

# Commande par Platitude d'une MSAP Hautes Vitesses Saturable

Jérémy CUENOT<sup>1,2</sup>, Sami ZAÏM<sup>1</sup>, Serge PIERFEDERICI<sup>2</sup>, Eric MONMASSON<sup>3</sup>, Babak NAHID-MOBARAKEH<sup>2</sup>, Régis MEURET<sup>1</sup> et Farid MEIBODY-TABAR<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Labinal Power Systems, Groupe SAFRAN - 77551 Moissy-Cramayel

<sup>2</sup> Laboratoire GREEN, Université de Lorraine - 54518 Vandoeuvre-lés-Nancy

<sup>3</sup> Laboratoire SATIE, Université de Cergy-Pontoise - 95031 Cergy-Pontoise

jeremy.cuenot@labinal-power.com , jeremy.cuenot@univ-lorraine.fr

**RESUME** – Cet article montre l'intérêt qu'apporte la commande par platitude d'une Machine Synchrone à Aimants Permanents hautes vitesses, du fait d'un nombre réduit d'opérations de son algorithme. La compacité des machines hautes vitesses entraîne leur saturation magnétique dans certains régimes de fonctionnement, pouvant remettre en cause la propriété de platitude du système. Ces travaux montrent que la propriété de platitude est conservée même lorsque la machine est saturable.

**Mots-clés** – MSAP - Hautes-Vitesses - Platitude différentielle - Saturable.

## 1. INTRODUCTION

Dans le cadre de l'avion plus électrique, les sources d'énergie secondaires sont progressivement remplacées par des sources électriques permettant de réduire la masse des actionneurs. De plus, pour réduire cette masse, la Machine Synchrone à Aimants Permanents (MSAP) possède un nombre de paires de pôles adapté et sa vitesse mécanique est augmentée pour réduire son couple moteur à puissance constante. Une vitesse optimale existe pour laquelle le rendement et la taille de l'ensemble convertisseur statique-machine-réducteur sont optimisés, tout en assurant la caractéristique couple-vitesse demandée par l'application considérée [1][2]. Cette vitesse mécanique importante se traduit par une grande fréquence électrique d'alimentation pouvant dépasser 2000Hz. Il est donc nécessaire d'avoir une fréquence de découpage élevée pour minimiser les pertes cuivre dans la machine et avoir un THD de courant acceptable [3][4][5].

Cette période de découpage réduite contraint l'intégration du contrôle. Selon le schéma de commande classique (Fig.1), une transformation mathématique de Concordia (ou Clark) puis de Park va nécessiter d'importantes ressources de calcul pour effectuer de nombreuses opérations élémentaires (addition et multiplication), à cela, il faut ajouter deux boucles de régulation pour les courants et une pour la vitesse, l'ensemble de ces opérations doit être effectué en une période de découpage inférieure à 10-15  $\mu$ s. Le schéma de régulation classique contraint donc de choisir une cible matérielle possédant des ressources importantes de type FPGA [6][7][8]. D'autres architectures de contrôle proposent de supprimer la boucle de régulation de la composante en quadrature du courant statorique,  $i_q$ , et réduire le nombre d'opérations élémentaires, c'est le cas de la commande par platitude différentielle (Fig.2). Un contrôle par platitude d'une MSAP propose de contrôler deux grandeurs représentatives du système [9], et ainsi supprimer l'imbrication des deux boucles de régulation comme c'est le cas pour l'architecture classique [10][11]. Le contrôle par platitude repose sur une modélisation du système afin de calculer les variables de commandes ( $V_d$ ,  $V_q$ ), les boucles de régulations sont seulement présentes pour corriger les erreurs de modélisation. Cependant, le but recherché par la montée en vitesse est la compacité de la machine, ce qui conduit

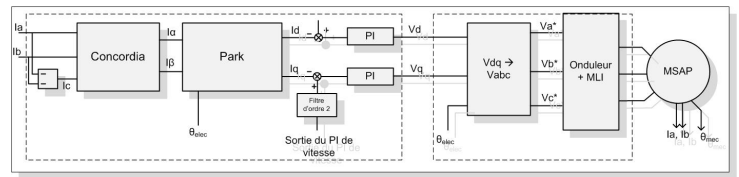


Fig. 1. Architecture de contrôle classique

à une machine saturable [12][13][14]. Lorsque le circuit magnétique statorique est saturé, les inductances et le coefficient de couple dépendent des composantes directe et en quadrature du courant, ce qui peut remettre en cause la propriété de platitude du système et perturber le contrôle de la machine.

Cet article s'attache à montrer l'intérêt de la commande par platitude pour le contrôle d'une machine haute fréquence en termes de réduction du nombre d'opérations élémentaires mais aussi à montrer la conservation de la propriété de platitude pour une machine saturable. La section 2 décrira l'architecture de commande par platitude après avoir établi les modèles analytiques du système en régime linéaire (non saturé) et enfin terminera par une preuve de la propriété de platitude de la MSAP non saturée. La section suivante mettra en évidence l'intérêt de réduire la fréquence d'exécution des boucles de régulation et montrera la fréquence minimale envisageable suivant la fréquence électrique fondamentale de la machine. Des simulations viendront illustrer ces résultats. Enfin, la dernière section viendra prouver la propriété de platitude pour une MSAP saturable en se basant sur des modèles linéaires par morceaux.

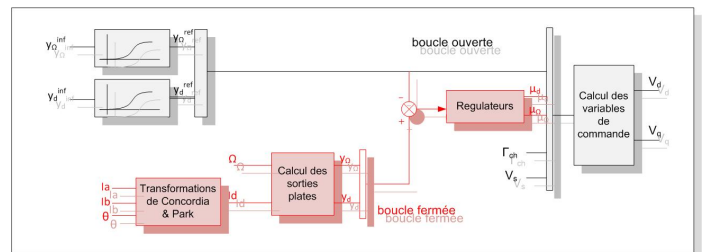


Fig. 2. Architecture de contrôle par platitude d'une MSAP

## 2. COMMANDE PAR PLATITUDE D'UNE MSAP EN RÉGIME LINÉAIRE (NON SATURÉE)

### 2.1. Architecture de commande

Les notions de platitude et de système plat ont été de nombreuses fois présentées [15][16]. La définition mathématique de

la platitude différentielle est rappelée ci-dessous :

Un système de variables d'état  $x$  et de commande  $u$  défini par :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), y(t)), x(0) = x_0, u(t) \in R^m, x(t) \in R^n$$

est dit plat s'il existe une fonction  $y \in R^m$ , appelée sortie plate, de la forme :

$$y(t) = (y_1(t), \dots, y_m(t))$$

telle que les conditions suivantes soient satisfaites [15][16] :

- Les composantes  $y_i, i = 1, \dots, m$  soient définies comme des fonctions des variables d'état,  $x_i, i = 1, \dots, n$ , des entrées,  $u_i, i = 1, \dots, m$  et d'un nombre fini de leurs dérivées par rapport au temps  $u_i^{(k)}, k = 1, \dots, \alpha_i$  :  
 $y = \Phi(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(\alpha)})$ .
- Les variables d'état  $x_i, i = 1, \dots, n$  et les entrées  $u_i, i = 1, \dots, m$  soient des fonctions des sorties plates  $y_i, i = 1, \dots, m$  et de ses dérivées par rapport au temps  $y_i^{(k)}, i = 1, \dots, m$ .
- Les composantes de  $y_i$  de  $y$  sont dérivables et leurs dérivées successives sont continues.

Si ces conditions sont satisfaites alors les fonctions  $y_i$  sont appelées "sorties plates" et le système est "plat"

La première étape d'un contrôle par platitude est la définition des sorties plates qui devront satisfaire les conditions ci-dessus. Après cela, il est possible de définir précisément, la manière dont le système va passer d'un état d'équilibre A vers un autre état d'équilibre B en planifiant la trajectoire des sorties plates. Cette trajectoire est construite de sorte à imposer la manière dont les variables d'état vont évoluer. Le bouclage, en rouge sur la Fig. 2, permet d'assurer la poursuite de la trajectoire en compensant les incertitudes et erreurs de modèle. La commande par platitude est un contrôle qu'il est possible d'utiliser en boucle ouverte si le modèle est bien connu ou bien alors si un observateur d'état est ajouté afin de corriger les erreurs de paramètres du modèle [9].

## 2.2. Modèle analytique de la MSAP non saturé

L'architecture de la commande plate d'une MSAP présentée sur la Fig. 2 nécessite son modèle analytique devant respecter les conditions mentionnées ci-dessus en section 2.1 .

Le modèle dq de la MSAP non saturée, obtenu à l'aide des transformations usuelles de Concordia et de Park (ou Clark), est donné par le système d'Eq. 1.

$$\begin{cases} V_d = R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - p\Omega L_q i_q + e_d \\ V_q = R_s i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + p\Omega L_d i_d + e_q \\ J_m \frac{d\Omega}{dt} = p[\Psi_f + (L_d - L_q)i_d] i_q - \Gamma_{ch}(\Omega) \end{cases} \quad (1)$$

La machine considérée ici est une MSAP à rotor lisse et à fém sinusoïdale, ce qui implique les simplifications ci-dessous :

$$\begin{cases} e_d = 0 \\ e_q = p\Psi_f \Omega \\ L_d = L_q = L_s \text{ (MSAP pôles lisses)} \end{cases}$$

$R_s$  est la résistance statorique,  $L_s$  l'inductance cyclique,  $p$  le

nombre de paires de pôles,  $\Psi_f$  le flux des aimants rotoriques à travers les enroulements statoriques et  $\Gamma_{ch}(\Omega)$  le couple de charge qui est une fonction polynomiale de la vitesse mécanique  $\Omega$ .

Pour une MSAP non saturée, les paramètres externes,  $L_d, L_q$  et  $\Psi_f$ , sont supposés invariants vis à vis des valeurs prises par les courants de phases du moteur.

## 2.3. Propriété de platitude du système

Les sorties plates envisagées pour le contrôle de la MSAP non saturée sont  $y_d$  la composante directe du flux statorique (Eq. 2) et  $y_\Omega$  la vitesse mécanique du moteur (Eq. 3).

$$y_d = L_d I_d + \Psi_f \quad (2)$$

$$y_\Omega = \Omega \quad (3)$$

Afin de montrer que le système est plat, il faut exprimer les variables d'état  $i_d$  et  $i_q$  en fonction des sorties plates choisies et de leurs éventuelles dérivées.

Les Eq. 4 et 5 montrent qu'il est effectivement possible d'exprimer les variables d'état de la MSAP en fonction des sorties plates et de leurs dérivées premières par rapport au temps.

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{y_d}{L_d} - \frac{\Psi_f}{L_d} \\ &= h_{id}(y_d) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} i_q &= \frac{1}{p(\Psi_f + (L_d - L_q)h_{id}(y_d))} (J_m \dot{y}_\Omega - \Gamma_{ch}(y_\Omega)) \\ &= h_{iq}(y_d, y_\Omega, \dot{y}_\Omega) \end{aligned} \quad (5)$$

En remplaçant, Eq. 4 et Eq. 5 dans les expressions des tensions de commande définies dans Eq.1 décrivant le modèle de la MSAP non saturée, il est également possible d'exprimer les variables de commande  $V_d, V_q$  en fonction des sorties plates et de leurs dérivées par rapport au temps. D'après la définition mathématique de la platitude donnée en section 2.1, toutes les conditions sur les sorties plates sont vérifiées, il est alors possible de dire que le système considéré est plat et qu'un contrôle par platitude peut être appliqué.

Avec cette architecture de contrôle, seulement deux variables sont directement contrôlées. En effet, la vitesse et le courant de l'axe direct D,  $i_d$ , ont un contrôle direct, alors que le courant d'axe Q,  $i_q$  est contrôlé de manière indirecte, au travers du choix de trajectoire pour les sorties plates. C'est la planification des trajectoires qui va assurer le contrôle de ces variables d'état, ainsi le choix de la trajectoire est une étape tout aussi importante que celle des sorties plates. Ici par exemple, dans les simulations, le couple de charge sera assimilé à un frottement visqueux ( $f_v \Omega$  avec  $f_v$  constante de frottements visqueux), c'est-à-dire directement proportionnel à la vitesse mécanique du moteur donc à partir de l'équation mécanique dans le modèle de la MSAP (Eq. 1), il est possible d'établir la trajectoire de  $y_\Omega$  qui contrôlera la vitesse et le courant  $i_q$  indirectement. Dans ce cas, la variation de vitesse, équivalent à la dérivée première de la sortie plate  $y_\Omega$  par rapport au temps et la vitesse elle-même sont liées au courant en quadrature, au travers d'une équation différentielle du premier ordre. Ainsi en choisissant une trajectoire appropriée pour la vitesse, la réponse du courant  $i_q$  est définie. Il est à noter aussi que la dynamique de vitesse est relativement lente devant les dynamiques des courants, leurs deux constantes de temps sont bien séparées, ce qui autorise à voir la vitesse comme quasi-constante à l'échelle de temps des variations de courant.

Dans le but d'assurer une sécurité supplémentaire, il est possible de mettre en place une saturation passive sur les variables d'état contrôlées indirectement comme le propose [9][10]. Ces saturations permettent de protéger la MSAP en cas d'erreurs de modèle trop importantes.

#### 2.4. Comparaison du nombre d'opérations élémentaires par rapport à une structure classique

La montée en vitesse permet d'augmenter la compacité de la machine ce qui demande de limiter les pertes dans celle-ci afin d'assurer la tenue thermique du moteur en limitant la densité de pertes. C'est pourquoi il est nécessaire d'avoir un THD de courant acceptable pour minimiser les pertes Joule dans les enroulements statoriques. Cette minimisation du THD, pour un point de fonctionnement donné, passe par une fréquence de découpage suffisamment élevée. D'autre part, afin d'assurer la contrôlabilité des courants de phase du moteur, il est nécessaire d'avoir un ratio entre la fréquence de découpage et la fréquence électrique fondamentale du moteur suffisamment important de sorte à avoir un nombre correct de découpage par période électrique du moteur. Cela implique également une fréquence de découpage élevée, ainsi pour un échantillonnage de la commande à la fréquence de découpage ou à deux fois la fréquence de découpage, l'ensemble des calculs temps réels nécessaires à la commande doit être effectué dans un temps restreint, de l'ordre de quelques dizaines de micro-secondes.

Par conséquent, la quantité de calculs doit être suffisamment faible afin d'éviter l'utilisation de ressources matérielles importantes. Le contrôle par platitude semble être un bon candidat pour les machines hautes-vitesses, car en plus de contrôler une quantité variant relativement lentement (la vitesse mécanique), une boucle de régulation rapide (celle de courant  $i_q$ ) est supprimée, ce qui permet de réduire significativement la quantité d'opérations élémentaires, c'est-à-dire, le nombre d'additions et le nombre de produits.

Dans cette section, le nombre d'opérations élémentaires nécessaires au contrôle par platitude est comparé au nombre d'opérations réalisées dans le cas d'une architecture de commande classique à trois boucles de régulation dont deux en cascade. Le contrôle nécessitant le moins de calcul sera préféré.

Pour chaque architecture de commande, il est choisi d'échantillonner les boucles de courants à la fréquence de découpage alors que la boucle de vitesse est échantillonnée deux fois moins souvent, c'est-à-dire, à la fréquence de découpage sur deux,  $\frac{F_{dec}}{2}$ . Chacun des contrôles est exprimé sous forme d'algorithmes afin de séquencer les tâches et décomposer la commande en opérations élémentaires. Par exemple, un correcteur Proportionnel-Intégral (PI), représenté en haut sur la Fig. 3 est traduit par l'algorithme donné en bas de la même figure.

Cette opération est répétée pour chaque élément de l'architecture de contrôle pour les deux commandes considérées, ce qui donne le résultat du tableau 1.

	Commande par platitude	Architecture Classique	Ratio
nombre d'additions sur $2 T_{decoupage}$	28	37	32,1%
nombre de produits sur $2 T_{decoupage}$	21	27	28,6%

Tableau 1. Nombre d'opérations élémentaires sur deux périodes de découpage

Il est possible de remarquer que sur deux périodes d'échantillonnage, avec la fréquence d'exécution choisie pour chaque

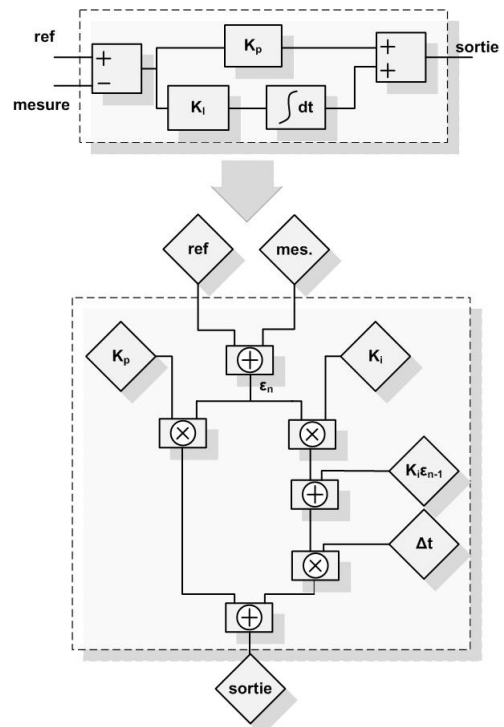


Fig. 3. Décomposition en opérations élémentaires d'un correcteur Proportionnel-Intégral (PI)

boucle, la commande par platitude nécessite 28 additions et 21 multiplications alors que l'architecture de commande classique réalise 37 additions et 27 produits, ce qui représente une diminution d'un peu plus de 30% du nombre d'additions et d'un peu moins de 30% pour le nombre de multiplications. Globalement, la platitude réduit d'environ 30% le nombre d'opérations élémentaires par rapport à l'approche classique. Cette diminution est alors très intéressante pour une machine hautes-vitesses alimentée par un onduleur de tension ayant une fréquence de découpage relativement élevée. L'autre avantage de la commande par platitude repose sur le contrôle de la vitesse qui est une grandeur variant relativement lentement, notamment dans le cas d'une machine hautes vitesses, ainsi entre deux instants de découpage, la valeur de cette grandeur est plutôt proche, ce qui autorise à sous-échantillonner la boucle de vitesse par rapport à la fréquence de découpage. En sous-échantillonnant la boucle de vitesse, cela permet de mieux répartir la charge de calculs sur plusieurs périodes de découpage et de réduire davantage le nombre d'opérations élémentaires par rapport à une commande classique.

### 3. RALENTISSEMENT DE LA FRÉQUENCE D'EXÉCUTION POUR LA BOUCLE DE VITESSE.

#### 3.1. Définition de la fréquence de régulation minimale

En se basant sur les travaux présentés dans [17][18], il est possible de définir une fréquence de d'exécution minimale pour la boucle de sortie  $y_\Omega$  en se basant sur la constante de temps mécanique. En effet, en plus de réduire le nombre de calculs, la réduction de la fréquence de calcul de la boucle de vitesse est un atout pour une commande hautes-fréquences afin de répartir la charge de travail sur plusieurs périodes de découpage.

Partant du fait que le retard dû à l'échantillonnage, qui est lié à la fréquence d'échantillonnage  $F_{ech}$ , est connu lors du dimensionnement du contrôle, tout comme la marge de phase,  $\Phi_m$ , il est donc possible de définir la bande passante maximale admissible par le système.

Ici, l'approche est inversée, c'est la bande passante minimale

nécessaire au système,  $\omega_{c,min}$  qui est connue. Sa valeur minimale est définie à partir de la constante de temps mécanique du système, mais aussi les constantes de temps des éventuelles perturbations mécaniques, sur le couple de charge par exemple. A partir de ces connaissances, un retard dû à l'échantillonnage acceptable est déterminé afin de contrôler la partie mécanique du moteur et rejeter les perturbations. Ce retard d'échantillonnage maximal acceptable permet de déduire la fréquence d'échantillonnage, ou fréquence d'exécution minimale de la boucle de vitesse, permettant de respecter la marge de phase désirée et assurant la limitation des courants lors des variations de charge.

La fréquence de coupure maximale de la boucle de régulation pour une marge de phase donnée est définie dans [17] et rappelée par l'Eq. 6.

$$\omega_{c,max} = \frac{\pi - \Phi_m}{T_d} \quad (6)$$

A partir de la Fig. 4, illustrant le phénomène de retard dû à l'échantillonnage, ce délai est fixé à  $T_d = T_{ech.} + 0,5 T_{dec.}$

Il est alors possible d'exprimer la fréquence d'échantillonnage minimale, donnée par l'Eq. 7, en fonction de la marge de phase fixée et de la fréquence de coupure minimale admissible par le système et son environnement perturbateur. L'Eq. 7 combine l'Eq. 6 et l'expression de  $T_d$ .

$$F_{ech.,min} = \frac{\omega_{c,min}}{\frac{\pi}{2} - \Phi_m - \frac{T_{dec}}{2} \omega_c} \quad (7)$$

Dans notre cas d'étude, la constante de temps mécanique du système est de l'ordre de la centaine de milli-seconde, la marge de phase est choisie supérieure à  $45^\circ$ , ce qui donne une pulsation pour la boucle de vitesse, la sortie plate  $y_\Omega$ , d'environ 1000 rad/s.

### 3.2. Résultats de simulation

La Fig. 5 montre les résultats de simulation obtenus pour la sortie plate  $y_\Omega$ . La courbe du haut présente pour la sortie plate  $y_\Omega$ , sa référence et sa simulation lorsque la boucle de régulation est exécutée à 12'000 rad/s, quant à la courbe du bas, elle présente les mêmes résultats mais lorsque le bouclage est exécuté à 1'000 rad/s cette fois-ci, ce qui correspond à la pulsation minimale définie préalablement.

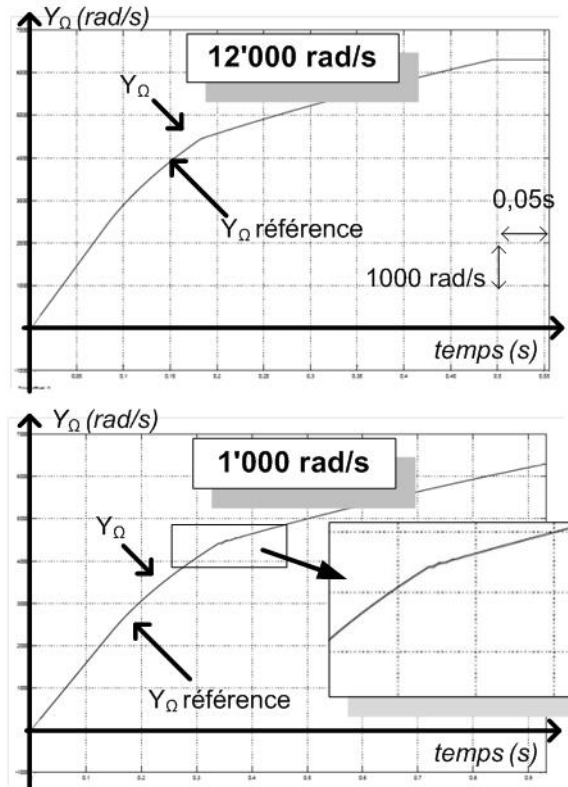


Fig. 5. Sortie plate  $y_\Omega$  (référence et simulation) pour deux pulsations de régulation différentes : 12,000 rad/s (en haut) - 1,000 rad/s (en bas)

Dans les deux cas de figure, la sortie plate  $y_\Omega$  suit relativement bien sa référence, l'écart de poursuite est inférieur à 3% ce qui est satisfaisant pour une boucle de vitesse. Cependant, lorsque la fréquence d'exécution est ralentie, il apparaît sur la courbe du bas, une légère oscillation lors du changement de pente de la référence. En effet, le point de changement de pente est relativement anguleux, la référence varie alors rapidement, plus rapidement que la fréquence de coupure de la boucle de vitesse, ce qui crée cette oscillation. Il faudrait adoucir cette rupture de pente pour estomper cette oscillation, or, ici elle n'est pas contraignante, le contrôle reste toujours assuré.

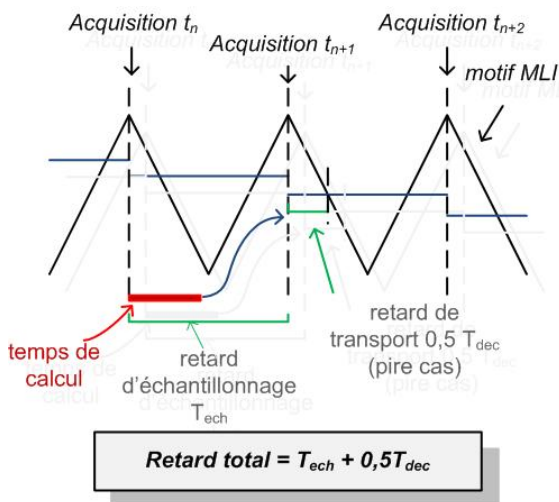


Fig. 4. Retard d'échantillonnage

## 4. CONTRÔLE PAR PLATITUDE DANS LE CAS D'UNE MSAP SATURABLE

### 4.1. Modélisation analytique des saturations magnétiques

Dans le cas d'une MSAP saturable, la valeur des inductances de la machine varie avec le niveau de saturation de la machine, c'est-à-dire en fonction des courants  $i_d$  et  $i_q$ , c'est également le cas pour la constante  $\Psi_f$  exprimant le flux des aimants rotoriques vu au stator.

La Fig. 6 représente les variations de l'inductance directe  $L_d$  en p.u en fonction des courants  $i_d$ ,  $i_q$  en p.u également. Il est possible de voir globalement que lorsque le niveau de courant augmente, c'est-à-dire le flux magnétique, la valeur d'inductance diminue ce qui traduit bien l'état de saturation des tôles statoriques de la machine. La Fig. 7, quant à elle, montre l'évolution de la constante de couple qui a une dépendance plus marquée avec le courant direct,  $i_d$ , et ne varie pas ou très peu avec le courant  $i_q$ .

L'Eq. 8 propose une modélisation analytique des saturations magnétiques des inductances  $L_d$ ,  $L_q$  de la MSAP mais aussi de  $\Psi_f$ , le flux des aimants rotoriques. Dans la modélisation de l'Eq. 8, les coefficients sont définis positivement et identifiés à partir des courbes des Fig. 6 et Fig 7.

$$\begin{cases} L_d(i_d, i_q) = (-C i_q + D) + (-E i_d + F) \\ L_q(i_d, i_q) = (G - H i_q) + (-J i_d + K) \\ \Psi_f(i_d, i_q) = -A i_q + B \end{cases} \quad (8)$$

Le coefficient A prend deux valeurs constantes discrètes qui dépendent de la valeur prise par le courant direct  $i_d$ .

La modélisation analytique, de la saturation magnétique de la MSAP, proposée par l'Eq. 8 repose sur une linéarisation par morceaux des courbes des Fig. 6 et Fig 7. Il est possible d'interpoler les courbes de saturations à l'aide d'une somme de fonctions affines dépendant des courants  $i_d$  et  $i_q$  pour obtenir une modélisation globale des saturations magnétiques.

#### 4.2. Propriété de platitude du système dans le cas d'une MSAP saturable

Dans le cas où la MSAP est saturable, les sorties plates envisagées pour le système restent les mêmes, c'est leurs expressions qui seront plus complexes. En remplaçant, Eq. 8, la modélisation des saturations dans Eq. 2 et Eq. 3, les sorties plates,  $y_d$  et  $y_\Omega$ , deviennent l'expression de l'Eq.9 :

$$\begin{cases} y_d = ((-C i_q + D) + (-E i_d + F)) i_d - A i_q + B \\ y_\Omega = \Omega \end{cases} \quad (9)$$

Afin de montrer que le système reste plat lorsque la MSAP est saturable, il est nécessaire de déterminer l'expression des variables d'état du système en fonction des sorties plates et de leurs dérivées par rapport au temps. A partir de l'Eq. 10, la bijection réciproque,  $y_d = g^{(-1)}(i_d)$ , peut être établie.

$$0 = -A i_q + B - y_d + i_d(D + F - C i_q - A) - E i_d^2 \quad (10)$$

Partant de l'hypothèse que le courant direct,  $i_d$ , est négatif dans une MSAP à pôles lisses (fixé à 0 ou négatif dans le but de défluxer le moteur), il est possible de calculer l'expression analytique du discriminant et déterminer son signe comme le montre l'Eq. 10.

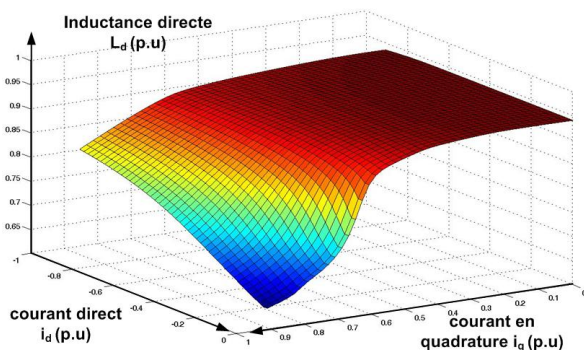


Fig. 6. Variation de la valeur d'inductance directe  $L_d$  suivant la valeur des courants  $i_d$ ,  $i_q$ .

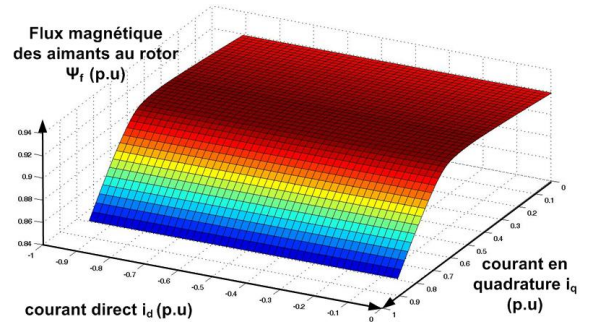


Fig. 7. Variation de la valeur de la constante de flux des aimants  $\Psi_f$  suivant la valeur des courants  $i_d$ ,  $i_q$ .

$$\begin{aligned} \Delta &= (D + F - C i_q + A)^2 + 4E(-A i_q + B - y_d) > 0 \\ &- A i_q + B - y_d = -L_d i_d > 0 \\ L_d &> 0 \\ i_d &< 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Il est alors possible d'avoir une expression du courant direct  $i_d$  en fonction du courant en quadrature  $i_q$  et de la sortie plate  $y_\Omega$  comme il est montré dans l'Eq. 12.

$$i_d = \frac{-(D + F - C i_q) + \sqrt{\Delta}}{2E} = f(i_q, y_d) \quad (12)$$

En remplaçant l'Eq. 12 dans l'équation mécanique du modèle analytique de la MSAP donnée dans l'Eq. 1, il est possible d'établir l'Eq. 13, dans laquelle, il apparaît le courant en quadrature  $i_q$ , et les sorties plates  $y_d$  et  $y_\Omega$ .

$$\begin{aligned} J_m \dot{y}_\Omega &= p[(L_d(f(i_q, y_d), i_q) - L_q(f(i_q, y_d), i_q))f(i_q, y_d) \\ &+ \Psi_t(f(i_q, y_d), i_q)]i_q - \Gamma_{ch}(y_\Omega) \end{aligned} \quad (13)$$

Après résolution de l'Eq. 13, la solution est ré-introduite dans l'Eq. 12 afin d'exprimer les variables d'état du système. Puis les expressions de ces variables d'état sont introduites dans l'Eq. 1, pour exprimer les tensions de commande  $V_d$ ,  $V_q$  en fonction des sorties plates et de leurs dérivées successives par rapport au temps comme le montre l'Eq. 14.

$$\begin{cases} i_d = h'_{i_d}(y_d, \dot{y}_\Omega, y_\Omega) \\ i_q = h'_{i_q}(y_d, \dot{y}_\Omega, y_\Omega) \\ V_d = h'_{V_d}(y_d, y_d, \dot{y}_\Omega, \dot{y}_\Omega, y_\Omega) \\ V_q = h'_{V_q}(y_d, y_d, \dot{y}_\Omega, \dot{y}_\Omega, y_\Omega) \end{cases} \quad (14)$$

Conformément à la définition de la platitude différentielle, les sorties plates vérifient bien les conditions énoncées dans la définition de la section 2.1, les variables d'état et les grandeurs de commandes sont exprimées comme des fonctions des sorties plates, il est donc possible de dire que le système MSAP reste plat même lorsque la machine présente des saturations magnétiques.

### 4.3. Résultats de simulation avec une MSAP saturable

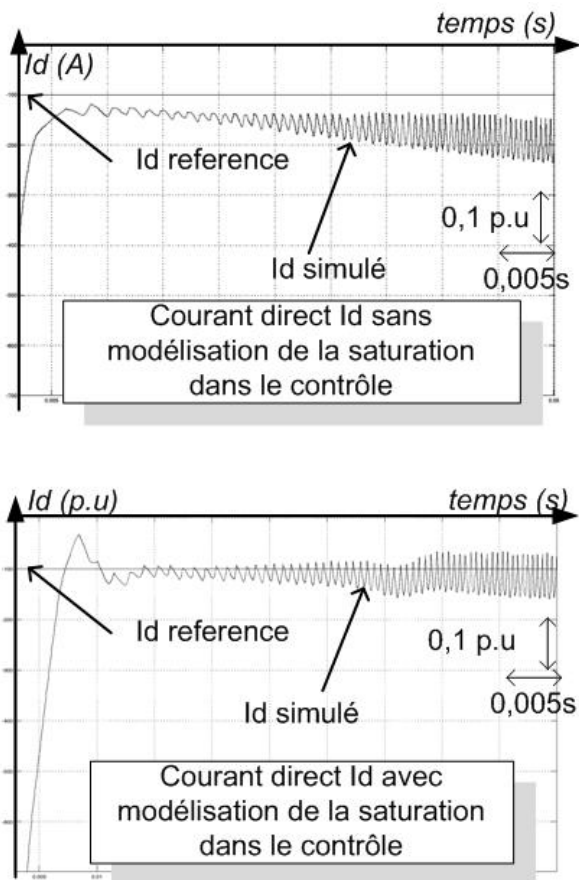


Fig. 8. Courant direct  $i_d$  sans modélisation de la saturation dans le contrôle (en haut) et avec modélisation de la saturation dans le contrôle (en bas).

Les résultats de cette section sont réalisés avec une MSAP saturable, comme il a été montré précédemment sur les Fig. 6 et Fig. 7, l'impact de la modélisation de la MSAP pour le contrôle par platitude est mis en évidence.

Les courbes de la Fig. 8 montrent l'impact de la saturation du courant direct  $i_d$  sur le contrôle de la machine. Sur la courbe du haut, le modèle de la MSAP pour le contrôle ne tient pas compte des saturations magnétiques du stator de la machine, il est alors possible de voir que le courant direct  $i_d$  ne suit pas sa valeur de référence et dans ce cas, son contrôle n'est plus assuré. A l'inverse, la courbe du bas présente le courant  $i_d$  et sa référence dans la cas où le modèle de la MSAP pour le contrôle tient compte des éventuelles saturations. Sur cette courbe, le courant  $i_d$  simulé suit bien sa référence constante, il est bien contrôlé à sa valeur de consigne.

En effet, dans le cas où le modèle de la machine pour la commande ne considère pas les saturations, alors le flux dans l'axe direct D, correspondant à la sortie plate  $y_d$ , est pris constant, ce qui est incorrect et erroné vis à vis de la réalité. La valeur de  $\Psi_f$  et de l'inductance  $L_d$  varie avec les niveaux de courants de phases. Dans le point de fonctionnement simulé, le courant en quadrature  $i_q$  est en train de diminuer ce qui provoque l'augmentation de la valeur de  $\Psi_f$  (le paramètre  $\Psi_f$  est constant en fonction de  $i_d$ ) ainsi que l'augmentation de l'inductance  $L_d$ . Dans l'expression du flux direct, la contribution du flux des aimants  $\Psi_f$  est prépondérante devant le produit  $L_d i_d$ . Ainsi, dans l'objectif de garder le flux direct D égal à sa valeur de consigne constante, le produit  $L_d i_d$  doit compenser l'augmentation du flux des aimants à travers les enroulements statoriques  $\Psi_f$  car  $y_d = L_d i_d + \Psi_f$ . Par conséquent, même si  $L_d$  augmente, le produit  $L_d i_d$  reste faible devant l'augmen-

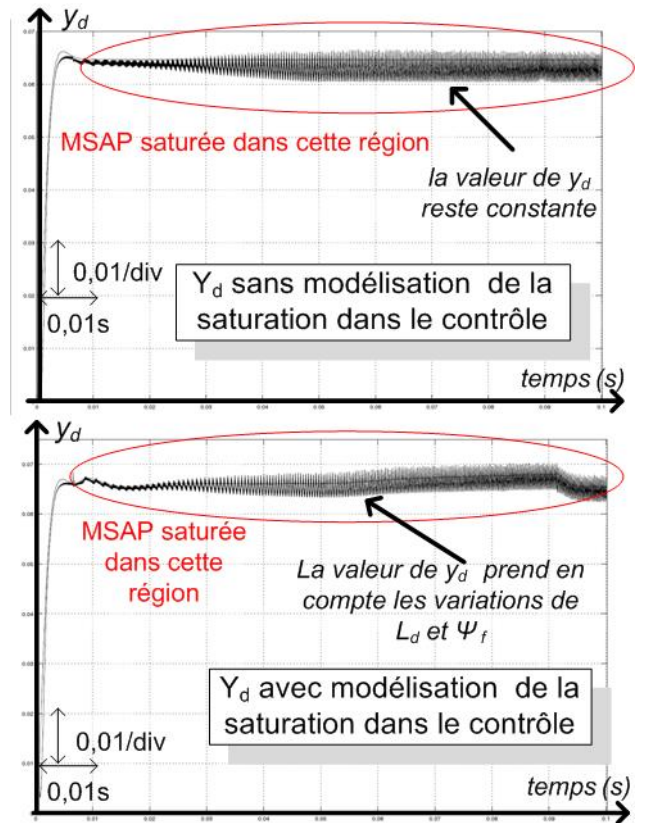


Fig. 9. Sortie plate  $y_d$  sans modélisation de la saturation dans le contrôle (en haut) et avec modélisation de la saturation dans le contrôle (en bas).

tation de  $\Psi_f$ , ce qui contraint le courant  $i_d$ , la seule variable contrôlable, à diminuer pour s'opposer à l'augmentation du paramètre  $\Psi_f$  ce que montre la Fig. 8 en bas.

En revanche, si le flux dans l'axe D n'est pas considéré comme constant, ce que montre la Fig. 9, sur cette courbe, la référence pour la sortie plate  $y_d$  change au cours du temps ce qui permet au courant  $i_d$  d'atteindre sa référence et d'y rester. Le résultat de simulation montre que la référence varie afin de prendre en compte l'augmentation de la valeur de  $\Psi_f$ , de part cette variation de la valeur de référence pour la sortie plate  $y_d$ , le courant  $i_d$  se maintient à sa valeur de consigne.

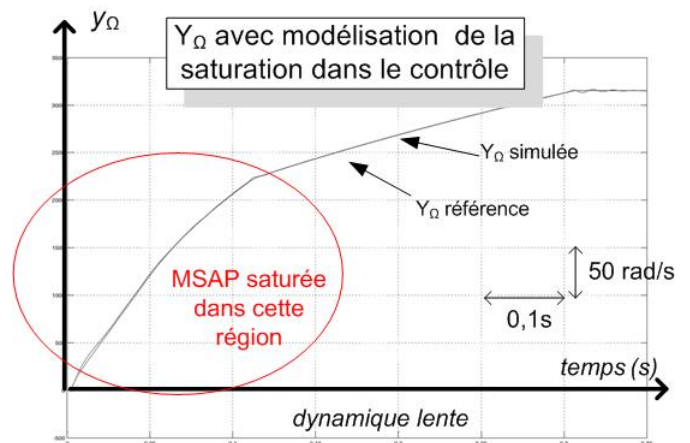


Fig. 10. Sortie plate  $y_\Omega$  pour une MSAP fonctionnant en régime saturée

La Fig. 10 montre la référence et la simulation de la sortie

plate  $y_\Omega$ . Il est possible de voir que la sortie plate simulée suit bien sa référence mais aussi que la dynamique de vitesse est bien séparée de la dynamique de courant comme cela avait été dit à la section 2.3 ce qui permet de dire que la vitesse est quasi-constante lorsque les courants varient.

Ces résultats de simulation montrent que le contrôle par platitude d'une MSAP reste possible même si celle-ci est saturable.

## 5. CONCLUSION

Cet article montre l'intérêt de la commande par platitude dans le cadre d'une machine hautes-vitesses, tout d'abord par le fait qu'une boucle rapide, celle du courant  $i_q$  est supprimée, ce courant est alors contrôlé de manière indirecte par le contrôle de la vitesse qui est une variable dont la variation est relativement lente comparée aux courants, il est donc possible de sous-échantillonner la boucle de régulation par rapport à la fréquence de découpage. De plus, cette boucle de courant  $i_q$  en moins supprime la mise en cascade de deux boucles et ainsi réduit le nombre d'opérations élémentaires par rapport à une structure de commande usuelle. Cette réduction de la quantité de calcul est évaluée à environ 30%.

En plus de cette réduction de la charge de calcul, il a été montré que la boucle de vitesse pouvait être sous-échantillonnée jusqu'à une valeur de fréquence d'exécution dépendant de la marge de phase choisie et de la fréquence de découpage. Cette réduction de la fréquence d'échantillonnage pour la vitesse permet de mieux répartir la charge de calcul sur plusieurs périodes de découpage.

Cette architecture de commande semble relativement adaptée au contrôle de vitesse des machines rapides qui sont généralement très compactes et de ce fait peuvent être saturables. Il a donc été montré que la propriété de platitude reste vraie dans le cas d'une MSAP présentant des saturations magnétiques. Des résultats de simulations ont confortés l'intérêt de faire apparaître la saturation magnétique du moteur dans le modèle pour la commande afin d'assurer le contrôle de la machine sur toute la plage de fonctionnement.

## 6. RÉFÉRENCES

- [1] J. Cuenot, S. Zaïm, B. Nahid-Mobarakeh, E. Monmasson, R. Meuret, and F. Meibody-Tabar, "Downsizing an electric actuator supplied with variable voltage using an interlaced high frequency boost converter for more electric aircrafts," in *Power Electronics and Applications (EPE'15 ECCE-Europe)*, 2015 17th European Conference on, Sep. 2015, pp. 1–10.
- [2] J. Cuenot, S. Zaïm, B. Nahid-Mobarakeh, S. Pierfederici, E. Monmasson, R. Meuret, and F. Meibody-Tabar, "Study of a quasi z-source inverter and permanent magnet synchronous motor to reduce global size of a more electric aircraft actuator," in *Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC)*, 2015 IEEE, Jun. 2015, pp. 1–6.
- [3] P. Pillay and R. Krishnan, "Control characteristics and speed controller design for a high performance permanent magnet synchronous motor drive," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 5, no. 2, pp. 151–159, Apr. 1990.
- [4] L. Hongmei, Z. Ya`nan, S. Xiang, B. Zhengjie, and N. Xiaojun, "High-performance control of permanent magnet synchronous motor," in *Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*, 2011 6th IEEE Conference on, Jun. 2011, pp. 2738–2741.
- [5] J. S. Yim, S. K. Sul, B. H. Bae, N. R. Patel, and S. Hiti, "Modified current control schemes for high-performance permanent-magnet AC drives with low sampling to operating frequency ratio," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 45, no. 2, pp. 763–771, Mar. 2009.
- [6] C. Harahap, R. Saito, H. Yamada, and T. Hanamoto, "Speed control of permanent magnet synchronous motor using fpga for high frequency sic mosfet inverter," *Journal Engineering Science and Technology*, pp. 11–20, 2014.
- [7] S. Konaka, Y. Inoue, S. Morimoto, and M. Sanada, "Comparative study of control characteristics in ultra-high-speed pmsm drives," pp. pp. 1–6, 2014.
- [8] L. Zhao, C. H. Ham, T. X. Wu, L. Zheng, K. B. Sundaram, J. Kapat, and L. Chow, "A DSP-based super high-speed pmsm controller development and optimization," in *Digital Signal Processing Workshop, 2004 and the 3rd IEEE Signal Processing Education Workshop. 2004 IEEE 11th*, Aug. 2004, pp. 187–190.
- [9] A. Battiston, J. P. Martin, E. H. Miliani, B. Nahid-Mobarakeh, S. Pierfederici, and F. Meibody-Tabar, "Control of a pmsm fed by a quasi z-source inverter based on flatness properties and saturation schemes," *Power Electronics and Applications (EPE)*, 2013 15th European Conference on, pp. pp 1–10, 2013.
- [10] A. Battiston, E. H. Miliani, J. P. Martin, B. Nahid-Mobarakeh, S. Pierfederici, and F. Meibody-Tabar, "A control strategy for electric traction systems using a pm-motor fed by a bidirectional -source inverter," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 63, no. 9, pp. 4178–4191, Nov. 2014.
- [11] S. Lin, T. X. Wu, L. Zhou, F. Moslehy, J. Kapat, and L. Chow, "Modeling and design of super high speed permanent magnet synchronous motor (pmsm)," in *Aerospace and Electronics Conference, 2008. NAECON 2008. IEEE National*, Jul. 2008, pp. 41–44.
- [12] Y. Hu and T. Wu, "Comprehensive design and modeling of a super high-speed permanent magnet motor," in *Electrical Machines Design, Control and Diagnosis (WEMDCD)*, 2015 IEEE Workshop on, Mar. 2015, pp. 28–33.
- [13] L. Chedot and G. Friedrich, "A cross saturation model for interior permanent magnet synchronous machine. application to a starter-generator," in *Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2004 IEEE*, vol. 1. IEEE, 2004.
- [14] D. Faustner, W. Kemmetmüller, and A. Kugi, "Flatness-based torque control of saturated surface-mounted permanent magnet synchronous machines," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. PP, no. 99, pp. 1–13, 2015.
- [15] P. Rouchon, M. Fliess, J. Levine, and P. Martin, "Flatness, motion planning and trailer systems," in *Decision and Control, 1993., Proceedings of the 32nd IEEE Conference on*, Dec. 1993, pp. 2700–2705 vol.3.
- [16] M. Fliess, J. Lévine, P. Martin, and P. Rouchon, "Flatness and defect of non-linear systems : introductory theory and examples," *International journal of control*, vol. 61, no. 6, pp. 1327–1361, 1995.
- [17] D. G. Holmes, T. A. Lipo, B. P. McGrath, and W. Y. Kong, "Optimized design of stationary frame three phase AC current regulators," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 24, no. 11, pp. 2417–2426, Nov. 2009.
- [18] W. Y. Kong, D. G. Holmes, and B. P. McGrath, "Enhanced three phase ac stationary frame pi current regulators," pp. 91–98, Sep. 2009.