

Approche globale de l'étude des efforts développés par un actionneur MMA tubulaire

J-F. ALLIAS¹, J-F. LLIBRE¹, D. HARRIBEY¹, C. HENAU¹, D. ALAZARD²

¹Université de Toulouse, INPT, UPS; ENSEEIHT, 2 rue Camichel, BP 7122, F-31071 Toulouse cedex 7, France

¹LAPLACE – CNRS, F-31071 Toulouse, France

²Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace, Département DMCSC, 31055 Toulouse, France

RESUME -Cet article traite du dimensionnement d'un actionneur électrique tubulaire, de type MMA (MovingMagnetActuator), développant un effort important à basse vitesse pour une fonction de vérin électrique. Un modèle analytique permettant de calculer les efforts développés par la machine, a été réalisé en fonction de la puissance électrique disponible. Des simulations par éléments finis en régime quasi-statique permettent de valider ce modèle. Nous intégrons dans la conception, des contraintes fortes liées à l'absence d'ondulations des efforts.

Mots-clés — MMA, Modèle Ampérien, Force de Laplace, Optimisation, Halbach array.

1. INTRODUCTION

Les systèmes électriques étant de plus en plus fiables, ils sont dignes d'intérêt pour des applications qui cherchent à réduire la masse embarquée. Si l'on compare avec les systèmes mécaniques ou hydrauliques, la maintenance et l'intégration sont plus faciles, en particulier grâce à la compacité des actionneurs électriques. Ces avantages poussent au développement et à la multiplication des technologies électriques dans les systèmes embarqués. L'article suivant présente alors le dimensionnement d'un vérin linéaire pour une application similaire. Celui-ci doit fournir une force élevée par unité de masse dans une plage de vitesse faible pour une consommation de puissance de 100 (W).

La structure proposée pour cette application est un actionneur linéaire de type « movingmagnet » (MMA), qui présente toutes les caractéristiques d'une machine synchrone à aimants permanents tel que dans [1]-[2]-[3]. Le translateur est tout d'abord composé d'aimants permanents magnétisés purement radialement, et par la suite, les aimants sont remplacés par un réseau de Halbach pur comme le montre la Fig. 1. Le stator est composé de bobines en forme d'anneaux qui sont assemblées sur un circuit magnétique lisse. Deux MMA montés en parallèle sont présentés en Fig. 1. Parmi les différentes configurations de machines linéaires, les machines tubulaires à aimants permanents ont un certain nombre de caractéristiques tels qu'une densité de force élevée et d'excellentes caractéristiques de commande. Ils font des candidats intéressants pour les applications où la performance dynamique et la fiabilité sont cruciales comme dans [4].

Dans la littérature scientifique comme dans [1]-[5]-[6]-[7], les modèles analytiques sont basés sur l'équation de Poisson, où

la distribution du champ magnétique créée par des aimants permanents est décomposée en série de Fourier. Dans le but de trouver la force linéaire développée, le tenseur de Maxwell peut être appliqué, ce qui donne des résultats très précis, en dépit de la difficulté et du temps de calcul de ce modèle. Dans [8]-[9], le calcul magnétique est effectué en utilisant un réseau d'aimants à réluctance.

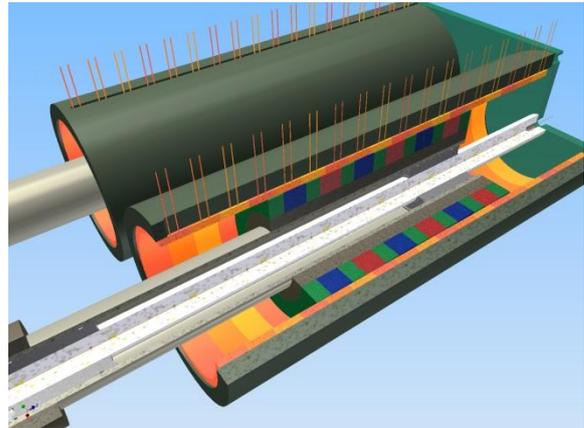


Fig. 1. Actionneur de type "moving magnet" tubulaire

Nous utilisons ici un modèle simple basé sur la loi de Gauss et la force de Laplace qui consomme moins de temps de calcul. Dans la première partie de cet article, nous allons présenter ce modèle basé sur la structure choisie, qui respecte le cahier des charges. Dans la deuxième partie, nous étudierons les propriétés du réseau de Halbach, nous donnerons les critères permettant d'augmenter l'effort développé par la structure. Dans la troisième section nous expliquerons le processus d'optimisation multicritères utilisé permettant de trouver les dimensions optimales de l'actionneur respectant le cahier des charges. Puis, nous comparerons les résultats théoriques avec les résultats de simulations obtenus par éléments finis, réalisés avec le logiciel Ansys. Enfin, la dernière section présente les conclusions et perspectives de ce travail.

2. PREDIMENSIONNEMENT : CALCUL ANALYTIQUE

2.1. Cahier des charges

Pour cette application, nous devons nous conformer à un ensemble de contraintes telles que les dimensions, les efforts, la course, la vitesse, la température de fonctionnement et les ondulations d'efforts. L'application nécessite que le système

soit redondant. Ainsi, deux actionneurs sont placés en parallèle, chacun d'entre eux devant développer 55 (N) sans ondulations pour une consommation d'énergie électrique de 100 (W). Ces deux actionneurs sont intégrés dans un boîtier dont les dimensions sont $165 * 304 * 304$ (mm). Ainsi, le volume et la masse des vérins doivent être réduits au minimum. La course du vérin doit être de ∓ 90 (mm) et la vitesse maximale doit atteindre $0,5$ ($m.s^{-1}$). Comme indiqué, il ya aussi des contraintes de température pour les bobines et les aimants. Bien sûr, il est important de ne pas dépasser la température de démagnétisation qui pourrait être très dommageable pour le bon fonctionnement des actionneurs. Dans un même temps, la température de bobinage ne doit pas atteindre la limite de 180 (°C). Enfin, l'une des contraintes les plus importantes est l'absence d'ondulations d'efforts.

2.2. Forme et caractéristiques électromécaniques de l'actionneur

Selon ces conditions, la structure choisie est un actionneur linéaire tubulaire à aimants mobiles. Parce que les aimants sont aimantés radialement et les bobines sont en forme d'anneaux sans saillance, nous pouvons utiliser le théorème d'Ampère autour d'un contour appliqué à une demi-section de l'actionneur dans le plan $(O, \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_z)$ et calculer le champ magnétique dans l'entrefer. Puis, par l'utilisation du théorème de superposition, nous sommes en mesure de calculer la force de Laplace sur le motif élémentaire représenté Fig. 2. Les caractéristiques dimensionnelles sont données dans le tableau 1. Pour simplifier, nous considérons une seule paire d'aimants surplombée de deux bobines alimentées par des courants continus opposés. L'effort déterminé sur le modèle élémentaire peut être généralisé sur l'ensemble de la structure si l'on multiplie par le nombre de paires de pôles p . Afin d'avoir un effort constant, la surface de chaque bobine sera divisée en trois entrefer de courants sinusoïdaux déphasés de 120° . Nous verrons plus tard dans cet article comment nous déterminons cet effort.

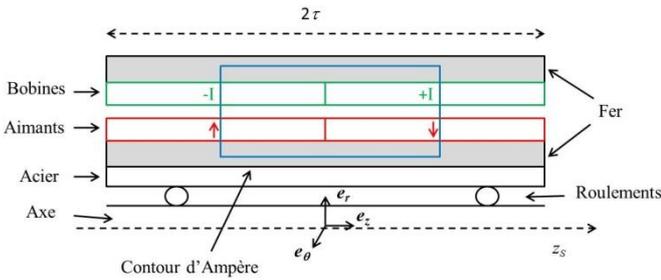


Fig. 2. Coupe d'une paire de pôles de l'actionneur et contour d'Ampère

Tableau 1: dimensions caractéristiques de la machine

Nom	Définition
l_m	Largeur d'aimants
r_T	Rayon externe du translateur
e	Épaisseur d'entrefer
e_c	Épaisseur des bobines
$l_e = e + e_c$	Épaisseur de l'entrefer magnétique

r_s	Rayon externe de la machine
R_{av}	Rayon moyen (aux demi-bobines)
τ	Longueur d'un pôle
C	Épaisseur des culasses (Fer)

Le pré-dimensionnement de l'actionneur consiste à appuyer sur un modèle théorique simple basé sur le théorème d'Ampère. La force linéaire produite est donnée par la force de Laplace qui s'exprime comme suit :

$$d\mathbf{F} = I \cdot d\mathbf{l} \times \mathbf{B} \quad (1)$$

où \mathbf{B} est le pseudo-vecteur du champ magnétique, I le courant total dans la bobine, $d\mathbf{l}$ une infime partie de la trajectoire du courant et $d\mathbf{F}$ la force de Laplace infinitésimale. La forme d'onde créée par le motif d'aimantation radiale et par le déplacement du translateur est considérée strictement sinusoïdale comme dans [10]. Nous pouvons traduire cela mathématiquement par :

$$\mathbf{J}_m(z_T) = \hat{J}_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\tau}(z_T)\right) \cdot \mathbf{e}_r \quad (2)$$

La relation qui lie les différents axes est :

$$z_T = z_S - z_{TS} \quad (3)$$

où z_S est l'axe fixe lié au stator, z_T est l'axe lié au déplacement du translateur et z_{TS} traduit la position du translateur (Fig.3) par rapport au stator exprimée par :

$$z_{TS} = v \cdot t \quad (4)$$

où v est la vitesse linéaire et t le temps. \hat{J}_m est la valeur crête de la densité de flux résiduelle de l'aimant correspondant au champ rémanent. Enfin, on peut écrire que :

$$J_m(z_T) = J_m(z_S, z_{TS}) = \hat{J}_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\tau}(z_S - z_{TS})\right) \quad (5)$$

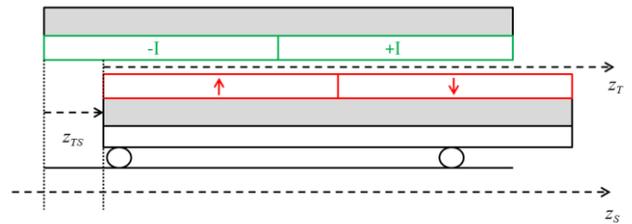


Fig. 3. Représentation des axes

Les bobines sont moulées et sont liées au stator au niveau des extrémités. Elles sont sous forme d'anneaux autour de l'axe z_S . Le stator ne comporte pas de dents afin de réduire l'effet de saillance. Dans la suite de ce document, nous utiliserons le terme « slot » qui définit la surface totale traversée par la densité de courant décrite ci-après. La surface d'encoche est paramétrée par (6) :

$$S_{slot} = e_c \cdot \tau \quad (6)$$

Le fil de cuivre est traversé par un courant I et nous faisons la distinction entre les deux densités de courants J_{coil} et J_{slot} qui

représentent respectivement les densités de courant dans une bobine et dans une encoche exprimée en $(A \cdot mm^{-2})$. La force magnéto-motrice l avec n le nombre de tours par encoche est égale à :

$$k_f \cdot J_{coil} \cdot S_{slot} = nI \quad (7)$$

où k_f est le coefficient de remplissage égal au rapport $\frac{S_{coil}}{S_{slot}}$.

2.3. Calcul du champ magnétique

Les hypothèses suivantes ont été formulées. D'un point de vue magnétique, le cuivre est similaire à l'air. Afin de simplifier le calcul, nous supposons que la perméabilité du fer est infinie. Puis, comme le champ magnétique du fer a une valeur finie, l'excitation magnétique du fer est égale à zéro.

Enfin, les champs magnétiques dans la région de l'air B_e et dans la région de l'aimant B_m sont définis comme dans [11] par :

$$B_e = \mu_0 \cdot H_e \quad (8)$$

et

$$B_m = \mu_m \cdot \mu_0 \cdot H_m + \hat{J}_m \quad (9)$$

Notre application a besoin de développer des efforts élevés. Pour ce faire nous utiliserons des aimants de type terres rares comme le néodyme-fer-bore, où $\hat{J}_m = 1,4(T)$ ou du samarium-cobalt, où $\hat{J}_m = 1,1(T)$. Ici, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} (H \cdot m^{-1})$ et μ_m dépend des aimants et est souvent compris entre 1,03 et 1,15. De plus, dans (9), nous considérons que nous sommes sur la partie linéaire de la courbe d'hystérésis.

Dans ce problème linéaire, nous utilisons le théorème de superposition. L'écriture du théorème d'Ampère sans considérer les bobines donne :

$$H_e \cdot l_e + H_m \cdot l_m = 0 \quad (10)$$

La loi de conservation du flux donne :

$$B_e \cdot S_e = B_m \cdot S_m \quad (11)$$

où S_e et S_m représentent respectivement la surface d'échange du flux dans l'entrefer et les aimants.

Finalement, le champ magnétique dans l'entrefer est directement proportionnel au champ rémanent des aimants au coefficient géométrique K_e près :

$$K_e = \frac{1}{\left(\frac{S_e}{S_m} + \mu_m \cdot \frac{l_e}{l_m}\right)} \quad (12)$$

et,

$$B_e(z_S, z_{TS}) = K_e \cdot J_m(z_S, z_{TS}) \quad (13)$$

2.4. Calcul des efforts

Pour déterminer l'effort linéaire, la force de Laplace est appliquée au milieu des bobines, au niveau du rayon moyen R_{av} (l'entrefer réel est faible par rapport à l'épaisseur de la bobine e_c). Enfin, comme la bobine est fixée au stator, cet effort est celui qui est appliqué au translateur. En utilisant (1), (7)

et (13), après intégration sur l'intervalle $[0, 2\pi]$, la force de Laplace dépend de z_S et z_{TS} est donnée par :

$$F_L(z_S, z_{TS}) = 2\pi \cdot k_f \cdot J_{coil}(z_S) \cdot S_{slot} \cdot R_{av} \cdot K_e \cdot J_m(z_S, z_{TS}) \cdot e_z \quad (14)$$

$$J_{coil}(z_S) = \begin{cases} +J_{coil}, & z_S \in [0, \tau] \\ -J_{coil}, & z_S \in [\tau, 2\tau] \end{cases} \quad (15)$$

Enfin, pour atteindre la force totale du vérin linéaire, avec des courants continus en opposition de phase par rapport à la position z_{TS} du translateur, il est nécessaire de multiplier par le nombre de paires de pôles p et d'intégrer sur une période d'aimants, à savoir un motif de $[0, 2\tau]$. En raison de la symétrie de l'alimentation de la bobine en courant continu, la force totale du vérin linéaire est la suivante :

$$F_{Jack-1}(z_{TS}) = \frac{2p}{\tau} \int_0^\tau F_L(z_S, z_{TS}) \cdot dz_S \cdot e_z \quad (16)$$

Après intégration nous obtenons le résultat suivant :

$$F_{Jack-1}(z_{TS}) = 8 \cdot p \cdot k_f \cdot J_{coil} \cdot S_{slot} \cdot R_{av} \cdot K_e \cdot \hat{J}_m \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\tau} \cdot z_{TS}\right) \cdot e_z \quad (17)$$

Ainsi, pour une alimentation monophasée continue, l'effort varie cosinusoidalement par rapport à la position du translateur vis-à-vis du stator. Or, nous cherchons à développer un effort constant tout au long d'une phase de déplacement ; c'est pourquoi nous allons générer une onde de courant créée par un système triphasé sinusoïdal qui, lorsqu'il est contrôlé de manière adéquate, suit la répartition de champ créée par les aimants dans l'entrefer. La force totale de Laplace développée par ce système d'alimentation peut être traduite comme suit :

$$F_{Jack-3}(z_{TS}) = \frac{3p}{\tau} \cdot \sum_{i=1}^6 \int_{(i-1)\frac{\tau}{3}}^{i\frac{\tau}{3}} F_L(z_S, z_{TS})_i \cdot dz_S \cdot e_z \quad (18)$$

En considérant les symétries :

$$F_{Jack-3}(z_{TS}) = \frac{6p}{\tau} \cdot \sum_{i=1}^3 \int_{(i-1)\frac{\tau}{3}}^{i\frac{\tau}{3}} F_L(z_S, z_{TS})_i \cdot dz_S \cdot e_z \quad (19)$$

où

$$F_L(z_S, z_{TS})_i = 2\pi \cdot k_f \cdot J_{coil_i}(z_S) \cdot \frac{S_{slot}}{3} \cdot R_{av} \cdot K_e \cdot J_m(z_S, z_{TS}) \cdot e_z \quad (20)$$

Cette force dépend des densités de courant J_{coil_i} avec i variant de 1 à 6 dans (18) ou de 1 à 3 dans (19). Dans (15), nous avons défini les deux bobines dont la longueur totale est de 2τ (correspondant à une paire de pôles, voir Fig. 2), alimentées par deux densités de courant opposées selon e_θ . Avec une alimentation triphasée, chaque encoche est divisée en trois et on définit, pour la longueur totale 2τ , six densités de courant différentes variants en fonction du temps et de z_S . Ces densités de courant J_{coil_i} où i représente chacune des six encoches sont présentées Fig. 4.

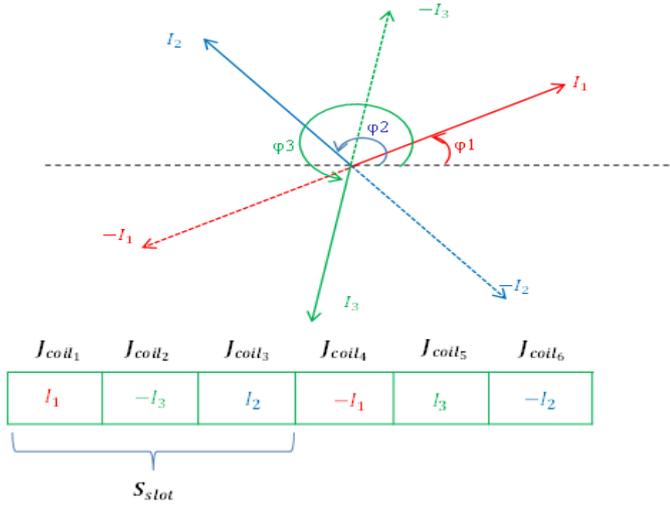


Fig. 4. Système d'alimentation triphasé des bobines

Chaque bobine est alimentée par un courant I_i défini par :

$$|nI_i| = k_f \cdot \frac{S_{slot}}{3} \cdot |J_{coil_i}| \quad (21)$$

Il vient,

$$\begin{cases} J_{coil_1}(t) = 3 \cdot \frac{nI_1}{k_f \cdot S_{slot}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\tau} \cdot z_{TS} + \varphi_1\right) \\ J_{coil_2}(t) = -3 \cdot \frac{nI_3}{k_f \cdot S_{slot}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\tau} \cdot z_{TS} + \varphi_3\right) \\ J_{coil_3}(t) = 3 \cdot \frac{nI_2}{k_f \cdot S_{slot}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\tau} \cdot z_{TS} + \varphi_2\right) \end{cases} \quad (22)$$

Après calcul, et considérant un système triphasé de courants sinusoïdaux déphasés de 120° , nous obtenons que l'effort total est constant et ne dépend pas de la position :

$$F_{Jack-3} = 6 \cdot p \cdot k_f \cdot J_{coil} \cdot S_{slot} \cdot R_{av} \cdot K_e \cdot \hat{J}_m \quad (23)$$

La relation entre la valeur crête de l'effort développé par un système de courants triphasés et le système de courants continus est :

$$F_{Jack-3} = \frac{3}{4} F_{Jack-1} \quad (24)$$

3. DIMENSIONNEMENT D'UN RESEAU DE HALBACH

Un réseau de Halbach est une configuration d'aimants ayant des polarisations comportant des composantes radiales et tangentielles, voir [12]. Compte tenu des exigences technologiques inhérentes à notre cahier des charges, nous opterons pour un réseau de Halbach n'alliant que des composantes purement radiales et purement tangentielles, voir [1]-[13], comme présenté en Fig. 5. Afin de simplifier les calculs, nous considérerons le problème dans un système de coordonnées cartésiennes que nous associerons à un plan de coupe de la machine présenté en Fig. 2. La variable z_T de la partie 2 est relative à x_T et r correspond ici à la variable y . La formule (3) est toujours valable dans le cas de la variable x .

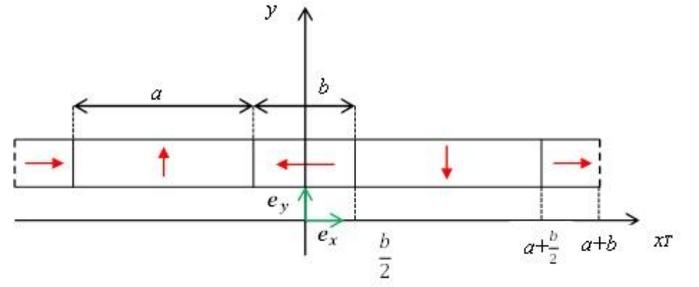


Fig. 5. Réseau de Halbach dans un système cartésien

Ce type de réseau a divers avantages. D'une part cela a pour fonction de maximiser le champ créé par les aimants dans l'entrefer et ainsi d'augmenter l'effort créé par la machine. D'autre part, le flux de champ magnétique qui se reboucle dans la partie de fer du translateur diminue, ce qui a pour conséquence de limiter la saturation, voir [7]-[13]. Nous pouvons donc diminuer l'épaisseur de la culasse du translateur. Ainsi, la masse de la partie mobile est plus faible que pour une configuration non Halbach, ce qui permet de réduire l'inertie et facilite donc la commande de l'actionneur. Enfin, nous vérifierons que l'hypothèse émise par (2) est vérifiée dans ce cadre. L'objectif est de caractériser le rapport λ optimal permettant de maximiser l'effort, avec :

$$\lambda = \frac{b}{a+b} = \frac{b}{\tau} \quad (25)$$

Le champ magnétique créé par le réseau de Halbach dans l'entrefer est défini par B_{e_H} . Nous décidons de calculer la valeur moyenne du champ magnétique B_{e_H} dans l'entrefer prise au niveau du rayon moyen tel que :

$$B_{e_{H-av}} \Big|_{y=R_{av}} = \frac{1}{\tau} \cdot \int_0^\tau B_{e_H}(x) \Big|_{y=R_{av}} dx_s \quad (26)$$

Nous introduisons alors le coefficient κ tels que :

$$\kappa = \frac{B_{e_{H-av-y}} \Big|_{y=R_{av}}}{B_{e_{av-y}} \Big|_{y=R_{av}}} \quad (27)$$

où $B_{e_{av-y}} \Big|_{y=R_{av}}$ représente la valeur moyenne de la composante radiale (suivant e_y) du champ magnétique créé par les aimants en configuration purement radiale dans l'entrefer au niveau du rayon moyen R_{av} .

Ainsi l'effort moyen de Laplace développé par la structure Halbach appelé F_{jack_H} , en monophasé comme en triphasé, s'écrit alors comme suit :

$$F_{jack_H} = \kappa \cdot F_{jack} \quad (28)$$

le but étant de maximiser le coefficient de Halbach κ .

Afin de pouvoir mettre en place un processus d'optimisation de la structure Halbach, il est important d'avoir une expression analytique du champ dans l'entrefer. Nous faisons intervenir le potentiel vecteur A défini par :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (29)$$

On distingue alors deux zones : la zone d'entrefer magnétique (Z_1) et la zone d'aimants (Z_2) telles que, voir [1] :

$$\begin{cases} \tilde{\Delta} \mathbf{A} = \mathbf{0} & (Z_1) \\ \tilde{\Delta} \mathbf{A} = -\mu_0 \nabla \times \mathbf{M} & (Z_2) \end{cases} \quad (30)$$

où \mathbf{M} désigne le moment magnétique de l'aimant tel que la valeur crête du moment magnétique est :

$$\tilde{M} = \frac{\int_m}{\mu_0} \quad (31)$$

Le potentiel vecteur est soumis à l'équation de Laplace dans la zone 1 et à l'équation de Poisson dans la zone 2.

De manière à résoudre ces équations nous décomposons le moment magnétique sous forme de séries de Fourier sachant que :

$$\mathbf{M} = M_x(x)\mathbf{e}_x + M_y(x)\mathbf{e}_y \quad (32)$$

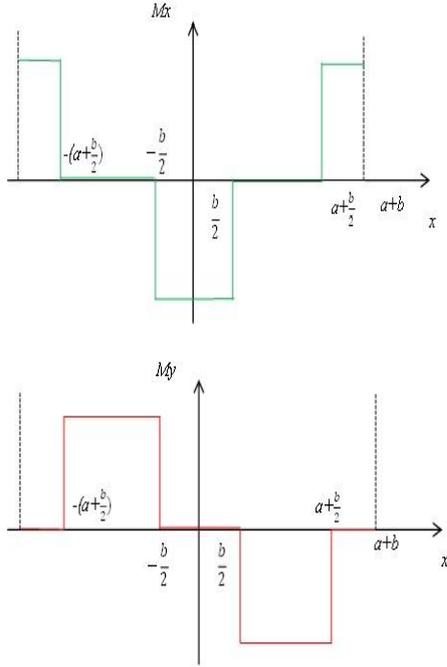


Fig. 6. Tracé des polarisations radiales et tangentielles par rapport à x

Après calcul on obtient :

$$M_x(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cdot \cos(k_n \cdot x) \quad (33)$$

$$M_y(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \cdot \sin(k_n \cdot x) \quad (34)$$

Où,

$$a_n = -\frac{4M_x}{n\pi} \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi(1-\lambda)}{2}\right) \quad (35)$$

$$b_n = -\frac{4M_y}{n\pi} \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi(1-\lambda)}{2}\right) \quad (36)$$

et

$$k_n = \frac{\pi}{\tau} \cdot n \quad (37)$$

Ne considérant pas les effets 3D, le champ magnétique dans l'entrefer est porté par \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_y . Ainsi le potentiel vecteur \mathbf{A} est porté par \mathbf{e}_z . Le laplacien vectoriel s'exprime alors comme suit :

$$\tilde{\Delta} \mathbf{A} = \frac{\partial^2 \mathbf{A}_z(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}_z(x, y)}{\partial y^2} \quad (38)$$

En utilisant la séparation des variables, la forme générale de \mathbf{A} , solution de l'équation de Laplace s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} A_z(x, y) &= \sum_{n=1}^{+\infty} (v_{1n} \cosh(nK \cdot y) \\ &+ v_{2n} \sinh(nK \cdot y)) \cdot (v_{3n} \cos(nK \cdot x) + v_{4n} \sin(nK \cdot x)) \end{aligned} \quad (39)$$

Or, nous considérons deux potentiels vecteurs exprimant le comportement du champ dans les zones (Z_1) et (Z_2) et correspondant respectivement à l'entrefer magnétique et aux aimants. Le potentiel dans l'air est appelé A_{zA} et est régi par l'équation de Laplace alors que le potentiel dans les aimants, appelé A_{zM} est solution de l'équation de Poisson. La forme de ces potentiels est donc la suivante :

$$\begin{aligned} A_{zA}(x, y) &= \sum_{n=1}^{+\infty} (v_{1n} \cosh(nK \cdot y) \\ &+ v_{2n} \sinh(nK \cdot y)) \cdot (v_{3n} \cos(nK \cdot x) + v_{4n} \sin(nK \cdot x)) \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} A_{zM}(x, y) &= \sum_{n=1}^{+\infty} [(v'_{1n} \cosh(nK \cdot y) \\ &+ v'_{2n} \sinh(nK \cdot y)) \cdot (v'_{3n} \cos(nK \cdot x) \\ &+ v'_{4n} \sin(nK \cdot x))] \end{aligned} \quad (41)$$

où : $v_{1n}, v_{2n}, v_{3n}, v_{4n}, v'_{1n}, v'_{2n}, v'_{3n}, v'_{4n}$ et K sont des constantes à déterminer et $\beta_n(x)$ la solution particulière relative à l'équation de Poisson, elle aussi à déterminer.

De manière à identifier les constantes relatives aux deux potentiels, nous utilisons les relations de passages aux frontières fer/aimants, aimants/entrefer magnétique et entrefer magnétique/fer. Nous faisons l'hypothèse que la perméabilité du fer est infinie. Ainsi les relations de passages s'écrivent de la manière suivante :

$$\forall x \in [-(a+b); (a+b)],$$

$$\left. \frac{\partial A_{zA}}{\partial y} \right|_{y=r_s-c} = 0 \quad (42)$$

$$\left. \frac{\partial A_{zM}}{\partial y} \right|_{y=r_T} - \mu_0 M_x(x) = \left. \frac{\partial A_{zA}}{\partial y} \right|_{y=r_T} \quad (43)$$

$$\left. \frac{\partial A_{zM}}{\partial x} \right|_{y=r_T} = \left. \frac{\partial A_{zA}}{\partial x} \right|_{y=r_T} \quad (44)$$

$$\left. \frac{\partial A_{z_M}}{\partial y} \right|_{y=r_T-l_m} - \mu_0 M_x(x) = 0 \quad (45)$$

Une fois les différentes constantes identifiées on est alors capable de reconstruire le champ créé par les aimants dans l'entrefer :

$$\mathbf{B}_{e_H} = \nabla \times \mathbf{A} = \frac{\partial A_{z_A}(x,y)}{\partial y} \mathbf{e}_x - \frac{\partial A_{z_A}(x,y)}{\partial x} \mathbf{e}_y \quad (46)$$

$$B_{e_H-av-y} \Big|_{y=R_{av}} = \frac{1}{\tau} \cdot \int_0^\tau -\frac{\partial A_{z_A}(x,y)}{\partial x} \Big|_{y=R_{av}} dx_s \quad (47)$$

Après calcul nous obtenons le coefficient de Halbach suivant :

$$\kappa = 1.2362$$

Soit une augmentation théorique des efforts de 23.62%.

4. OPTIMISATION

Dans le but d'obtenir le meilleur compromis, nous optimisons l'actionneur par une méthode multi-objectifs. Nos objectifs sont de maximiser la force, de minimiser la masse et le paramètre thermique que nous définirons plus tard. Les contraintes de notre problème sont à la fois dimensionnelles (nous sommes limités par la taille de la boîte), et magnétiques (la valeur du champ magnétique dans le fer ne doit pas dépasser le niveau de saturation). En termes mathématiques notre problème d'optimisation peut être traduit comme dans [14] par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) \\ g_i(x) \leq 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, n_g\} \\ h_j(x) = 0 \quad \forall j \in \{1, \dots, n_h\} \end{cases} \quad (48)$$

où f est la fonction objectif à minimiser. g et h sont respectivement les fonctions qui représentent les contraintes d'inégalité et les contraintes d'égalité. La variable fixe est x . n_g et n_h représentent respectivement le nombre de contraintes d'inégalités et d'égalités. Ici $x \in \mathbb{R}^7$ et représente l'ensemble des variables (J_{coil} , p , τ , l_m) de notre problème d'optimisation.

Dans notre problème nous avons trois objectifs. Le premier est de maximiser l'effort, nous utiliserons au choix (17) ou (23). Le deuxième est de minimiser la masse définie par :

$$M(x) = \sum_{i=1}^n \rho_i \cdot \pi \cdot (r_i^2 - r_{i-1}^2) \cdot L_i \quad (49)$$

Où, L_i et ρ_i sont respectivement la longueur et la masse volumique de chaque couche. Il y a ici n couches où chacune a une épaisseur de $(r_i - r_{i-1})$ avec $r_0 = 0$. Le troisième correspond à la thermique. On appellera Th le paramètre thermique tel que :

$$Th(x) = A(x) \cdot J_{coil} \quad (50)$$

où $A(x)$ est la densité de courant linéique, voir [15].

Nous écrivons alors la fonction multi-critères comme dans [14]:

$$f(x) = -\frac{F_{jack}(x)}{\max(F_{jack})} + \frac{M(x)}{\min(M)} + \frac{Th(x)}{\min(Th)} \quad (51)$$

Il existe un ensemble de contraintes ($n_g + n_h$), par exemple ne pas excéder la valeur du champ de saturation, mais les trois contraintes principales sont la force, la masse et la densité de courant:

$$\begin{cases} F_{jack-three} \geq 55 \text{ (N)} \\ J_{coil} \leq 10 \text{ (A} \cdot \text{mm}^{-2}\text{)} \\ M \leq 3.75 \text{ (kg)} \end{cases} \quad (52)$$

Pour réaliser cette optimisation nous avons besoin de faire autant de calculs que nous avons d'objectifs. Le but est de trouver un extremum pour chaque fonction, dont la norme serait: " $\max(F_{jack})$ ", " $\min(M)$ " et " $\min(Th)$ ". Enfin, nous faisons un calcul supplémentaire multi-objectifs. Afin de réaliser cette optimisation, nous avons utilisé la boîte à outils d'optimisation du logiciel Matlab. Nous avons également utilisé la fonction « fmincon » avec le module « global search ».

Le tableau 2 compare les résultats de chaque calcul, c'est-à-dire que les deuxième, troisième et quatrième colonnes représentent les valeurs obtenues pour chaque extremum. La cinquième colonne donne les résultats de l'optimisation multi-objectifs. Il convient de noter que la quatrième et la cinquième colonnes sont les mêmes. Cela signifie que le paramètre thermique est le plus contraignant de l'optimisation.

Tableau 2: résultat des optimisations mono-objectif et de l'optimisation multi-objectifs

	F_{jack}	M	Th	Multi-objectifs
l_m (mm)	5.4	5	11.7	11.7
r_T (mm)	24.4	24	30.7	30.7
e_c (mm)	2.58	2.2	2.13	2.13
r_s (mm)	32.5	31.7	38.3	38.3
τ (mm)	38.3	15.3	23.3	23.3
J_{coil} (A · mm ⁻²)	10	10	8.37	8.37
p	1	2	1	1
$F_{jack-single}$ (N)	108	73	73	73
M (kg)	3.75	3.17	3.75	3.75
Th (A ² · m ⁻³)	1.2e ¹¹	8.23e ¹⁰	3.44e ¹⁰	3.44e ¹⁰

Nous obtenons alors une structure satisfaisant l'ensemble des contraintes. Nous sommes alors en mesure de réaliser des simulations par éléments finis sur la structure optimale.

5. RESULTATS

Des simulations par éléments finis ont été réalisées avec le logiciel Ansys [16] sur la structure préalablement optimisée (partie 4) en régime quasi-statique. C'est ici une simulation 2D

axisymétrique avec un maillage triangulaire. Dans la première simulation nous vérifierons si l'hypothèse (2) est valide. Puis, de manière à vérifier (17), on injecte un courant « monophasé continu » de manière à calculer la force maximale atteinte par le vérin. Fsimu est la force calculée grâce au logiciel Ansys [16] et Fth est la valeur maximale de la force théorique calculée à l'aide du logiciel Matlab. Afin de vérifier (23) avec des simulations en régime quasi-statique, nous reconstruisons un système de courants triphasés sinusoïdaux en utilisant des courants continus. Enfin, nous comparerons les courbes d'efforts du modèle calculé avec les résultats des simulations avec un réseau de type Halbach.

La Fig. 7 montre la répartition du champ magnétique créée par les aimants à vide dans l'entrefer pris au niveau du rayon moyen en $r = R_{av}$, pour une configuration purement radiale et une configuration Halbach.

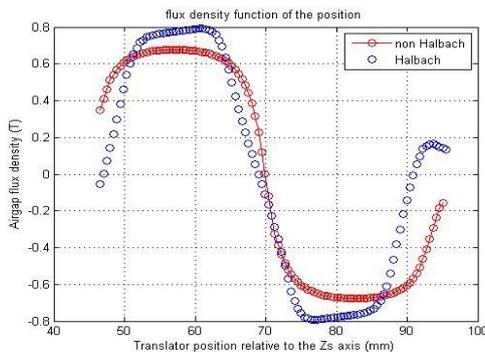


Fig. 7. Répartition de champ magnétique créé par les aimants à vide pour une configuration Halbach et non Halbach au niveau du rayon moyen

Pour se faire une idée de la structure simulée en 2D, nous montrons en Fig. 8 les lignes de champs de la structure radiale et de « l'Halbacharray ».

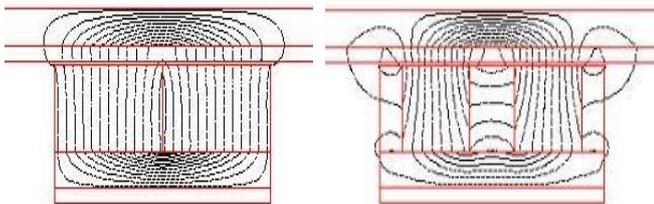


Fig.8. Ligne de champ 2D du MMA tubulaire en configuration non Halbach et Halbach

Les conditions de Dirichlet ont été placées sur les bords externes de l'actionneur, ce qui signifie que le potentiel vecteur est égal à 0. Théoriquement, lorsque le translateur est magnétisé radialement, la répartition du champ magnétique dans l'entrefer doit avoir une forme d'onde carrée ou trapézoïdale, mais lorsque la longueur de l'aimant est courte, l'hypothèse de la forme d'onde sinusoïdale créée par l'aimant permanent peut être faite comme on peut le voir en Fig.7. La courbe bleue représente la répartition de champ dans le cas d'une structure Halbach non optimisée avec $\lambda = 0.4$. L'hypothèse (2) est plus réaliste encore dans ce cas que dans le

celui purement radial. D'autre part, on remarque que la valeur crête de B_{eH} est supérieure à celle de B_e .

Nous pouvons maintenant tester notre modèle analytique basé sur le calcul de la force créée par une seule phase et des courants continus opposés. La Fig. 9. montre les résultats des efforts simulés et calculés.

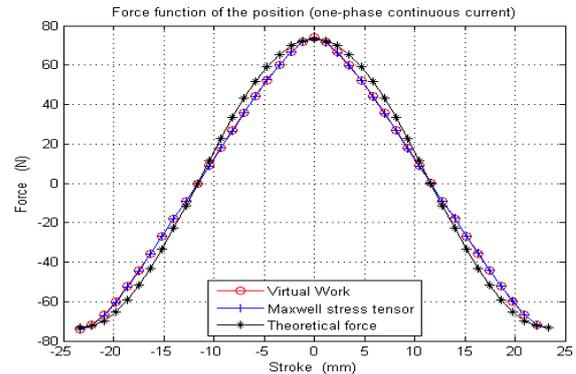


Fig.9. Effort développé pour une alimentation monophasée continue en fonction de la course

Le logiciel Ansys [16] nous permet de calculer la force avec deux méthodes numériques distinctes qui sont les « travaux virtuels » et le « tenseur de Maxwell ». Si les résultats de ces deux méthodes sont égaux, comme sur la Fig. 9, cela signifie que le maillage est bon. Ainsi, nous sommes en mesure de comparer la courbe théorique avec les deux courbes issues des résultats numériques de simulations. À propos de la force maximale, notre modèle analytique semble donner des résultats très précis. On observe un léger écart entre l'effort théorique et les efforts numériques, ce qui signifie que la force développée par un système monophasé continu est proche d'une fonction cosinus comme le résultat théorique déduit de (17). Afin de valider (23), nous avons décidé de recréer une alimentation en courants sinusoïdaux triphasés avec des courants continus comme en Fig.10. Le logiciel de calcul par éléments finis Ansys ne permet que de faire des simulations en quasi-statiques, nous recréons alors un système triphasé sinusoïdal avec des courants continus.

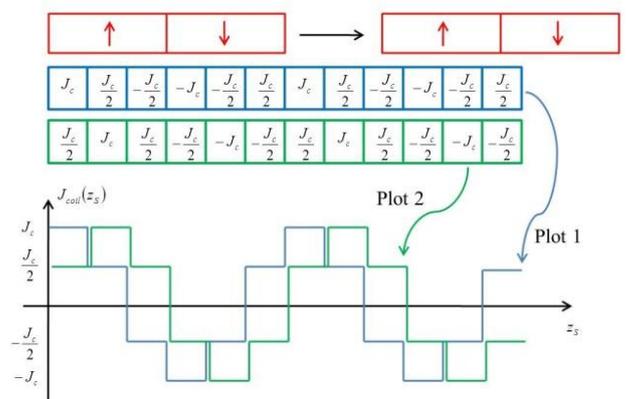


Fig. 10. Création d'une alimentation sinusoïdale triphasé à partir de courants continus

Sur la Fig. 10 est représenté en rouge le déplacement d'une paire d'aimants. L'alimentation triphasée continue dépend de la

position du translateur. Une représentation en est donnée par les courbes bleues et vertes pour deux positions du translateur.

La Fig. 11 détaille les résultats de la simulation faite avec le système d'alimentation vu en Fig. 10.

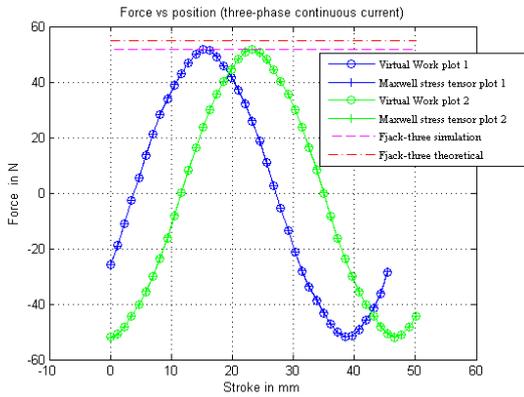


Fig. 11. Forces développées pour une alimentation triphasée en fonction de la course

Les « plot 1 » montrent les résultats d'efforts donnés par le tenseur de Maxwell et les travaux virtuels avec la première configuration d'alimentation (en bleu Fig. 10). Pareillement les « plot 2 » montrent les mêmes résultats que précédemment pour la deuxième configuration de courant (celle en verte). En théorie, avec un système de courant triphasé sinusoïdal contrôlé par rapport à la position et à la vitesse du translateur, nous devrions avoir un effort constant autour de la valeur crête des sinusoïdes qui est reconstruit avec la courberose en pointillés. Nous remarquons un écart entre la valeur théorique (en rouge) et la valeur calculée (en rose) par Ansys qui est d'environ 6%.

$$F_{Jack-3-simu} = 51.82 \text{ (N)}$$

et,

$$F_{Jack-3-theo} = 55 \text{ (N)}$$

L'erreur relative sur l'effort triphasé est donc de:

$$\varepsilon_{F\%} = -5.81 \%$$

Enfin, toujours pour $\lambda=0.4$, Fig. 12, nous avons réalisé une simulation calculant les efforts pour une alimentation triphasée continue, comme Fig. 10, en configuration Halbach et non Halbach, de manière à comparer la valeur maximum du dit effort.

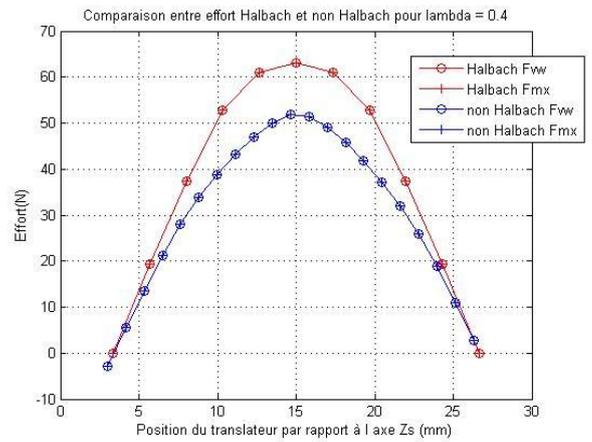


Fig.12. Comparaison entre effort Halbach et non Halbach

La valeur maximale de l'effort Halbach est de 63.47 (N). Nous remarquons un gain de 22,5% d'effort pour le même volume d'aimant, ce qui correspond à un coefficient de Halbachsimulé $\kappa_{simu} = 1.225$. L'erreur relative entre les valeurs de κ théorique et simulé est donc de :

$$\varepsilon_{\kappa\%} = 0.91\%$$

Finalement l'erreur relative entre l'effort théorique et l'effort simulé d'une structure Halbach est une combinaison des erreurs relatives précédemment calculées :

$$\varepsilon_{FH\%} = 6.77\%$$

6. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons présenté une approche analytique du calcul de la force qui peut être appliquée aux machines synchrones à aimants permanents sans dents, où l'onde créée par le déplacement du translateur est proche d'une fonction sinusoïdale. Nous avons utilisé ce modèle pour le dimensionnement d'un actionneur linéaire tubulaire consacré à une application embarquée. Un ensemble de contraintes doivent être respectées comme : une force de 55 (N), aucune ondulations d'efforts et des limites thermiques. Dans une première étape, nous avons fait une modélisation basée sur le théorème d'Ampère. Ce modèle offre les avantages d'être plus rapide à résoudre que l'équation de Poisson et de consommer moins de temps de calcul dans une optimisation multicritères. Dans une deuxième étape, nous avons présenté les résultats analytiques du dimensionnement d'un réseau de Halbach permettant de donner les clés d'une optimisation future, visant à optimiser le paramètre dimensionnel du réseau Halbach λ pour maximiser le gain κ apporté à celui-ci. Ensuite, une optimisation multicritères de l'actionneur basée sur les résultats du modèle Ampérien a permis de donner les dimensions d'une structure non Halbach, qui répondent aux spécifications (5.8 % de différence entre l'effort attendu et l'effort calculé). Les résultats théoriques issus des modèles et en particulier l'effort linéaire développé ont été vérifiés par une analyse 2D par éléments finis. Dans nos travaux futurs, nous avons l'intention d'améliorer la modélisation analytique en tenant compte des ordres d'harmoniques supérieurs au fondamental, pour le champ magnétique. On peut aussi développer un modèle Ampérien directement adapté au réseau de Halbach. Sur la base

de cette étude, un prototype doit être construit et des essais expérimentaux seront réalisés.

7. REFERENCES

- [1] S. M. Jang, J. Y. Choi, S. H. Lee, H. W. Cho, and W. B. Jang, "Analysis and experimental verification of moving-magnet linear actuator with cylindrical Halbach array", *IEEE Trans. On Magnetics*, vol. 40, no. 4, pp. 2068-2070, Jul. 2004.
- [2] H. Ben Ahmed, B. Multon, and M. Ruellan, "Actionneur linéaires directs et indirects", "revue 3EI", pp. 38-58, septembre 2005.
- [3] Y. Amara, G. Barakat, "Analytical modeling of magnetic field in surface mounted permanent-magnet tubular linear machines", *IEEE Trans. On Magnetics*, vol. 46, no. 11, pp. 3870-3884, Nov. 2010.
- [4] J. Wang, G. W. Jewell, "A general framework for the analysis and design of tubular linear permanent magnet machines", *IEEE Trans. On Magnetics*, vol. 35, no. 3, May 1999.
- [5] N. Bianchi, "Analytical computation of magnetic fields and thrusts in a tubular PM linear servo motor", *IEEE Industry Application Conference*, Rome Italy, Vol. 1, pp. 21-28, 8-12 Oct. 2000.
- [6] Y. Boutora, R. Ibtouen, and N. Takorabet, "Analytical model of parallel magnetized magnet segments of surface PM slotless machine", *IEEE XXth International Conference on Electrical Machines (ICEM 2012)*, Marseille France, pp. 2772-2778, 2-5 Sept. 2012.
- [7] D. L. Trumper, W. J. Kim, and M. E. Williams, "Design and analysis framework for linear permanent magnet machines", *IEEE Trans. On Industry Applications*, vol. 32, no. 2, March/Avril 1996.
- [8] N. Bianchi, S. Bolognani, F. Tonel, "Design criteria of a tubular linear IPM motor", *IEEE Electric Machines and Drives Conference (IEMDC 2001)*, Cambridge England, pp. 1-7, 17-20 June 2001.
- [9] N. Bianchi, S. Bolognani, D. Dalla Corte, F. Tonel, "Tubular linear permanent magnet motors: an overall comparison", *IEEE Trans on Industry Applications*, vol. 39, no. 2, pp. 466-475, March/April 2003.
- [10] S. Dwari, L. Parsa, and K. J. Karimi, "Design and Analysis of Halbach array permanent magnet motor for high acceleration applications", *IEEE Electric Machines and Drives Conference (IEMDC '09)*, Miami USA, pp. 1100-1104, 3-6 May 2009.
- [11] L. Jian, K. T. Chau, C. Yu, and W. Li, "Analytical calculation of magnetic field in surface-inset permanent magnet motors", *IEEE Trans. On Magnetics*, vol. 45, no. 10, October 2009.
- [12] J. Wang, C. Li, Y. Li, and L. Yan, "Optimization design of linear Halbach array", *IEEE International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS 2008)*, Wuhan China, pp; 170-174, 17-20 Oct. 2008.
- [13] S. Alshibani, R. Dutta, V. G. Agelidis, "An investigation of the use of a Halbach array in MW level permanent magnet synchronous generators", *IEEE XXth International Conference on Electrical Machines (ICEM 2012)*, Marseille France, pp. 59-65, 2-5 Sept. 2012.
- [14] E. Fitani, F. Messine, and B. Nogarede, "The electromagnetic actuator design problem: a general and rational approach", *IEEE Trans. On Magnetics*, vol. 40, no. 3, May 2004.
- [15] B. Nogarede, "Etude des moteurs sans encoches à aimants permanents de forte puissance à basse vitesse", These de l'institut polytechnique de Toulouse, 1990.
- [16] AnsysMultiphysics - APDL (Ansys Parametric Design Language)