pour l'optimisation de la gestion d'énergie dans un système de traction hybride

Le fait de disposer d'une assistance électrique autonome sur un cycle implique de pouvoir gérer en temps réel les flux d'énergie, en particulier afin de maintenir l'état de charge du système de stockage dans des niveaux admissibles. En effet, contrairement à une assistance électrique classique que l'on peut recharger sur le secteur, la puissance moyenne fournie par le système de stockage doit être nulle.

Des algorithmes basés sur la programmation dynamique ont été assez largement utilisés, avec succès, dans le contexte des véhicules automobiles hybrides pour optimiser cette gestion d'énergie embarquée. Généralement, le problème posé est celui de l'optimisation du taux d'hybridation (rapport de la puissance électrique fournie sur la puissance motrice totale), ceci afin de

minimiser la consommation globale du moteur thermique [8]. Cette optimisation est généralement effectuée avec un profil de vitesse comme donnée d'entrée [4]. Le temps de parcours est donc figé dans ces approches.

Dans le contexte de l'optimisation de la gestion d'énergie d'un cycle à assistance électrique autonome, il n'est pas forcément adapté d'imposer un profil de vitesse et par conséquent un temps de parcours, ce dernier dépendant essentiellement de la puissance moyenne fournie par le cycliste. En effet, cette puissance n'est pas une grandeur directement contrôlable par un système de gestion car elle résulte seulement d'une volonté du cycliste. Ainsi, nous préférons poser le problème de gestion d'énergie de façon différente, en n'imposant pas le profil de vitesse, mais simplement un profil de pente sur un trajet à parcourir. Cette hypothèse de travail est parfaitement envisageable sur le terrain dans le contexte où le cycliste renseignerait à l'avance son point d'arrivée dans un système de navigation, à l'instar du système Nyon développé par Bosch. La vitesse instantanée le long du parcours devient alors un résultat de l'algorithme d'optimisation. Ce type d'approche, original dans ce contexte, se rapproche de ce qui a déjà été proposé dans [6].

2. OPTIMISATION DE LA GESTION DE L'ÉNERGIE DANS UNE ARCHITECTURE DE TYPE HYBRIDE SÉRIE

2.1. Architecture série d'une assistance électrique autonome

Une assistance électrique autonome, telle que définie au paragraphe 1.1, avec une architecture série est composée de différentes parties :

une génératrice-pédalier qui convertit la puissance mécanique humaine en puissance électrique. Le cycliste joue donc un rôle analogue à celui du moteur thermique d'un véhicule automobile hybride. Il peut pédaler à cadence régulée et fournir une puissance qui peut être monitorée (ex : affichage de la puissance à la vue du cycliste et régulation par *bio-feedback*)

un système de stockage d'énergie qui joue un rôle de tampon énergétique entre la génératrice-pédalier et le moteur-roue. Comme nous nous plaçons dans le contexte d'une assistance autonome, ce système de stockage d'énergie n'a pas vocation à être rechargé sur le secteur et doit fournir (hors pertes) une puissance électrique moyenne nulle.

un moteur-roue qui propulse le cycle. Dans une architecture de type série, seul ce moteur participe à la propulsion, le pédalier n'étant pas mécaniquement relié à la roue. Il y a donc un découplage mécanique total entre la cadence de pédalage et la vitesse d'avance, ce qui peut être perturbant en termes de relations habituelles entre la perception et l'action.

2.2. Formulation du problème d'optimisation de la gestion d'énergie

Notations

x distance parcourue depuis le début du trajet en m

$z(x)$ profil d'élévation du trajet en fonction de la distance parcourue en m

T_{mot} couple moteur ramené à la roue en Nm

SOE état d'énergie du système de stockage, sans unité

M_{eq} masse du cycle et du cycliste en kg

v_{cyc} vitesse du cycle en m/s

R_{wheel} rayon des roues en m (typ : 0,3m)

Formulation

Le problème de contrôle optimal de la gestion d'énergie dans le cas d'une architecture série peut être décrit avec :

Une variable de contrôle : Nous considérons ici le couple fourni par le moteur-roue, noté $T_{mot}(x)$ comme une variable de contrôle suffisante.

Un critère d'optimisation : Il s'agit de déterminer pour un trajet $z(x)$ donné, la commande optimale $T_{mot}^*(x)$ permettant de **minimiser l'énergie fournie par le cycliste**. Nous ferons l'hypothèse que ce dernier décide de pédaler à puissance constante, ce qui est envisageable car il pédale sur un système mécaniquement découplé du système de propulsion. Minimiser l'énergie fournie par le cycliste revient dans ce dernier cas à **minimiser le temps de parcours**.

Deux variables d'état :

1. l'état d'énergie du système de stockage d'énergie $SOE(x)$
2. la vitesse du cycle $v_{cyc}(x)$

Comme précisé ci-dessus, à puissance de pédalage constante, la minimisation de l'énergie fournie par le cycliste revient à la minimisation du temps de parcours sur le trajet donné. Cet objectif de temps de parcours sur un trajet, de profil d'élévation $z(x)$, compris dans un intervalle $[0; x_{final}]$, peut être calculé à partir du profil de vitesse exprimé en fonction de la position $v_{cyc}(x)$:

$$t_{trip} = \int_0^{x_{final}} \frac{1}{v_{cyc}(x, T_{mot}(x))} dx \quad (1)$$

Ainsi, un des résultats de cette optimisation est le profil de la variable de contrôle à chaque position du parcours $T_{mot}^*(x)$:

$$T_{mot}^*(x) = \arg \min \int_0^{x_{final}} \frac{1}{v_{cyc}(x, T_{mot}(x))} dx \quad (2)$$

sous les contraintes suivantes :

- l'évolution des variables d'état est contrainte par les équations différentielles discrétisées qui sont précisées dans le paragraphe 2.3.
- l'état d'énergie du moyen de stockage SOE doit être maintenu entre 0 et 1
- le couple moteur T_{mot} est borné entre deux limites $[-T_{max}; T_{max}]$ et la puissance moteur $P_{mot} = \frac{T_{mot} v_{cyc}}{R_{wheel}}$ entre $[-P_{max}; P_{max}]$
- l'état de charge initial $SOE(0)$ doit être égal à l'état de charge final $SOE(x = x_{final})$

Notons que les grandeurs sont toutes exprimées en fonction de la variable x qui est la position horizontale projetée sur le

parcours, et non pas en fonction du temps t comme il est habituel de le voir dans les problèmes de commande optimale. La raison est que nous ne connaissons pas l'instant final t_{final} mais seulement les positions initiale et finale sur le parcours $x_{initial} = 0$ et x_{final} . Les équations différentielles régissant l'évolution des variables d'état SOE et v_{cyc} , dépendant habituellement du temps, doivent donc être réécrites afin de faire apparaître des dérivées par rapport à x et non plus par rapport à t . Elles doivent également être discrétisées, la résolution par programmation dynamique imposant une approche discrète du problème. Le pas de discrétisation sera considéré comme constant

le long du parcours.

2.3. Modélisation

2.3.1. Partie mécanique : variable v_{cyc}

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à un cycle de masse $M_{eq} = m_{cycle} + m_{human}$, dont l'inertie des roues sera négligée, soumis à des frottements aérodynamiques ainsi que de roulements, se déplaçant à une vitesse v_{cyc} le long d'un trajet d'élévation $z(x)$, et dont la somme des couples moteurs ramenés à la roue est notée T_{mot} donne :

$$M_{eq} \frac{dv_{cyc}}{dt} = \frac{T_{mot}(t)}{R_{wheel}} - \frac{1}{2} \rho SC_x v_{cyc}(t)^2 - M_{eq} g \left(C_{rr} + \frac{dz}{dx} \right) \quad (3)$$

En faisant apparaître des dérivées par rapport à la variable x :

$$M_{eq} \frac{dv_{cyc}}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{T_{mot}(x)}{R_{wheel}} \frac{dt}{dx} - \frac{1}{2} \rho SC_x v_{cyc}(x)^2 \frac{dt}{dx} - M_{eq} g \left(C_{rr} + \frac{dz}{dx} \right) \frac{dt}{dx} \quad (4)$$

on obtient :

$$M_{eq} \frac{dv_{cyc}}{dx} = \frac{T_{mot}(x)}{R_{wheel} v_{cyc}(x)} - \frac{1}{2} \rho SC_x v_{cyc}(x) - \frac{M_{eq} g}{v_{cyc}(x)} \left(C_{rr} + \frac{dz}{dx} \right) \quad (5)$$

Pour pouvoir résoudre numériquement cette équation différentielle et s'en servir dans un algorithme itératif, il convient de l'écrire sous la forme d'une équation aux différences sous la forme :

$$v_{cyc}[k+1] = f(v_{cyc}[k], \dots) \quad (6)$$

En multipliant l'équation 5 par $v_{cyc} dx$, on peut la réécrire sous la forme suivante :

$$M_{eq} v_{cyc} dv_{cyc} = \left(\frac{T_{mot}(x)}{R_{wheel}} - M_{eq} g \left(C_{rr} + \frac{dz}{dx} \right) \right) dx - \frac{1}{2} \rho SC_x v_{cyc}^2 dx \quad (7)$$

Puis, en intégrant de la position $x[k]$ à la position $x[k+1]$, on obtient :

$$M_{eq} \left(\frac{v_{cyc}[k+1]^2 - v_{cyc}[k]^2}{2} \right) = \left(\frac{T_{mot}[k]}{R_{wheel}} - M_{eq} g C_{rr} \right) \Delta x - M_{eq} g \Delta z[k] - \frac{1}{2} \rho SC_x \frac{v_{cyc}[k+1]^2 + v_{cyc}[k]^2}{2} \Delta x \quad (8)$$

On peut ainsi noter que cette formulation revient à écrire un bilan d'énergie entre les positions $x[k]$ et $x[k+1]$:

$$\Delta W_{kinetic} = \Delta W_{mot} - \Delta W_{rolling} + \Delta W_{potential} - \Delta W_{aerodrag} \quad (9)$$

Nous pouvons alors exprimer $v_{cyc}[k+1]$ en fonction des autres grandeurs. La solution de cette équation du second degré est évidente car seule la racine positive est une solution possible :

$$v_{cyc}[k+1] = \sqrt{\frac{M_{eq} \frac{v_{cyc}[k]^2}{2} + \left(\frac{T_{mot}[k]}{R_{wheel}} - M_{eq} g C_{rr} \right) \Delta x - M_{eq} g \Delta z[k] - \frac{1}{2} \rho SC_x \frac{v_{cyc}[k]^2}{2} \Delta x}{\frac{M_{eq}}{2} + \frac{1}{4} \rho SC_x \Delta x}} \quad (10)$$

Pour le phase dite "Backward" d'un algorithme basé sur la programmation dynamique, il est aussi utile d'exprimer $v_{cyc}[k]$ en fonction de $v_{cyc}[k+1]$:

$$v_{cyc}[k] = \sqrt{\frac{M_{eq} \frac{v_{cyc}[k+1]^2}{2} - \left(\frac{T_{mot}[k]}{R_{wheel}} + M_{eq} g C_{rr} \right) \Delta x - M_{eq} g \Delta z[k] + \frac{1}{2} \rho SC_x \frac{v_{cyc}[k+1]^2}{2} \Delta x}{\frac{M_{eq}}{2} - \frac{1}{4} \rho SC_x \Delta x}} \quad (11)$$

2.3.2. Partie énergétique : variable SOE

La puissance utilisée pour faire avancer le cycle provient, en partie, d'un élément de stockage de capacité énergétique nominale W_{rated} . Ce dernier stocke et/ou fournit deux puissances distinctes :

$P_{mot} = \frac{T_{mot}v_{cyc}}{R_{wheel}}$: la puissance motrice qui est celle nécessaire à faire avancer le véhicule. Cette puissance sera comptée positivement lorsqu'elle accélère le véhicule et négativement dans le cas d'un freinage récupératif.

$P_{human} = 120W$ typ. : la puissance humaine de pédalage fournie par l'intermédiaire d'une génératrice électrique. Cette puissance sera considérée comme constante égale à 120W dans la suite.

En intégrant de l'instant $[k]$ à l'instant $[k + 1]$, on obtient :

$$W_{rated} (SOE[k + 1] - SOE[k]) = P_{human}\Delta t[k] - \frac{T_{mot}}{R_{wheel}}\Delta x \quad (16)$$

avec

$$\Delta t[k] = \frac{2\Delta x}{v_{cyc}[k + 1] + v_{cyc}[k]} \quad (17)$$

Nous pouvons alors exprimer $SOE[k + 1]$ en fonction des autres grandeurs.

$$SOE[k + 1] = \frac{1}{W_{rated}} \left(P_{human}\Delta t[k] - \frac{T_{mot}}{R_{wheel}}\Delta x \right) + SOE[k] \quad (18)$$

Pour la phase "backward", il peut être utile d'exprimer $SOE[k - 1]$ en fonction de $SOE[k + 1]$, c'est ici trivial.

2.4. Algorithme

L'intérêt de l'utilisation de la programmation dynamique pour résoudre ce type de problème a déjà été évoqué dans le paragraphe 1.2. Nous n'évoquons dans cette partie que les aspects numériques liés à l'utilisation de cet outil.

La résolution d'un problème de contrôle optimal à l'aide de la programmation dynamique impose de discrétiser l'espace d'état. Dans notre cas, l'état est de dimension deux, et est entièrement défini par le couple $(v_{cyc}; SOE)$. La variable de contrôle, ici T_{mot} doit également être discrétisée. Le choix des pas de discrétisation de ces trois grandeurs est important car le temps de calcul tout comme l'espace mémoire requis augmente en $N_{v_{cyc}} \times N_{SOE} \times N_{T_{mot}} \times N_x$ où N_x est le nombre de point de discrétisation du parcours à effectuer.

Un des intérêts de la programmation dynamique est que la solution trouvée (si solution il y a) est garantie d'être la solution globale. Cependant, la convergence n'est pas nécessairement assurée, en particulier selon la manière dont les contraintes du problème sont gérées numériquement. Ces problématiques sont très bien évoquées dans la référence [5].

L'équation différentielle de l'évolution temporelle de l'état de charge du système de stockage SOE est :

$$W_{rated} \frac{dSOE}{dt} = P_{human}(t) - P_{mot}(t) \quad (12)$$

De la même manière que précédemment, nous souhaitons faire apparaître des dérivées liées à la position x :

$$W_{rated} \frac{dSOE}{dt} \frac{dt}{dx} = (P_{human}(x) - P_{mot}(x)) \frac{dt}{dx} \quad (13)$$

$$W_{rated} \frac{dSOE}{dx} = \frac{P_{human}(x) - P_{mot}(x)}{v_{cyc}} \quad (14)$$

Le passage vers une équation aux différences peut, là aussi, être obtenu à partir d'un bilan d'énergie :

$$W_{rated}dSOE = \frac{P_{human}(x)}{v_{cyc}}dx - \frac{T_{mot}}{R_{wheel}}dx \quad (15)$$

3. RÉSULTATS

3.1. Présentation du trajet considéré

Nous considérons dans la suite un trajet réel Domicile-Travail-Domicile (donc symétrique), d'une longueur totale de 9.8km et dont le profil d'élévation est présenté sur la figure 3. Ce trajet présente un dénivelé maximal de 42.7m. Les données ont été obtenues via l'API Google Maps Elevation. Le pas de discrétisation horizontale est de 40m.

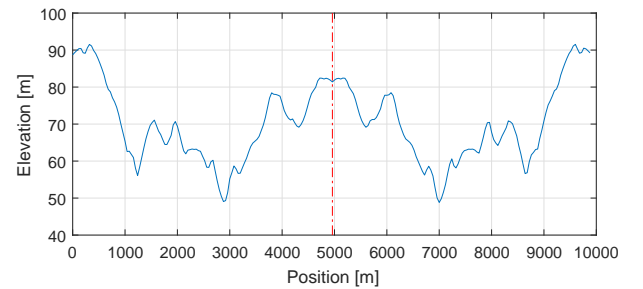


Fig. 3. Élévation le long du trajet considéré

Algorithm 1 Algorithme basé sur la programmation dynamique pour optimiser la gestion d'énergie

```

1: *Phase Backward*
Require: a discretized elevation profile of the route ( $x[k]; z[k]$ )
with  $N_x$  elements
2: for  $k = N_x$  to 2 do
3:   *entering in a loop for each point of the quantized state
space of size ( $N_{v_{cyc}} \times N_{SOE}$ )*
4:   for  $i = 1$  to  $N_{v_{cyc}}$  do
5:     for  $j = 1$  to  $N_{SOE}$  do
6:       for each quantized value of the control variable  $T_{mot}$ 
do
7:          $v_{cyc}[k-1] = f(v_{cyc}[k], T_{mot}, \dots)$ 
8:          $SOE[k-1] = f(SOE[k], T_{mot}, \dots)$ 
9:          $\Delta t[k-1] = \frac{2\Delta x}{v_{cyc}[k] + v_{cyc}[k-1]}$ 
10:      end for
11:      find the optimal value of  $T_{mot}$  that minimizes the cost-
to-go function :
12:       $CostToGo = \Delta t[k-1] + J[i, j, k]$ 
13:      Store the new time-to-go value  $J[i, j, k-1]$  and the op-
timal value  $T_{mot}^*[i, j, k]$  for this position  $x[k]$  and the
considered point of the quantized state space.
14:       $J[i, j, k-1] \leftarrow \min CostToGo$ 
15:       $T_{mot}^*[i, j, k-1] \leftarrow \arg \min CostToGo$ 
16:    end for
17:  end for
18: end for
19: *Phase Forward*
20: Definition of an initial state ( $v_{cyc}[1]; SOE[1]$ )
21: for  $k = 1$  to  $N_x - 1$  do
22:   Find, by interpolation, the optimal value of the control
variable  $T_{mot}^*[k]$  for the present position  $x[k]$  and state
( $v_{cyc}[k]; SOE[k]$ )
23:   Compute the next state ( $v_{cyc}[k+1]; SOE[k+1]$ ) accord-
ing to this value of  $T_{mot}^*[k]$ 
24: end for

```

Tableau 1. Valeurs des paramètres physiques du problème

Symbole	Description	Valeur
m_{human}	masse du cycliste	80kg
m_{cycle}	masse du véhicule à propulsion humaine hors cycliste	20kg
ρ	masse volumique de l'air	1200g/m ³
SC_x	maître-couple de l'ensemble cycle+cycliste	0.6m ²
C_{rr}	coefficient de roulement des roues sur le sol	0.01
W_{rated}	énergie stockable	cf. suite
P_{human}	puissance de pédalage fournie par le cycliste	cf. suite
R_{wheel}	rayon de la roue motrice	0,3m

3.2. Résultat sur un cas référence

Les valeurs par défaut des principaux paramètres du problème sont donnés dans le tableau 1. Les hypothèses de départ sont les suivantes :

- Nous imposons un arrêt (vitesse inférieure à 1,5m/s) du véhicule à mi-parcours.
- L'énergie embarquée est prise, dans un premier temps, égale à deux fois l'amplitude de l'énergie potentielle sur

le trajet, soit ici $W_{rated} \approx 84kJ \approx 23Wh$.

- La puissance fournie par le cycliste est considérée comme constante égale, dans un premier temps, à $P_{human} = 120W$
- Les rendements de conversion sont considérés égaux à 1.

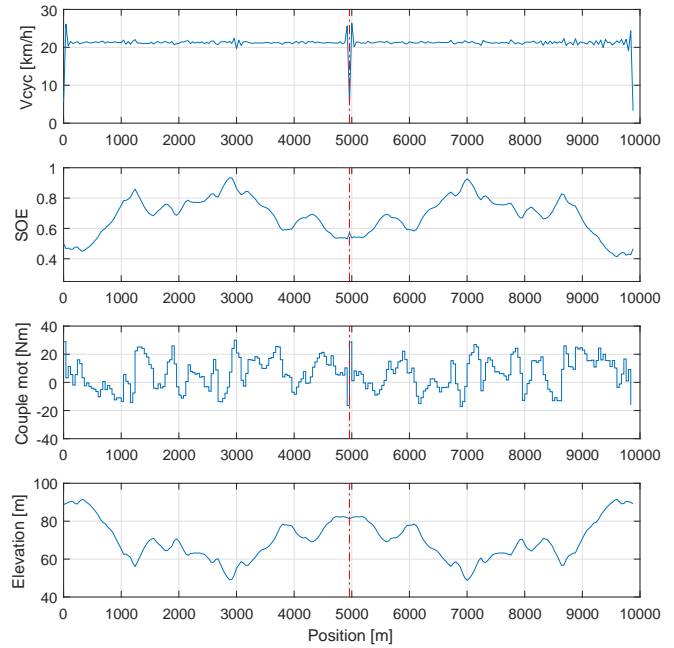


Fig. 4. Résultats obtenus sur le trajet considéré. (Temps de parcours : 1677s)

L'algorithme d'optimisation semble converger vers un profil de vitesse quasi constante pendant les phases de roulage (en dehors des phases d'accélération et de freinage). En effet, nous avons dit que minimiser le temps de parcours est équivalent à minimiser l'énergie fournie par le cycliste qui, rappelons-le, pédale ici à puissance constante. La puissance dissipée par effets aérodynamiques étant proportionnelle au cube de la vitesse, il convient d'éviter les fluctuations importantes de vitesse si l'on souhaite minimiser l'énergie dissipée.

Le résultat obtenu est donc parfaitement compréhensible et aurait même pu être prédit à l'avance. Cette prédiction reste cependant plus délicate si le niveau de puissance fournie par le cycliste évolue le long du parcours et/ou que les contraintes en termes d'état de charge sont atteintes à certains instants.

3.3. Résultat avec une quantité d'énergie réduite

Sur le résultat précédent, nous pouvons également constater que le profil d'état d'énergie du système de stockage est presque parfaitement opposé au profil d'élévation. Pour maintenir une vitesse quasi-constante, le système de stockage n'a simplement qu'à assurer un rôle de tampon de l'énergie potentielle de l'ensemble cycle+cycliste.

Les résultats présentés sur les figures 5 et 6 montrent que, lorsque l'on réduit la quantité d'énergie embarquée, les limites d'état d'énergie peuvent être atteintes. Les profils de vitesse obtenus montrent alors différents paliers avec des changements de valeurs intervenant au moment où l'état d'énergie atteint justement ses limites hautes ou basses.

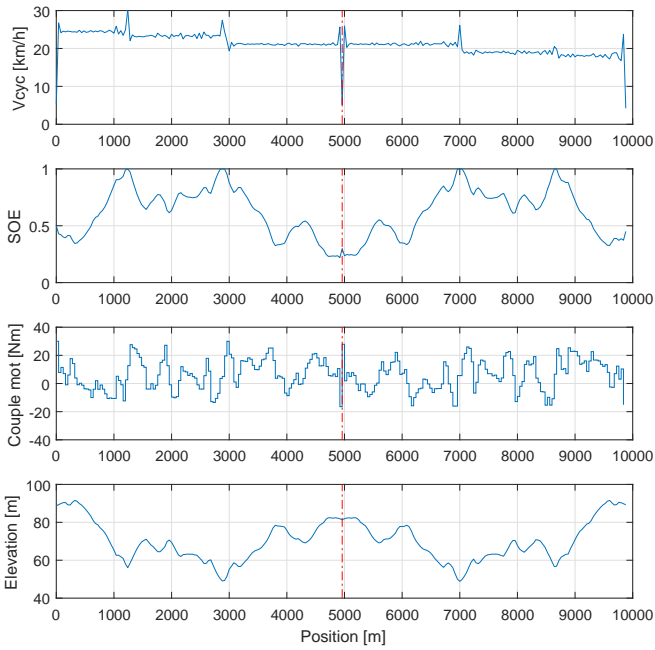


Fig. 5. Résultats obtenus pour une énergie stockable réduite à l'amplitude de l'énergie potentielle sur le trajet, soit ici $W_{rated} \approx 42\text{kJ} \approx 12\text{Wh}$. (Temps de parcours : 1698s)

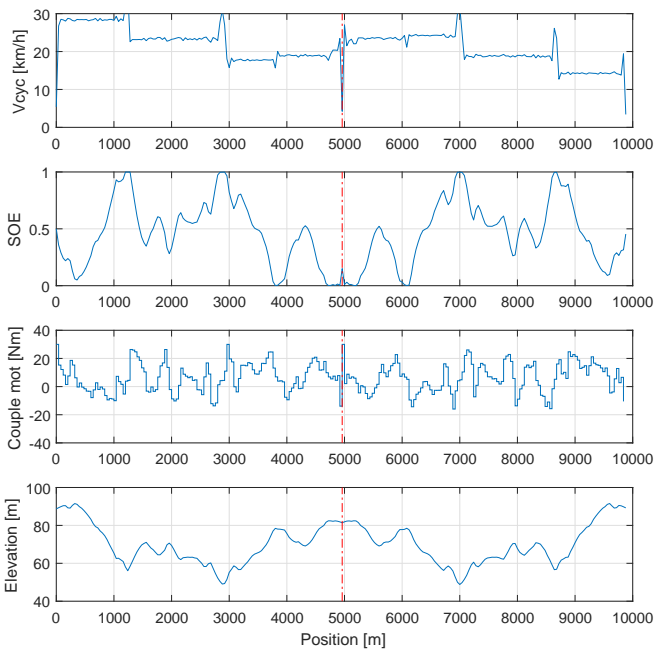


Fig. 6. Résultats obtenus pour une énergie stockable réduite à la moitié de l'amplitude de l'énergie potentielle sur le trajet, soit ici $W_{rated} \approx 21\text{kJ} \approx 6\text{Wh}$. (Temps de parcours : 1745s)

3.4. Résultat avec une évolution non prévue du niveau de puissance fournie

Nous avons pris comme hypothèse, pour notre cas de référence, que la puissance de pédalage était constante. Nous allons

étudier le scénario suivant : une puissance de pédalage constante égale à 120W pendant la première moitié de l'aller (correspondant au premier quart du trajet total), puis une puissance de pédalage qui passe à 200W pendant la deuxième moitié de l'aller, le trajet retour se faisant lui à une puissance de pédalage de 120W. Pour cela, nous calculons deux phases "Backward" (cf. Algorithme 1). Une première pour une puissance constante de 120W, une seconde pour une puissance constante de 200W. Dans la phase "Forward" de l'algorithme, le variable de contrôle T_{mot} est choisi, en fonction la puissance produite, dans l'une ou l'autre des politiques de contrôles établies en phase "Backward".

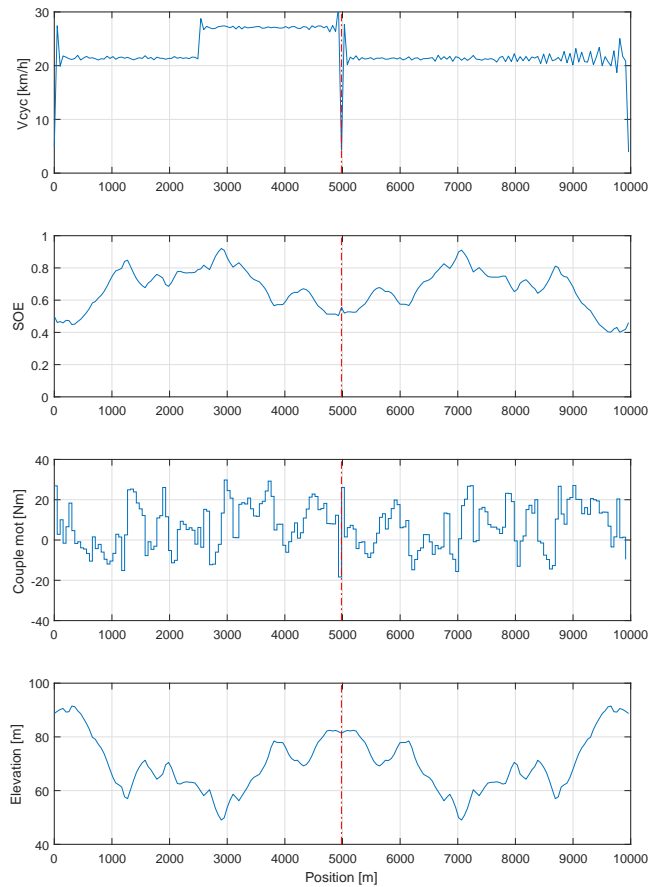


Fig. 7. Résultat obtenu pour une puissance de pédalage constante égale à 120W pendant la première moitié de l'aller (correspondant au premier quart du trajet total), puis une puissance de pédalage qui passe à 200W pendant la deuxième moitié de l'aller, le trajet retour se faisant lui à une puissance de pédalage de 120W. (Temps de parcours : 1603s)

Les résultats de ce scénario sont présentés sur la figure 7. On peut constater un changement de la vitesse de croisière à partir du moment où la puissance de pédalage augmente. Nous imposons toujours une contrainte d'arrêt à mi-parcours. La vitesse de croisière pour le trajet retour revient ensuite sur un niveau similaire à celui que l'on observe en première phase de l'aller ou bien sur la portion retour du résultat de la figure 4. L'allure de l'état d'énergie du système de stockage est toujours le symétrique de celui du profil d'élévation.

En conclusion préliminaire de ces quelques études, nous pouvons dire qu'une assistance électrique autonome de type hybride série permet de "lisser le relief" tant que l'état d'énergie du système de stockage le permet. En effet, à puissance de pédalage constante, la vitesse résultante d'un algorithme de contrôle optimal ne varie pas avec le relief. Le système de stockage de l'énergie fait office de "tampon" d'énergie potentielle.

3.5. Evaluation de l'intérêt en termes de niveau de fatigue

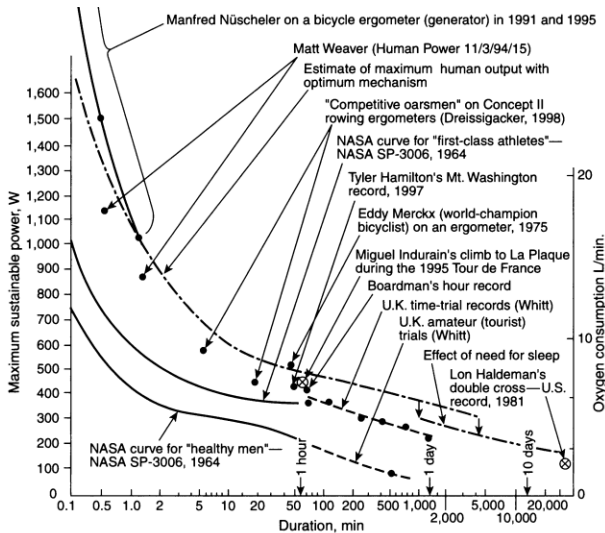


Fig. 8. Courbes d'épuisement dites de *puissance critique* [7]

Le réseau de courbes de la figure 8 est issu de [7] et représente des limites d'épuisement dans le plan Puissance de pédalage-Durée de pédalage. Intéressons-nous seulement à celle de "l'homme en bonne santé" ("healthy men" en bas à gauche). Des tests physiologiques ont permis d'établir qu'il est possible de maintenir une puissance de 200W pendant une durée d'1h avant d'être en limite d'épuisement. Une puissance de 100W peut, quant à elle, être maintenue pendant 6h (300min), tandis qu'une puissance de 750W ne peut être maintenue que pendant 6s. La relation entre la puissance et le niveau de fatigue engendrée est donc fortement non-linéaire. Sur un parcours donné, à même puissance moyenne, il apparaît donc préférable, en termes de fatigue, de maintenir une puissance de pédalage constante plutôt que fluctuante.

Sur la base de cette courbe, aussi appelée "*critical power curve*", il est possible de construire un indicateur de fatigue qui prend comme donnée d'entrée un profil temporel de puissance de pédalage $P_{human}(t)$. La courbe d'épuisement peut être écrite sous la forme d'une fonction de la durée de pédalage. Nous utiliserons plutôt la réciproque de cette fonction que l'on peut écrire sous la forme :

$$d_{exhausting} = f_{exhaust}(P_{critical}) \quad (19)$$

Nous définissons alors un indice de fatigue cumulée, fonction du profil de puissance fournie $P_{human}(t)$, de la forme :

$$i_{fatigue}(t) = \int_0^t \frac{1}{f_{exhaust}(P_{human}(t))} dt \quad (20)$$

Ce critère est construit de manière à quantifier la fatigue sous la forme d'un pourcentage d'épuisement total, en partant de l'hypothèse (critiquable) que la sensation de fatigue évolue, à puissance constante, de façon linéaire en fonction du temps. Ainsi, pédaler 30min à 200W générera un indice de fatigue de 50%.

Ici, nous considérons la puissance produite par le cycliste comme constante. L'évaluation de cet indice de fatigue est donc aisée. Nous trouvons ainsi, sur notre cas de référence, une valeur de **11%**. La valeur en elle-même n'ayant que peu d'intérêt, nous allons plutôt nous en servir comme un élément de comparaison.

Dans un premier temps, nous allons considérer le cas d'un **pédalage à puissance constante mais sans moyen de stockage de l'énergie**. Ce cas, idéal, correspondrait à un cycliste qui arriverait à suivre un niveau de puissance constant en ajustant parfaitement ses rapports de vitesse en fonction du parcours. De plus, il faudrait même que la transmission soit de type continuûment variable pour espérer se rapprocher de ce cas idéal. Voyons simplement ce cas comme une limite vers lequel le cycliste pourrait tendre sur un cycle "classique". La figure 9 représente le profil de vitesse correspondant à une puissance motrice au niveau de la roue constante et égale à 120W. On peut alors naturellement constater que la vitesse est fluctuante contrairement à précédemment où le système de stockage faisait office de tampon énergétique entre la puissance motrice et la puissance de pédalage.

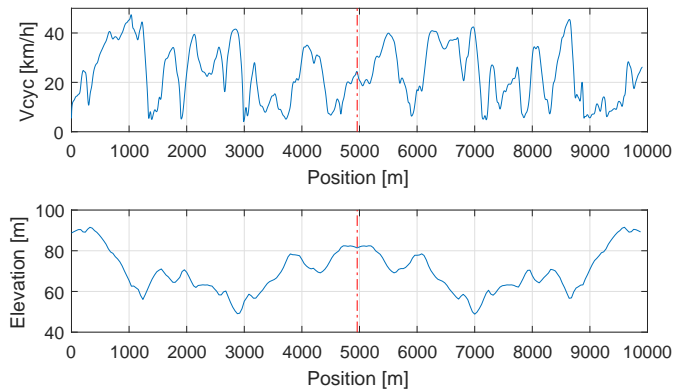


Fig. 9. Profil de vitesse résultant d'une puissance motrice constante égale à 120W (Transmission de type CVT). (Temps de parcours : 2142s)

Sur cet exemple, le temps de parcours s'allonge. Il passe de 1677s à 2142s. A même puissance de pédalage, cela fait donc grimper l'indice de fatigue à **14%**.

Il est également possible de chercher le niveau de puissance nécessaire pour revenir sur un temps de parcours identique à notre cas de référence. La figure 10 montre le profil de vitesse pour une puissance motrice et de pédalage constante égale à 174W. Notons qu'ici, le profil est représenté en fonction du temps. Le temps de parcours est identique à celui du cas de référence. Cependant, il a fallu ici fournir une puissance de 174W ce qui fait grimper l'indice de fatigue à **23%**.

4. CONCLUSIONS

Un des objectifs de ce travail est de transposer des méthodes d'optimisation, déjà appliquées dans le domaine automobile,

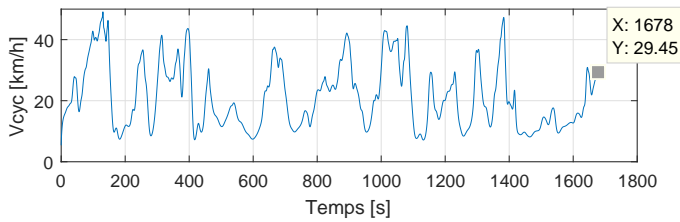


Fig. 10. Profil de vitesse résultant d'une puissance **motrice** et de pédalage constante égale à 174W (Transmission de type CVT). (Temps de parcours : 1678s)

dans le contexte de l'optimisation de la gestion d'énergie d'une assistance électrique autonome pour un véhicule à propulsion humaine. Nous avons pour cela utilisé la programmation dynamique pour résoudre un problème de contrôle optimal exprimé, non pas en fonction du temps, mais en fonction de la position. Cet originalité est nécessaire dans ce contexte où ni le profil de vitesse, ni le temps final ne peuvent être connus à l'avance. Le parcours à effectuer peut, lui, par contre être renseigné à l'avance surtout lorsqu'il s'agit de trajets réguliers.

A l'instar d'un système de navigation GPS qui nous conseillerait un trajet optimal à prendre afin de minimiser le temps de parcours, nous montrons qu'il est possible d'envisager un système de gestion d'énergie, qui, sur un trajet donné, propose un profil optimal de vitesse afin de minimiser l'énergie fournie et le temps de parcours. Ce profil de vitesse est optimisé pour un niveau de puissance fournie donné, mais peut parfaitement être recalculé en cours de parcours si le cycliste change ce niveau de puissance, de la même manière qu'un système GPS recalculerait un nouveau trajet suite à un changement de direction du conducteur.

Cela pose bien évidemment le problème de la délégation de conduite à un système informatique qui déciderait pour nous de la vitesse à suivre. En situation réelle, il resterait bien évidemment indispensable que le cycliste puisse garder la possibilité de

prendre la main sur un tel système de délégation.

Un second objectif de cet article est de se servir de cet outil d'optimisation comme un moyen d'évaluation de l'intérêt d'une assistance électrique autonome en termes de fatigue. Un indicateur de fatigue a donc été présenté. La valeur en tant que telle de cet indicateur n'a que peu d'intérêt, mais il fournit un moyen de comparaison entre différents cas. Nous avons ainsi montré qu'une assistance électrique autonome, bien que n'utilisant pas d'autres sources d'énergie que l'énergie humaine de pédalage, permet d'optimiser l'utilisation de cette dernière et ainsi de réduire le temps de parcours et le niveau de fatigue du cycliste.

L'intérêt d'une telle technologie n'est bien évidemment pas de réduire l'activité physique de personnes qui en font déjà de façon régulière, mais plutôt de faciliter celle de ceux qui n'en font pas assez. En effet, la fatigue ressentie (ou pressentie) est un frein connu à l'utilisation du vélo et ce système permettrait d'aider à franchir cette barrière.

5. RÉFÉRENCES

- [1] Judicaël Aubry, Bertrand Barbedette. Évaluation de l'intérêt d'une hybridation série pour un véhicule à propulsion humaine. Pré-dimensionnement d'une génératrice-pédalier. Symposium de Génie Électrique 2014, Jul 2014, Cachan, France. <hal-01065195>
- [2] Article sur les véhicules à propulsion humaine, [Wikipédia](#)
- [3] "Zehus|Wize Hub." [Online]. Available : <http://www.zehus.it/>
- [4] Zhang, X., Mi, C. (2011). Vehicle Power Management. London : Springer London. doi :10.1007/978-0-85729-736-5
- [5] Guzzella L., Sciarretta A. (2013). Vehicle Propulsion Systems : Introduction to Modeling and Optimization. 3rd edition. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. doi :10.1007/978-3-642-35913-2
- [6] Chen, Y., Li, X., Wiet, C., Wang, J. (2013). Energy Management and Driving Strategy for In-Wheel Motor Electric Ground Vehicles with Terrain Profile Preview. IEEE Transactions on Industrial Informatics, PP(99), 1–1. doi :10.1109/TII.2013.2290067
- [7] F. Whitt and D. Wilson, *Bicycling science*. 1982.
- [8] R. Wang and S. M. Lukic (2012), Dynamic programming technique in hybrid electric vehicle optimization, 2012 IEEE International Electric Vehicle Conference (IEVC)