

Critère de stabilité analytique pour les régulations locales de tension des producteurs décentralisés

Marjorie COSSON^{1, 3}, Hervé GUEGUEN², Pierre HAESSIG², Didier DUMUR¹,
Cristina STOICA MANIU¹, Vincent GABRION³, Gilles MALARANGE³

¹ Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S, UMR 8506 CentraleSupélec – CNRS – Université Paris-Sud), Département Automatique, 3 rue Joliot Curie, 91192 Gif-sur-Yvette, France ; ² CentraleSupélec-IETR, Avenue de la Boulaie, CS47601, 35576 Cesson Sévigné Cedex, France ; ³ EDF R&D, Département EFESE, 92410 Clamart, France.

RÉSUMÉ – Parmi les conséquences du développement massif de la production raccordée aux réseaux de distribution, le maintien de la tension dans les bornes admissibles est un enjeu important. Afin de limiter les excursions de tension dues aux producteurs décentralisés, des régulations locales de la puissance réactive des producteurs sont envisagées. Cependant, ces régulations peuvent mettre en danger la stabilité des réseaux. Ces travaux proposent d'établir un critère de stabilité ajustant la rapidité de la régulation aux paramètres du réseau. Ce critère est tout d'abord établi formellement et de façon explicite dans le cas d'un réseau accueillant une seule régulation $Q(U)$. Puis le critère proposé est étendu aux réseaux accueillant plusieurs régulations. Ainsi, les gestionnaires de réseau pourront proposer aux producteurs équipés de régulations $Q(U)$ des réglages assurant la stabilité et évaluer la marge de stabilité associée au réglage.

Réseaux électriques de distribution, stabilité, régulation locale de tension, production décentralisée.

1. INTRODUCTION

Au cours des dernières années, le nombre de producteurs raccordés aux réseaux de distribution – appelés producteurs décentralisés – a fortement augmenté, modifiant ainsi le fonctionnement des réseaux électriques de distribution [1]-[2]. Une des conséquences de ce phénomène est l'augmentation de la tension sur les réseaux de distribution accueillant de la production décentralisée [3]. Pour être capable de maintenir la tension dans les bornes admissibles, plusieurs solutions ont été envisagées par les gestionnaires de réseaux de distribution. La première consiste à renforcer les lignes électriques afin d'augmenter la capacité d'accueil des réseaux, mais cette solution est très coûteuse. ERDF estime que le raccordement d'un mégawatt d'installation photovoltaïque coutera 300 k€ euros en 2030 [4]. Afin d'éviter ces investissements, de nombreuses alternatives au renforcement des réseaux électriques ont été étudiées dans la littérature [5]. On ne citera ici que les régulations locales de puissance réactive en fonction de la tension dites régulations $Q(U)$ [6]-[9]. Le producteur décentralisé mesure de la tension à ses bornes et ajuste, en temps réel, sa consigne de puissance réactive suivant une courbe donnée. La forme de la loi de commande présentée figure 1 est celle retenue par ERDF [10].

Ces régulations fonctionnent en boucle fermée comme on peut le voir figure 1. Ceci peut représenter un risque pour la stabilité des départs. Dans la littérature, à notre connaissance, peu de travaux traitent des problématiques de stabilité des régulations $Q(U)$. En effet, ce type d'études pose des défis lorsque les systèmes étudiés ne sont pas linéaires. Ici, la loi de commande $Q(U)$ est affine par morceaux avec cinq zones de fonctionne-

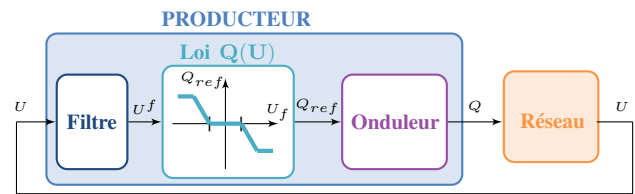


Fig. 1. Structure générale d'un réseau accueillant un producteur équipé d'une régulation $Q(U)$

ment (figure 1). Afin de tester la stabilité de réseaux accueillant un ou plusieurs producteurs équipés de régulations $Q(U)$, des simulations et des expérimentations ont été menées.

Les différents départs étudiés par [11] ou [12] restent stables malgré les régulations $Q(U)$. Cependant, d'autres travaux tirent des conclusions contraires. Par exemple, [13] identifie des cas d'instabilité de la tension en simulant le fonctionnement d'un producteur équipé d'une régulation $Q(U)$. On peut aussi citer [14] qui étudie la sensibilité de la stabilité par rapport à la rapidité du filtre de mesure dans le cas d'un départ accueillant trois producteurs équipés de régulations $Q(U)$. Cette étude de sensibilité permet de conclure, pour le cas d'étude testé, que si tous les régulateurs ont un filtre de mesure passe-bas du premier ordre de constante de temps supérieure à deux secondes, alors le système est stable. Sans formalisation de l'analyse de stabilité des régulations $Q(U)$, il semble compliqué de pouvoir généraliser ces résultats. Récemment, [15] propose une étude analytique de la stabilité d'une régulation $Q(U)$ dans une des zones linéaires de la loi de commande $Q(U)$ (figure 1). Cette hypothèse permet d'étudier la stabilité du système par ses valeurs propres, mais restreint fortement le champ de validité de l'étude.

Dans des travaux préliminaires [16], nous avons développé une méthode permettant de s'affranchir de cette hypothèse grâce à la construction de "l'abstraction discrète" du système. Celle-ci permet, entre autres, de proposer aux gestionnaires de réseau de distribution un outil qui, lors de l'étude de raccordement d'un nouveau producteur, permet de tester la stabilité des réglages proposés. Cet outil permet d'étudier un grand nombre de systèmes différents, mais demande une importante puissance de calcul et ne permet pas d'évaluer la marge de stabilité d'un réglage ce qui semble un paramètre important pour les études de raccordement.

Ici, un critère de stabilité est proposé pour un réseau accueillant des producteurs équipés de régulations $Q(U)$. Il est exprimé en fonction des paramètres de la régulation et du réseau. Un tel critère simplifie l'étude de stabilité particulièrement dans le cas de « grands » systèmes et permet d'évaluer la marge de stabilité du réglage choisi.

La partie 2 présente la modélisation proposée du système étu-

Cette étude a été menée dans le cadre de l'Institut RISEGrid (www.supelec.fr/342_p_36889/risegrid.html), un programme de recherche conjoint entre CentraleSupélec et EDF ('Électricité de France') sur les réseaux de distribution intelligents.

dié. Ensuite, la partie 3 détaille l'établissement du critère de stabilité dans le cas d'un réseau accueillant un seul producteur. Ce critère est étendu aux réseaux accueillant plusieurs régulations $Q(U)$ (partie 4). Finalement, les ordres de grandeur proposés ici sont discutés dans la partie 5 en s'appuyant sur des cas d'étude et sur les valeurs préconisées dans les codes de réseau. La dernière partie présente les conclusions et les perspectives des travaux.

2. MODÉLISATION DU SYSTÈME

On considère un départ moyenne tension accueillant des consommateurs et des producteurs équipés de la même régulation locale de la puissance réactive en fonction de la tension. La régulation $Q(U)$ choisie par ERDF [17] est à temps discret avec un temps d'échantillonnage (T_e) d'une seconde. Le but de l'étude est d'étudier les éventuelles oscillations de tension générées par ces régulations. On peut dire que, si elles existent, les oscillations de tension auront une période supérieure au temps d'échantillonnage des régulations et donc d'au moins quelques secondes. Vu la dynamique des phénomènes à étudier, nous choisissons un modèle quasi stationnaire pour représenter le système [18].

Dans un premier temps, nous nous intéressons à la modélisation des producteurs équipés de régulations $Q(U)$. Ces derniers sont généralement raccordés au réseau via des convertisseurs de puissance. Les régulations de puissance réactive de ces derniers – dites boucles externes – adaptent la courant injecté au réseau pour suivre la référence de puissance Q_{ref} calculée par la régulation $Q(U)$. Cette boucle a généralement un temps de réponse inférieur à la seconde [19]. Or, dans ces travaux, nous souhaitons étudier des phénomènes dont la période est de l'ordre de quelques secondes. Par conséquent, nous proposons de représenter la boucle externe des convertisseurs de puissance en régime permanent soit par un gain unitaire.

$$Q = Q_{ref} \quad (1)$$

Ainsi, la dynamique des producteurs est déterminée uniquement par celle de leur régulation $Q(U)$. Cette dernière se compose d'un filtre passe-bas d'ordre un à temps discret ($T_e = 1s$) et d'une loi de commande de la puissance réactive en fonction de la tension filtrée présentant une bande morte et des saturations [17]. Le filtre de mesure, spécifié sous une forme récurrente, est caractérisé par le paramètre $a \in [0, 1]$ image du pouvoir de lissage du filtre. Plus a est proche de un, plus les variations de la tension U sont lissées, c'est-à-dire plus le filtre est lent. On considère que les n producteurs équipés de régulations $Q(U)$ ont le même filtre de mesure. Dans la suite, on note $\mathbf{U}(k) \in \mathbb{R}^n$ le vecteur des amplitudes des tensions aux bornes de chacun des producteurs à l'instant kT_e . $\mathbf{U}_f(k) \in \mathbb{R}^n$ représente le vecteur des tensions en sortie des filtres de mesure.

$$\mathbf{U}_f(k+1) = a\mathbf{U}_f(k) + (1-a)\mathbf{U}(k) \quad (2)$$

La loi de commande de puissance réactive en fonction de la tension est affine par morceaux avec cinq zones de fonctionnement. Pour n producteurs, il y a donc 5^n zones de fonctionnement linéaire. Pour $i(k) \in \mathcal{I}_n = \{1, \dots, 5^n\}$ tel que $\mathbf{U}_f(k) \in \mathcal{D}_{i(k)}$, on peut écrire :

$$\mathbf{Q}(k) = \mathbf{G}(i(k))\mathbf{U}_f(k) + \mathbf{H}(i(k)) \quad (3)$$

Avec $\mathbf{Q}(k) \in \mathbb{R}^n$ le vecteur des puissances réactives des n producteurs. $\mathbf{G}(i(k)) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ représente la matrice diagonale dont le j -ème terme est le coefficient directeur de la loi de commande du j -ème producteur dans le i -ème mode de fonctionnement. De la même façon, $\mathbf{H}(i(k)) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des ordonnées à l'origine.

Finalement, le modèle retenu pour les producteurs est composé d'un filtre de mesure linéaire agrégé à temps discret et d'une loi de commande agrégée affine par morceaux avec 5^n

zones de fonctionnement. Il reste à modéliser le réseau auquel sont raccordés les producteurs. Dans un modèle quasi stationnaire, le réseau est usuellement représenté par les équations de répartition des charges [20]. Ce système d'équations n'est ni linéaire ni explicite et est donc généralement résolu de façon numérique. Ici nous souhaitons obtenir un modèle explicite afin de pouvoir étudier la stabilité du système. Pour ce faire, nous linéarisons les équations de répartition des charges autour d'un point de fonctionnement [21]-[22].

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \mathbf{K}_Q \Delta \mathbf{Q}(k) + \Delta \mathbf{U}_d(k) \quad (4)$$

La matrice $\mathbf{K}_Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ représente les coefficients de sensibilité des tensions aux variations des puissances réactives de chaque producteur. On note ΔX les variations de cette grandeur par rapport au point de fonctionnement choisi. $\Delta \mathbf{U}_d(k) \in \mathbb{R}^n$ est un terme de perturbation regroupant l'influence de l'ensemble des grandeurs non commandables telles que les puissances actives des producteurs, les puissances consommées, etc. L'étude se limitant à l'échelle de quelques secondes, nous ferons donc l'hypothèse que le terme des perturbations agrégées peut être considéré comme constant.

$$\forall k \in \mathbb{N}, \quad \mathbf{U}_d(k) = \mathbf{U}_d \in [\underline{\mathbf{U}}_d, \overline{\mathbf{U}}_d] \quad (5)$$

Finalement, le modèle proposé est représenté figure 2.

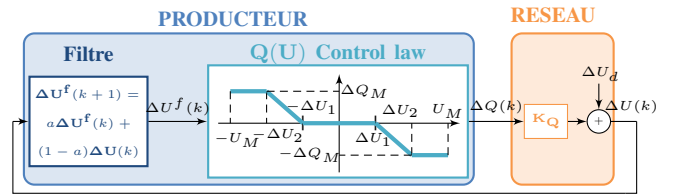


Fig. 2. Modèle proposé pour l'étude de la stabilité d'un réseau accueillant des producteurs équipés de régulations $Q(U)$

Comme on peut le voir figure 2, le système évolue en boucle fermée. On pose :

$$\begin{cases} \mathbf{A}(i) = a\mathbf{I}_n + (1-a)\mathbf{K}_Q\mathbf{G}(i) \\ \mathbf{B}(i) = (1-a)(\Delta \mathbf{U}_d + \mathbf{H}(i)) \end{cases} \quad (6)$$

Lorsque $\Delta \mathbf{U}_f(k) \in \mathcal{D}_i$ on peut écrire la dynamique du système en boucle fermée comme suit :

$$\Delta \mathbf{U}_f(k+1) = \mathbf{A}(i)\Delta \mathbf{U}_f(k) + \mathbf{B}(i) \quad (7)$$

Le risque d'instabilité d'un tel système a été illustré dans des travaux précédents [16]. Le système est dit instable lorsqu'il existe des trajectoires qui, au bout d'un certain temps :

- restent dans un mode de fonctionnement linéaire instable,
- ou ne restent jamais dans le même mode linéaire. On dit alors que la trajectoire décrit un cycle.

L'étude de la stabilité des modes linéaires peut se faire avec les outils classiques d'automatique linéaire, mais l'étude des cycles est complexe du fait, notamment, de la non-linéarité de la loi de commande. Une méthode d'étude formelle de la stabilité de ce système a été proposée [23]. Cependant, la charge de calculs associée à la méthode et l'impossibilité d'exprimer une marge de stabilité compliquent son utilisation lors des études de raccordement menées par les gestionnaires de réseau de distribution. Afin de contourner cette difficulté, nous proposons ici d'établir un critère de stabilité facilitant l'étude des cycles quitte à faire quelques hypothèses simplificatrices.

3. CRITÈRE DE STABILITÉ POUR UN PRODUCTEUR

3.1. Méthodologie et hypothèses simplificatrices

Le but de cette étude est de formuler une condition suffisante à la stabilité du système. Pour y parvenir, nous proposons, pour chacun des cycles, de supposer son existence et d'exprimer des conditions nécessaires à l'existence du cycle en fonction des paramètres du système. Ainsi, si ces conditions ne sont pas remplies, le cycle ne peut pas exister. Il convient de noter que, pour pouvoir appliquer cette méthode, il faut tout d'abord établir une liste exhaustive des cycles possibles. Or, le nombre de cycles possibles augmente exponentiellement avec le nombre de régulations $Q(U)$. Nous allons ici nous limiter à l'étude d'un seul producteur équipé d'une régulation $Q(U)$. Le tableau 1 détaille l'expression des paramètres de la loi de commande dans le cas à un producteur et donc cinq zones de fonctionnement possibles.

i	$G(i)$	$H(i)$	\mathcal{D}_i
1	0	Q_M	$] -\Delta U_M, -\Delta U_2]$
2	$\sigma = \frac{-Q_M}{\Delta U_2 - \Delta U_1}$	$\sigma \Delta U_1$	$] -\Delta U_2, -\Delta U_1]$
3	0	0	$] -\Delta U_1, \Delta U_1]$
4	σ	$-\sigma \Delta U_1$	$] \Delta U_1, \Delta U_2]$
5	0	$-Q_M$	$] \Delta U_2, \Delta U_M]$

Tableau 1. Paramètres de la loi de commande $Q(U)$

À partir des paramètres de la loi de commande $Q(U)$, on peut définir les paramètres décrivant le fonctionnement en boucle fermée du système décrit (6). Dans le cas à un producteur, pour tout $i \in \mathcal{I}_1$, on a $A(i) \in \mathbb{R}$ et $B(i) \in \mathbb{R}$.

i	$A(i)$	$B(i)$
1	a	$(1-a)(\Delta U_d + K_Q \Delta Q_M)$
2	$a + (1-a)K_Q \sigma$	$(1-a)(\Delta U_d + K_Q \sigma \Delta U_1)$
3	a	$(1-a)\Delta U_d$
4	$a + (1-a)K_Q \sigma$	$(1-a)(\Delta U_d - K_Q \sigma \Delta U_1)$
5	a	$(1-a)(\Delta U_d - K_Q \Delta Q_M)$

Tableau 2. Paramètres du fonctionnement en boucle fermée dans la i -ème zone linéaire de la régulation $Q(U)$

Malgré cette hypothèse, il existe un nombre infini de cycles possibles. Afin de pouvoir mener l'étude exhaustive, nous allons nous limiter à l'étude de cycles entre deux zones de fonctionnement linéaire. On appellera ces cycles des *cycles simples*. Cette hypothèse se justifie, car ce sont les seuls cycles qui ont été mis en évidence lors des études de stabilité formelles [16].

Finalement, voici la liste exhaustive des cycles possibles.

$1 \leftrightarrow 2$	$1 \leftrightarrow 3$	$1 \leftrightarrow 4$	$1 \leftrightarrow 5$
	$2 \leftrightarrow 3$	$2 \leftrightarrow 4$	$2 \leftrightarrow 5$
		$3 \leftrightarrow 4$	$3 \leftrightarrow 5$
			$4 \leftrightarrow 5$

Tableau 3. Liste complète des cycles simples possibles pour une seule régulation $Q(U)$

Nous noterons C_{ij} l'existence du cycle entre les zones de fonctionnement linéaires i et j et $\overline{C_{ij}}$ son inexistence. Afin d'exprimer des conditions suffisantes à la stabilité, nous proposons de raisonner par l'absurde. Pour chacun des cycles de la liste 3, nous allons supposer son existence. On sait que C_{ij} implique :

- Il existe au moins un point de \mathcal{D}_i qui vient de \mathcal{D}_j et inversement ;
- Il existe au moins un point fixe de C_{ij} qui appartient à \mathcal{D}_i et un autre à \mathcal{D}_j .

Finalement, la méthode proposée établit les conditions nécessaires sur les paramètres du système pour vérifier ces deux propositions. Ainsi, nous pouvons dire que si l'une des conditions

nécessaires n'est pas remplie alors le cycle ne peut pas exister. Nous proposons d'illustrer chacune des étapes sur un cycle particulier du système décrit tableau 1.

3.2. Étape 1 : étude du prédécesseur de chaque domaine

Afin de mener cette étude, nous définissons la notion de prédécesseurs d'un domaine :

$$Pred(\mathcal{D}) = \{u \in \mathcal{U} \mid A(i)x + b(i) \in \mathcal{D} \text{ avec } i : x \in \mathcal{D}_i\} \quad (8)$$

Avec $\mathcal{U} = \cup_{i \in \mathcal{I}_1} (\mathcal{D}_i)$ l'espace d'état. On peut dire que :

$$\forall (i, j) \in \mathcal{I}_1^2, \quad C_{ij} \Rightarrow \begin{cases} Pred(\mathcal{D}_i) \cap \mathcal{D}_j \neq \emptyset \\ Pred(\mathcal{D}_j) \cap \mathcal{D}_i \neq \emptyset \end{cases} \quad (9)$$

Nous allons détailler les calculs dans le cas du cycle entre les zones 3 et 5. On peut montrer que ce cycle ne peut pas exister, quel que soit le terme de perturbation. On montre que :

$$\begin{cases} Pred(\mathcal{D}_5) \cap \mathcal{D}_3 \neq \emptyset \Rightarrow \Delta U_2 - a\Delta U_1 \leq (1-a)\Delta U_d \\ Pred(\mathcal{D}_3) \cap \mathcal{D}_5 \neq \emptyset \Rightarrow (1-a)\Delta U_d \leq \Delta U_1 - a\Delta U_2 \\ (1-a)K_Q Q_M \end{cases} \quad (10)$$

Finalement, en combinant ces conditions nécessaires à C_{35} et en rappelant que $\sigma = -Q_M / (\Delta U_2 - \Delta U_1)$, on peut montrer que :

$$C_{35} \Rightarrow a \leq \frac{-1 - K_Q \sigma}{1 - K_Q \sigma} \quad (11)$$

On a donc une condition portant sur les paramètres de la régulation (σ et a) et du réseau (K_Q) qui est nécessaire à l'existence du cycle entre les zones 3 et 5. On peut ainsi exprimer une condition suffisante à l'inexistence de ce cycle.

On applique la même méthode pour l'ensemble des 10 cycles simples possibles de sorte que l'on obtient des conditions suffisantes à l'inexistence de l'ensemble des cycles de la liste. Il convient de noter que, avec les ordres de grandeur des départs moyenne-tension français, certaines conditions nécessaires à un cycle ne peuvent jamais être remplies.

$$\begin{aligned} \frac{-1 - K_Q \sigma}{1 - K_Q \sigma} < a &\Rightarrow \overline{C_{13}}, \overline{C_{35}} \\ \frac{-K_Q \sigma}{1 - K_Q \sigma} < a &\Rightarrow \overline{C_{12}}, \overline{C_{23}}, \overline{C_{34}}, \overline{C_{45}} \\ 0 \leq a < 1 &\Rightarrow \overline{C_{14}}, \overline{C_{15}}, \overline{C_{24}}, \overline{C_{25}} \end{aligned} \quad (12)$$

Finalement, cette première étape du calcul, basée sur l'étude des prédécesseurs, a permis de limiter la liste des cycles possibles à six au lieu de dix. De plus, nous avons montré qu'il est possible de régler le facteur de lissage du filtre a de telle manière à ce qu'aucun cycle simple ne soit possible (figure 3). Le critère proposé n'est qu'une condition suffisante à la stabilité du système. Il se peut donc qu'il soit restrictif. Afin de tenter d'étendre la zone de stabilité du critère, nous proposons de vérifier que, pour chacun des cycles encore possibles, des points fixes du cycle peuvent exister.

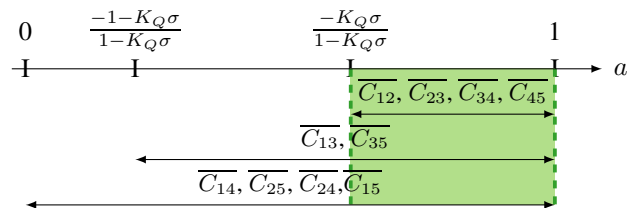


Fig. 3. Zone de réglage de la rapidité du filtre pour laquelle le système est stable (zone verte) après l'étude des prédécesseurs

3.3. Étape 2 : étude des points fixes des cycles

Pour cette étude, on définit \mathcal{S}_{ij} le sous-ensemble de \mathcal{D}_i regroupant tous les points fixes du cycle C_{ij} .

$$\mathcal{S}_{ij} = \{u(k) \in \mathcal{D}_i \mid u(k+1) \in \mathcal{D}_j \text{ et } u(k+2) = u(k)\} \quad (13)$$

De la même manière, on définit \mathcal{S}_{ji} . Dans cette partie des calculs, nous allons tenter d'identifier des conditions nécessaires à l'existence de ces sous-ensembles.

$$C_{ij} \Rightarrow \begin{cases} \mathcal{S}_{ij} \neq \emptyset \\ \mathcal{S}_{ji} \neq \emptyset \end{cases} \quad (14)$$

Nous supposons donc que le cycle entre i et j existe. À partir de (13) on peut écrire, pour tout $u \in \mathcal{S}_{ij}$, que :

$$\mathbf{A}(j) \times (\mathbf{A}(i)u + \mathbf{B}(i)) + \mathbf{B}(j) = u \quad (15)$$

En supposant que le produit $\mathbf{A}(j) \times \mathbf{A}(i)$ est différent de 1, on peut écrire :

$$u \in \mathcal{S}_{ij} \Leftrightarrow u = \frac{\mathbf{B}(j) + \mathbf{A}(j) \times \mathbf{B}(i)}{1 - \mathbf{A}(j) \times \mathbf{A}(i)} \quad (16)$$

Finalement, quel que soit le cycle C_{ij} considéré, pour une perturbation donnée, un seul point fixe de C_{ij} existe dans \mathcal{D}_i . On peut dire que le domaine \mathcal{S}_{ij} se réduit à un seul point que l'on notera u_{ij}^* . De même, on a $\mathcal{S}_{ji} = \{x_{ji}^*\}$.

Pour chaque cycle encore possible, nous allons étudier l'existence de ce point fixe en fonction des paramètres du système. Ce calcul est illustré sur le cas du cycle C_{34} . On a :

$$u_{34}^* = \frac{a+1+(1-a)K_Q\sigma}{a+1-aK_Q\sigma} \Delta U_d - \frac{K_Q\sigma}{a+1-aK_Q\sigma} \Delta U_1 \quad (17)$$

On sait que $u_{34}^* \in \mathcal{D}_3$ et que son successeur sera lui dans \mathcal{D}_4 .

$$\begin{cases} -\Delta U_1 \leq u_{34}^* \leq \Delta U_1 \\ \Delta U_1 \leq A(3)u_{34}^* + B(3) \leq \Delta U_2 \end{cases} \quad (18)$$

Grâce à la définition de u_{34}^* (17), on peut exprimer le terme de perturbation ΔU_d en fonction de u_{34}^* et des paramètres du système. Alors, le système d'inégalités peut s'écrire :

$$\begin{cases} u_{34}^* \leq \Delta U_1 \\ \frac{\Delta U_1}{a+1+(1-a)K_Q\sigma} \leq \frac{u_{34}^*}{a+1+(1-a)K_Q\sigma} \end{cases} \quad (19)$$

Ce système constitue des conditions nécessaires à l'existence du point u_{34}^* . Il convient de distinguer deux cas.

— Si $a+1+(1-a)K_Q\sigma > 0$ alors (19) revient à dire que $u_{34}^* = \Delta U_1$ qui est en fait la borne supérieure de \mathcal{D}_3 . De même, montre que :

$$u_{43}^* = \Delta U_1 = u_{34}^* = \mathcal{D}_3 \cap \mathcal{D}_4 \quad (20)$$

La trajectoire associée à C_{34} est donc un point fixe. On ne peut pas parler de comportement instable à proprement parler.

— Si $a+1+(1-a)K_Q\sigma < 0$ alors il existe des points de \mathcal{D}_3 satisfaisant (19), le cycle C_{34} risque donc d'exister.

Finalement, on a donc exprimé une condition nécessaire à l'existence de C_{34} qui est plus restrictive que celle proposée à l'issue de l'étude des prédécesseurs des cycles.

$$C_{34} \Rightarrow a \leq \frac{-1 - K_Q\sigma}{1 - K_Q\sigma} \quad (21)$$

Celle-ci nous permet d'obtenir une condition suffisante à $\overline{C_{34}}$ plus large que celle proposée par (12). Des calculs similaires ont été menés pour l'ensemble des cycles simples possibles.

3.4. Critère proposé

Finalement, on obtient grâce à l'étude des points fixes :

$$\frac{-1 - K_Q\sigma}{1 - K_Q\sigma} = a_{lim} < a \Rightarrow \text{Aucun cycle simple} \quad (22)$$

Pour conclure, dans les cas à un seul producteur équipé d'une régulation de puissance réactive en fonction de la tension, si le filtre de mesure est suffisamment lent ($a_{lim} < a$) alors le système sera stable.

On peut remarquer que la rapidité critique ($a = a_{lim}$) dépend de la pente de la loi de commande dans les zones linéaires (σ) et donc, entre autres, de la puissance nominale du producteur, mais aussi du gain du réseau (K_Q) et donc, entre autres, de la distance électrique entre le producteur et le poste source.

De plus, il convient de noter que $a_{lim} < 1$ il existe donc toujours un filtre passe-bas du premier ordre suffisamment lent pour stabiliser le système ($a_{lim} < a < 1$). On remarque aussi qu'il existe des cas naturellement stables, c'est-à-dire des cas pour lesquels $a_{lim} < 0$. Ainsi, quel que soit $a \in [0, 1[$, le système est stable.

3.5. Application à un cas d'étude réel

L'approche développée dans ces travaux est appliquée au cas d'un départ moyenne-tension exploité par ERDF à 20 kV. Ce départ accueille un producteur éolien de 6 MW situé à une quinzaine de kilomètres du poste source. Le départ raccorde environ 300 kW de consommation soit beaucoup moins que la production potentielle. Ainsi, on comprend que le départ risque d'être sujet aux problématiques de surtension. Il est donc envisagé de demander au producteur de participer au réglage de tension en s'équipant d'une régulation $Q(U)$ comme décrit figure 2. Afin d'éviter tout risque pour la stabilité du départ, on propose de régler la rapidité du filtre de mesure à l'aide de l'approche développée ici.

La première étape consiste à modéliser le système sous la forme présentée figure 1. Les paramètres de la régulation sont :

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= 750 \text{ V} & \text{et} & & \Delta U_2 &= 1000 \text{ V} \\ \Delta U_M &= 2000 \text{ V} & \text{et} & & \Delta Q_M &= 2,4 \text{ MVar} \end{aligned} \quad (23)$$

On calcule donc $\sigma = -9,6$ kVar/V. Pour calculer le gain modélisant la sensibilité du réseau, il faut connaître la puissance de court-circuit en aval du transformateur. Celle-ci est de l'ordre de 150 MVA. Avec cette donnée ainsi que les caractéristiques des lignes, on calcule $K_Q = 260$ V/MVar. Ceci nous permet d'évaluer la rapidité critique du filtre de mesure :

$$a_{lim} = 0,43 \quad (24)$$

Le comportement du système a été simulé pour différentes valeurs de a . La figure 4 présente les profils de tension aux bornes du producteur obtenus. On peut voir que lorsque le filtre est plus

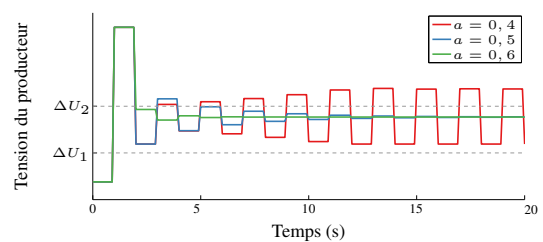


Fig. 4. Simulations dynamiques illustrant la stabilité du système lorsque le critère de stabilité n'est pas respecté ($a = 0,4$) et lorsqu'il l'est ($a = 0,5$ et $a = 0,6$).

rapide que le filtre critique ($a = 0,4$) le système est instable. Au contraire, lorsque le critère est respecté ($a = 0,5$), le système est

stable. Ce comportement est conforme à la théorie développée ici. De plus, on note que, comme prévu, plus le réglage est grand devant a_{lim} plus les oscillations sont atténuées rapidement. La marge de stabilité a augmenté.

Ainsi, on a proposé un critère de stabilité permettant de régler la rapidité du filtre dans le cas de réseau accueillant un seul producteur équipé d'une régulation $Q(U)$ avec un filtre de mesure passe-bas d'ordre un. Le critère établi est explicite et permet donc d'évaluer l'impact des paramètres du réseau et de la régulation sur la stabilité du système. Ce critère permet aussi de proposer un réglage assurant une marge de stabilité adaptée au cas d'application. Nous allons maintenant nous intéresser aux cas des réseaux accueillant plusieurs producteurs équipés de régulations.

4. CRITÈRE DE STABILITÉ POUR N PRODUCTEURS

4.1. Méthodologie

La méthode proposée précédemment se propose de réaliser une étude exhaustive des cycles simples possibles. Pour un producteur avec cinq zones de fonctionnement linéaire possible, il existe deux parmi cinq cycles simples. Pour N producteurs, on devra traiter deux parmi 5^N cycles simples. On comprend vite que cette approche ne peut pas s'étendre à l'étude d'un réseau accueillant N producteurs.

Pour contourner cette difficulté, nous proposons d'étudier le lien entre la stabilité locale et la stabilité globale à un producteur. En effet, nous avons précisé partie 2 que pour l'étude de la stabilité du système, il faut s'assurer de l'absence de cycles avec critère (22), mais aussi de la stabilité des zones de fonctionnement linéaire. Cette dernière peut s'étudier par l'intermédiaire des valeurs propres λ_i pour tout $i \in \mathcal{I}_1$.

$$\begin{cases} \lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_5 = a \\ \lambda_2 = \lambda_4 = a + (1-a)K_Q\sigma \end{cases} \quad (25)$$

Il convient de remarquer que :

$$\forall i \in \mathcal{I}_1, |\lambda_i| < 1 \Leftrightarrow a_{lim} < a < 1 \quad (26)$$

On retrouve l'expression du critère suffisant à la stabilité du système. Ainsi, pour un producteur, la stabilité locale – i.e. la stabilité de chaque zone de fonctionnement linéaire – est une condition suffisante à la stabilité globale du système.

Afin de proposer un critère de stabilité pour N producteur sans réaliser d'étude exhaustive de tous les cycles simples possibles, nous faisons la conjecture que le lien en stabilité locale et globale est aussi vrai pour N producteurs. En conséquence, l'étude de la stabilité d'un réseau accueillant N producteurs revient à l'étude des n valeurs propres de 5^N matrices d'évolution.

$$\forall i \in \mathcal{I}_n, \forall 1 \leq j \leq n, |\lambda_{i_j}| < 1 \Rightarrow \text{Stabilité globale} \quad (27)$$

À notre connaissance, il n'est pas possible de démontrer la validité de cette conjecture. Cependant, nous souhaitons l'évaluer. Pour ce faire, nous proposons de réaliser une étude statistique de la stabilité d'un grand nombre de réseaux afin de vérifier que celle-ci peut être déduite du critère proposé.

4.2. Étude statistique

L'étude statistique proposée ici porte sur l'analyse de stabilité d'un réseau moyenne tension composé de 20 nœuds et de branches de longueur allant jusqu'à 16 km. Ce réseau accueille jusqu'à quatre producteurs équipés de régulations $Q(U)$ et de puissance cumulée allant jusqu'à 10 MW. Un générateur aléatoire tire au hasard le nombre de producteurs (entre un et quatre), leur nœud de raccordement (parmi les 20 du réseau) et leur puissance nominale. 61 réseaux sont construits. Les figures 5 et 6 résumant les répartitions du nombre de producteurs et de la puissance totale raccordée pour les 61 cas étudiés.

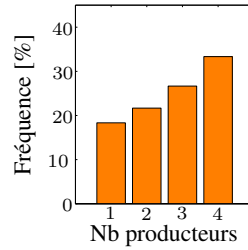


Fig. 5. Distribution du nombre de producteurs

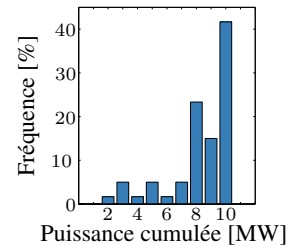


Fig. 6. Distribution de la puissance cumulée

Pour chacun d'entre eux, la stabilité est étudiée pour 6 réglages de la rapidité du filtre ($a \in \{0, 0, 1, \dots, 0, 5\}$). Ainsi, 366 scénarios sont testés. À chaque fois, la stabilité est étudiée avec l'outil formel construit lors des travaux précédents [23] et avec le critère de stabilité proposé pour N producteurs (27). Les conclusions des deux méthodes sont comparées dans le but d'évaluer la validité de la conjecture proposée. Le tableau 4 présente les résultats de la comparaison entre le cas de référence (avec le calcul formel) et le critère proposé.

Référence \ Critère	Critère		Total
	# cas stables	# cas instables	
# cas stables	208	30	238
# cas instables	0	128	128
Total	208	158	366

Tableau 4. Comparaison des conclusions du critère proposé et de la référence

À partir de cette étude menée sur 366 scénarios, nous pouvons dire que lorsque le critère est stable, alors dans 100 % des cas, le système est stable. Il n'y a aucun résultat "faux-positif", c'est-à-dire aucun système considéré stable avec le critère, mais instable avec l'outil formel. Ainsi, la conjecture formulée ici se vérifie, (27) est bien une condition suffisante à la stabilité.

On peut cependant remarquer qu'il existe des "faux négatifs". En effet, il y a 30 cas (soit 8,2 % des cas) pour lesquels le critère de stabilité ne jugeait pas le filtre suffisamment lent pour assurer la stabilité et qui se sont révélés stables après l'étude formelle. Ceci s'explique par le fait que le critère proposé ici étudie la stabilité des zones de fonctionnement linéaire, mais n'étudie pas leur atteignabilité. En effet, si une zone de fonctionnement est instable, mais qu'aucun point de fonctionnement n'appartient à cette zone, le système sera stable. Ces cas sont détectés par l'outil formel, mais pas par le critère proposé. Ainsi, la stabilité locale n'est pas équivalente à la stabilité globale. Le critère proposé est donc plus restrictif que nécessaire.

4.3. Critère proposé

Finalement, l'étude statistique menée sur 366 cas permet de valider la conjecture proposée (27). La stabilité locale est une condition suffisante à la stabilité globale du système. L'étude statistique a aussi permis de mettre en évidence le fait que le critère proposé est restrictif. En effet, l'instabilité d'une zone linéaire n'est pas une condition suffisante pour conclure à l'instabilité du système.

Quel que soit le nombre des producteurs équipés d'une régulation $Q(U)$, on peut dire que :

$$\forall i \in \mathcal{I}_n, \rho(\mathbf{A}(i)) < 1 \Rightarrow \text{Système stable} \quad (28)$$

avec $\rho(\mathbf{A})$ le rayon spectral associé à la matrice \mathbf{A} .

Il convient de noter que ce critère permet de simplifier l'étude de stabilité d'un réseau accueillant N producteurs équipés de régulation $Q(U)$ par rapport à la méthode formelle proposée [23]. Cependant, contrairement au critère pour un producteur, il n'est pas explicite. En effet, si on peut calculer numériquement les valeurs propres de matrices de grande taille, leur expression formelle est quant à elle compliquée à obtenir. Ainsi, on ne pourra expliciter ce critère que pour un faible nombre de producteurs.

5. DISCUSSION

Avant de conclure, nous présentons quelques éléments de discussions des ordres de grandeur du critère proposé dans ces travaux face aux recommandations des codes de réseau européens. Pour l'instant, le critère de stabilité proposé s'applique au cas par cas, quel que soit le nombre de producteurs raccordés au réseau, s'ils ont tous la même régulation et un filtre de mesure passe-bas du premier ordre. Pour pouvoir proposer un critère à intégrer aux codes de réseaux, il faudrait formuler un critère valable dans tous les cas. Même si ce n'est pas encore le cas ici, il est tout de même possible de comparer l'approche développée ici et les recommandations de quelques codes de réseau.

Prenons le cas de la Belgique ou de l'Autriche, leurs codes de réseau (respectivement [24] et [25]) proposent aux producteurs de participer au réglage de tension avec une régulation du type $Q(U)$, mais n'imposent aucune restriction sur la dynamique de la réponse. Comme nous l'avons vu, toutes les rapidités de filtre de mesure ne conviennent pas, même pour un réseau accueillant un seul producteur (22). Le comportement illustré figure 4 risque d'avoir lieu, ce type de recommandations représente donc un risque pour la stabilité des départs.

En Italie, les codes de réseau demandent aux producteurs équipés d'une régulation $Q(U)$ d'assurer un temps de réponse inférieur à dix secondes [26]. Or, le critère explicite pour un producteur formulé dans ces travaux (22) montre que plus le filtre de mesure est rapide plus il y a de risque pour la stabilité du système. Pour assurer la stabilité d'un producteur, quel que soit le réseau auquel il se raccorde, il faut donc demander aux producteurs un temps de réponse minimal et non maximal. Par exemple, dans le cas d'étude, $a = 0,4$ ne suffisait pas à assurer la stabilité. Or, un filtre avec $a = 0,4$ et $T_e = 1s$ a un temps de réponse de l'ordre de cinq secondes. Ce réglage respecte les recommandations de [26], mais ne permet pas d'assurer la stabilité du système.

Comme nous l'avons vu, un temps de réponse minimal est souhaitable. C'est par exemple le cas des codes de réseau allemands [27]. Ces derniers recommandent un temps de réponse entre dix et soixante secondes. Ceci permettrait par exemple d'assurer la stabilité du cas d'étude puisque le filtre critique a une rapidité de $a = 0,43$ soit un temps de réponse de l'ordre de 5,5s. Par contre, si le producteur raccordé dans ce cas d'étude dépasse 13,5 MW alors, un temps de réponse minimum de dix secondes (équivalent à $a = 0,70$) ne suffit plus à assurer la stabilité du système. De même, on montre que si le gain du réseau, et donc la distance entre le producteur et le poste source, est multiplié par 2,2 alors un temps de réponse minimum de dix secondes ne suffit pas à assurer la stabilité du système. Pour conclure, un temps de réponse minimal semble être la bonne direction pour les codes de réseau. Cependant, on ne peut pas, pour l'instant, garantir que dix secondes suffisent à assurer la stabilité de l'ensemble des producteurs. Une généralisation du critère proposé quel que soit le réseau et le producteur serait souhaitable pour pouvoir proposer un temps de réponse minimal de la régulation $Q(U)$ qui assure la stabilité en toutes circonstances.

6. CONCLUSIONS

Les travaux qui sont présentés dans cet article permettent d'établir formellement une condition suffisante à la stabilité des départs accueillant un seul producteur décentralisé équipé d'une régulation $Q(U)$ composée d'un filtre de mesure passe-bas du premier ordre et d'une loi de commande linéaire par morceaux. Le critère explicite proposé permet d'identifier les cas naturellement stables et, dans les autres cas, de régler les paramètres du filtre de mesure de manière à assurer la stabilité. Ceci facilite les études de raccordement des producteurs équipés de régulations $Q(U)$.

Ensuite, une généralisation de ce critère aux réseaux accueillant plusieurs régulations $Q(U)$ est proposée. Il apparaît alors que, quel que soit le nombre de régulations raccordées au réseau étudié, si toutes les zones de fonctionnement linéaire des

régulations $Q(U)$ sont stables, alors le système est stable. Ces résultats montrent l'importance du réglage de la rapidité du filtre de mesure afin de garantir la stabilité des réseaux accueillant des producteurs équipés de régulation $Q(U)$.

Les travaux futurs proposeront de trouver un réglage de la rapidité du filtre qui soit valable dans tous les cas : c'est-à-dire, quelles que soient la position du producteur, sa puissance, etc. Établir un critère "prêt à l'emploi" est un fort enjeu notamment pour la rédaction des codes de réseaux. La difficulté de l'expression d'un critère générique de stabilité réside, entre autres, dans le fait que le critère proposé dans ces travaux n'est pas explicite dès que le réseau compte plus d'un producteur.

7. RÉFÉRENCES

- [1] N. Hadjsaid, J. F. Canard, and F. Dumas. Dispersed generation impact on distribution networks. *IEEE Computer Applications in Power*, 12(2) :22–28, April 1999.
- [2] A. M. Azmy and I. Erlich. Impact of distributed generation on the stability of electrical power system. In *IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2005*, pages 1056–1063 Vol. 2, June 2005.
- [3] C. Dai and Y. Baghzouz. On the voltage profile of distribution feeders with distributed generation. In *Power Engineering Society General Meeting, 2003, IEEE*, volume 2, page 1140, July 2003.
- [4] A. Minaud, C. Gaudin, and L. Karsenti. Analysis of the options to reduce the integration costs of renewable generation in the distribution networks. part 1 : Impact of pv development in france and global analysis of considered alternatives to reinforcement. In *Electricity Distribution (CIRED 2013), 22nd International Conference and Exhibition on*, pages 1–4, June 2013.
- [5] H. Dutrieux, G. Delille, and B. Francois. Assessing the impacts of distribution grid planning rules on the integration of renewable energy sources. In *PowerTech, 2015 IEEE Eindhoven*, pages 1–6, June 2015.
- [6] D. Unger, N. G. A. Hemdan, and M. Kurrat. Reactive power concepts in the future distribution networks. In *Electricity Distribution (CIRED 2013), 22nd International Conference and Exhibition on*, pages 1–4, June 2013.
- [7] K. Turitsyn, P. Sulc, S. Backhaus, and M. Chertkov. Options for control of reactive power by distributed photovoltaic generators. *Proceedings of the IEEE*, 99(6) :1063–1073, 2011.
- [8] J. Duval, G. Delille, J. L. Fraisse, and X. Guillaud. Contribution of local voltage regulation to a better insertion of DG in distribution grids. In *Electricity Distribution - Part 2, 2009. CIRED 2009. The 20th International Conference and Exhibition on*, pages 1–1, June 2009.
- [9] P. N. Vovos, A. E. Kiprakis, A. R. Wallace, and G. P. Harrison. Centralized and distributed voltage control : Impact on distributed generation penetration. *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(1) :476–483, February 2007.
- [10] J. Witkowski, E. Lejay-Brun, G. Malarange, and L. Karsenti. Field demonstration of local voltage regulation on ERDF MV network. In *Electricity Distribution (CIRED 2013), 22nd International Conference and Exhibition on*, pages 1–4, June 2013.
- [11] F. Beauné, A. Minaud, A. Pagnetti, G. Pelton, and L. Karsenti. Voltage regulation on DG connected to MV network study and experimentations. In *Challenges of Implementing Active Distribution System Management, CIRED 2014 Workshop*, pages 1–4, May 2014.
- [12] P. Esslinger and R. Witzmann. Experimental study on voltage dependent reactive power control $Q(V)$ by solar inverters in low-voltage networks. In *Electricity Distribution (CIRED 2013), 22nd International Conference and Exhibition on*, pages 1–4, June 2013.
- [13] T. Stetz. *Autonomous Voltage Control Strategies in Distribution Grids with Photovoltaic Systems : Technical and Economic Assessment*. Thèse, Kassel university, December 2013.
- [14] K. Dallmer-Zerbe, D. Berardo, A. Salman, and B. Wille-Haussmann. Small-disturbance voltage stability of OLTC & decentralized reactive power droop control. In *Energy Conference (ENERGYCON), 2016 IEEE International*, April 2016.
- [15] F. Andren, B. Bletterie, S. Kadam, P. Kotsampopoulos, and C. Bucher. On the stability of local voltage control in distribution networks with a high penetration of inverter-based generation. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 62(4) :2519–2529, April 2015.
- [16] M. Cosson, H. Guéguen, D. Dumur, C. S. Maniu, V. Gabrion, and G. Ma-

- larange. Voltage stability of distributed generators by means of discrete abstraction. In *2015 IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, pages 195–200, September 2015.
- [17] ERDF. Principe et conditions de mise en œuvre d’une régulation locale de puissance réactive pour les installations de production raccordées au réseau public de distribution HTA, February 2016. Dernière consultation : 19/04/2016.
- [18] M. Stubbe, B. Meyer, and M. Jerolimski. Outils de simulation dynamique des réseaux électriques. *Techniques de l’ingénieur : Réseaux électriques de transport et de répartition*, Cahier D(4120), November 1998.
- [19] S. Cole. *Steady-state and dynamic modelling VSC HVDC systems for power systems simulation*. Thèse, Katholieke Universiteit Leuven, September 2010.
- [20] P. Kundur, N. J. Balu, and M. G. Lauby. *Power system stability and control*. McGraw-hill, New-York, NY, USA, 1994.
- [21] S. Bolognani and S. Zampieri. On the existence and linear approximation of the power flow solution in power distribution networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(1) :163–172, January 2016.
- [22] M. Cosson. Modélisation des variations d’amplitude de la tension d’un réseau de distribution. *Journée des Jeunes Chercheurs en Génie Elctrique (JCGE)*, 2015.
- [23] M. Cosson, H. Guéguen, D. Dumur, C. Maniu, V. Gabrion, and G. Marlarange. Stability analysis by means of discrete abstraction. application to voltage stability of distributed generators. *IFAC-PapersOnLine*, 48(27) :364–370, 2015.
- [24] Synergrid. Prescriptions techniques spécifiques pour les installations de production décentralisées fonctionnant en parallèle sur le réseau de distribution, June 2012. Dernière consultation : 17/12/2015.
- [25] E-Control. Technische und organisatorische regeln für betreiber und benutzer von netzen. Teil D : Besondere technische regeln. hauptabschnitt d4 : Parallelbetrieb von erzeugungsanlagen mit verteilernetzen, September 2013. Dernière consultation : 17/12/2015.
- [26] Comitato Elettrotecnico Italiano. Reference technical rules for the connection of active and passive users to the lv electrical utilities, December 2014. Dernière consultation : 17/12/2015.
- [27] BDEW. Generating plants connected to the medium-voltage network. guideline for generating plants’ connection to and parallel operation with the medium-voltage network, December 2008. Dernière consultation : 17/12/2015.