

Application de la méthode de transformation pour étudier l'impact des incertitudes géométriques sur les performances d'une machine électrique

Duy Hung MAC¹, Stéphane CLENET¹, Jean Claude MIPO²

¹L2EP/ Arts et Métiers ParisTech centre de Lille, Lille – France, ²Valeo S.E. Créteil, France

RESUME - Les procédés de fabrication induisent des disparités sur les dimensions des machines électriques. Pour quantifier l'impact de ces disparités, qui sont souvent mal connues, sur les performances des machines, une approche probabiliste peut être utilisée. Dans cette approche, il est nécessaire de disposer d'un modèle paramétrique permettant de simuler différentes configurations de la géométrie. Dans ce papier, la méthode de transformation utilisée pour établir un modèle paramétrique est présentée puis appliquée dans le cas d'une machine électrique dont les dimensions sont aléatoires.

Mots-clés— *Incertitudes géométriques, Approche probabiliste, Méthode de transformation, Modèle paramétrique.*

1. INTRODUCTION

Les incertitudes portées par les paramètres géométriques ou matériaux d'une machine électrique peuvent avoir de nombreuses origines : les imperfections des procédés de fabrication, l'impact de l'environnement mal ou peu contrôlé (l'humidité, la température, ...), la déformation mécanique, le vieillissement de matériaux... Dans une simulation numérique, on prend généralement les valeurs nominales comme données d'entrée du modèle. En effet, on considère que l'impact des incertitudes des paramètres d'entrée sur la grandeur de sortie d'intérêt est négligeable devant les erreurs numériques. En réalité, ce fait n'est parfois plus vrai lorsque les erreurs numériques deviennent de plus en plus faibles grâce à une augmentation de la performance des simulateurs. Alors, pour une caractérisation par un modèle numérique plus pertinent d'une machine électrique, la prise en compte de ces incertitudes devient nécessaire.

L'approche probabiliste est une des méthodes le plus souvent utilisées pour quantifier l'impact des incertitudes portés par des paramètres d'entrée sur la grandeur de sortie d'intérêt [1-4]. Dans cette approche, les grandeurs incertaines sont modélisées sous la forme de variables aléatoires. Cette approche comporte deux étapes qui sont :

- **Etape 1 : La modélisation probabiliste des données d'entrée.** Cette étape est pour l'objectif de modéliser des données d'entrées incertaines par des variables aléatoires avec une fonction de densité de probabilité (pdf) connue. Des approches statistiques appuyées sur une base de données peuvent être utilisées.

- **Etape 2 : La propagation des incertitudes.** Les incertitudes sur les données d'entrée sont propagées au travers du modèle numérique pour caractériser les incertitudes sur les grandeurs d'intérêt de sortie. Des informations (les moments, la sensibilité, ...) de ces variables sont extraites et exploitées.

Concernant l'étape 2 de l'approche probabiliste, on peut citer deux catégories : les méthodes non-intrusives [7-8] et intrusive [4]. Pour les méthodes non-intrusives, un modèle paramétrique –qui calcule les grandeurs de sortie d'intérêt correspondant à chaque valeur des paramètres d'entrée - est nécessaire. Dans ce papier, on s'intéresse à un modèle paramétrique basé sur un modèle des éléments finis (FEM).

Comme indiqué en haut, on peut distinguer deux types d'incertitudes des paramètres d'entrée : celles portées par la loi de comportement [4] de matériaux et celles portées par la géométrie. Les méthodes pour établir un modèle paramétrique correspondant au dernier type d'incertitudes nécessitent des traitements supplémentaires [2-3] par rapport aux premières. En effet, d'une façon naturelle, une variation de géométrie semble nécessiter un remaillage. Notons que le remaillage peut être numériquement couteux et peut produire des bruits numériques. Une façon d'éviter le remaillage est d'utiliser la méthode de transformation proposée dans [3], [5]. La méthode consiste à ramener le problème défini dans un domaine de géométrie aléatoire à celui défini dans un domaine déterministe avec une loi de comportement modifiée grâce à une transformation des géométries. Dans ce papier, nous allons appliquer cette méthode au cas d'une machine électrique ayant un stator avec des dimensions aléatoires. En se basant sur ce modèle paramétrique, nous allons comparer les performances en termes de couple d'une machine en ayant une approche par intervalle de tolérance et une approche utilisant comme données d'entrée les dimensions mesurées.

Tout d'abord, nous rappelons brièvement la méthode de transformation. Ensuite, l'application de cette méthode au cas d'une machine électrique sera présentée. Enfin, nous discutons sur quelques résultats obtenus.

2. METHODE DE TRANSFORMATION

On s'intéresse à un problème de magnétostatique défini dans un domaine D (Fig. 1). Les incertitudes géométriques du problème défini dans D sont supportées par les interfaces

aléatoires $\Gamma_k(\theta)$ entre deux sous-domaines de deux matériaux différents. θ fait référence à l'aléa. On suppose que la perméabilité μ_i dans le sous-domaine D_i est constante. A l'issue de la première étape de l'approche probabiliste, l'interface $\Gamma_k(\theta)$ peut être représentée (ou approchée) en fonction d'un vecteur des variables aléatoires $\xi(\theta)$ de fonction de densité de probabilité (pdf) connue. Pour simplifier la notation, la dépendance de ξ en θ sera omise. Alors, le problème de magnéto-statique stochastique s'écrit sous la forme (1).

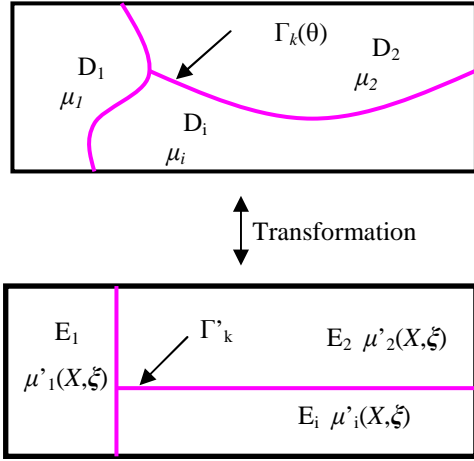


Figure 1 : Problème de magnéto-statique défini dans le domaine aléatoire D et problème équivalent défini dans le domaine déterministe E

$$\begin{cases} \text{div } \mathbf{B}(x, \xi) = 0 \\ \text{curl } \mathbf{H}(x, \xi) = 0 \\ \mathbf{B}(x, \xi) = \mu(x, \xi) \cdot \mathbf{H}(x, \xi) \end{cases} \quad (1)$$

où \mathbf{B} et \mathbf{H} sont respectivement l'induction et le champs magnétique et la perméabilité μ s'écrit sous la forme suivante.

$$\mu(x, \xi) = \sum_{i=1}^{n_D} \mu_i \cdot I_{D_i}(x, \xi) \quad (2)$$

La fonction indicatrice I_{D_i} est égale à 1 si x est dans le sous-domaine D_i et zéro ailleurs.

Dans [5], on a démontré que s'il existe un « mapping » transformant le domaine D en un domaine E déterministe et si perméabilité dans le domaine E prend la forme

$$\mu'(X, \xi) = \frac{M'(X, \xi)\mu(X)M(X, \xi)}{|\det(M(X, \xi))|} \quad (3)$$

avec M la matrice jacobienne de transformation, alors les problèmes définis dans D et dans E sont équivalents au sens que

$$\Omega'(X, \xi) = \Omega(X(x, \xi), \xi) \quad (4)$$

Ω et Ω' sont des potentiels scalaires du problème défini dans D et dans E respectivement. On va résoudre le problème défini dans le domaine E, puis la solution peut être aisément déduite par (4) sur le domaine D. Un maillage unique du domaine E est

nécessaire. Notons que, dans cette méthode, la principale difficulté réside dans la détermination de la transformation [5].

3. APPLICATION DE LA METHODE DE TRANSFORMATION DANS LE CAS D'UNE MACHINE ELECTRIQUE

On s'intéresse à une machine électrique avec le stator où les rayons des dents sont supposés variables et pas nécessairement identiques (voir Fig. 2).

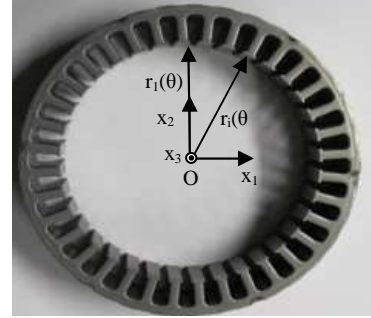


Figure 2 : Stator étudié

Un modèle simplifié (Fig. 3 à droite) a été adopté pour le modèle numérique.

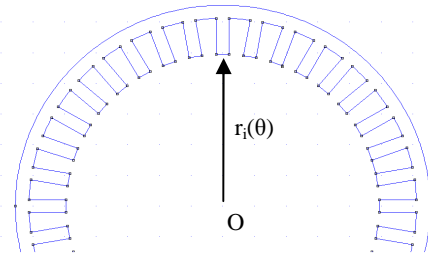
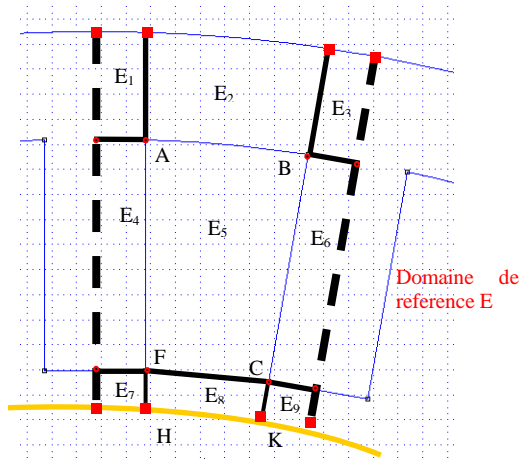


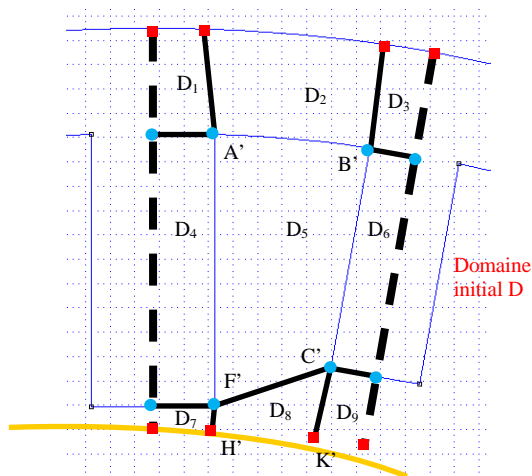
Figure 3 : Stator simplifié

3.1.1. Modèle paramétrique obtenu par la méthode de transformation

On s'intéresse à un problème défini sur un domaine D correspondant à un stator dont le rayon des dents peut être variable. Ce problème est ramené à celui défini sur le domaine E avec un stator de rayon nominal avec une loi de comportement modifiée (3). La figure. 4(a, b, c, d) décrit la détermination de la transformation qui est basée sur la méthode géométrique proposée dans [5]. La ligne jaune située dans l'entrefer divise le domaine E (et respectivement D) en partie « haute » et partie « basse ». Comme on a considéré que la géométrie du rotor est fixe, alors la transformation de la partie « basse » est l'identité. Concernant la transformation de la partie « haute », on considère plusieurs sous-domaines. Chaque sous-domaine du domaine D est défini par des points fixes et des points mobiles en fonction des rayons des dents (voir Fig. 4a). La transformation est déterminée successivement pour chaque sous-domaine. Notons qu'il faut assurer une continuité de la transformation aux interfaces des sous-domaines. On donne par exemple la détermination de la transformation du sous-domaine $E_5 - D_5$ dans Fig. 4(b, c, d).



Transformation



- Points fix indépendants des rayons
- Points bougés en fonction des rayons

Figure 4a : Détermination de la transformation

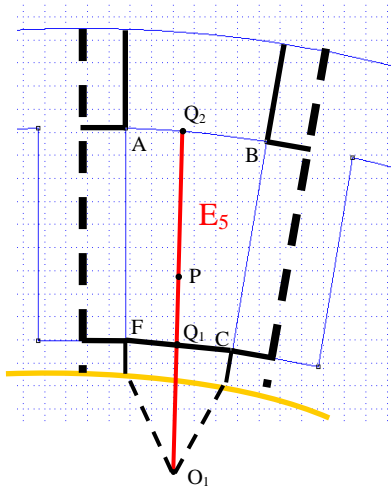


Figure 4b : Domaine E5

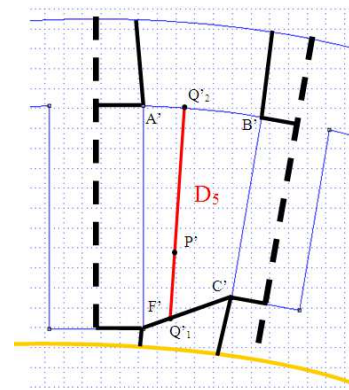


Figure 4c : Domaine D5

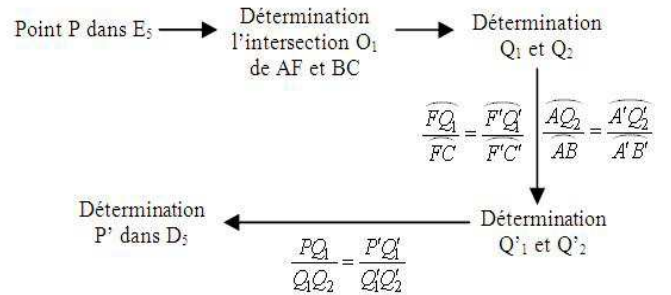


Figure 4d : Schéma de détermination de la transformation

Une fois que la transformation est disponible, on peut en déduire un modèle paramétrique décrit dans la figure. 5.

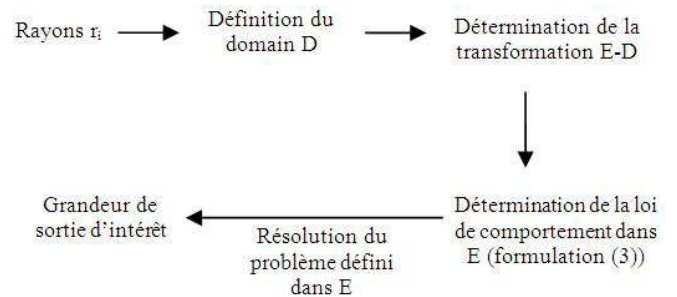


Figure 5 : Modèle paramétrique

3.1.2. Mesure des rayons des dents

On a mesuré un lot de 5 stators S1, S2, S3, S4, S5 où on effectue des mesures sur les rayons des dents [6]. Chaque stator est divisé en 30 couches suivant la profondeur. Pour chaque couche, on détermine les coordonnées de 36 points situés respectivement sur 36 dents par des mesures. On obtient alors $30 \times 36 = 1080$ coordonnées pour chaque stator. A partir de ces coordonnées, on détermine le centre O au sens de moindre carrée. Ensuite, on en déduit 1080 rayons. Puis, les histogrammes des rayons de dents de ces 5 stators a été tracé (Fig. 7). Les deux traits verticaux représentent la valeur maximale et minimum de l'intervalle de tolérance du rayon. On peut constater qu'il existe un nombre de rayons qui sont à l'extérieur de l'intervalle de tolérance.

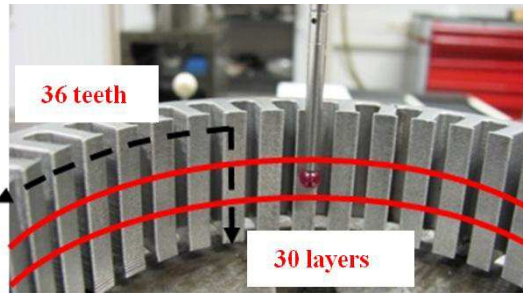


Figure 6 : Mesures

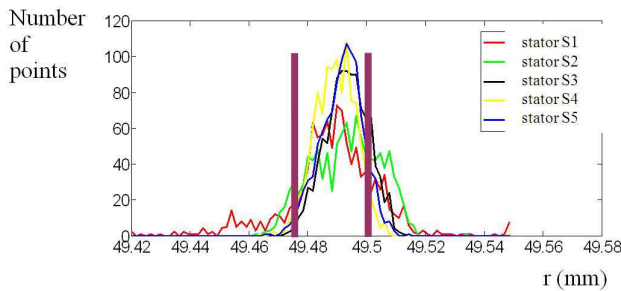


Figure 7 : Histogrammes des rayons

3.1.3. Application numérique

En utilisant le modèle paramétrique décrit dans Fig. 5, on analyse les 7 scénarios correspondant aux 7 ensembles de valeurs d'entrée des rayons r_i . La grandeur de sortie d'intérêt dans cette étude est le couple à vide. Les scénarios 1 et 2 correspondent aux cas de deux stators S_{min} , S_{max} où les rayons des 36 dents sont identiques et égaux respectivement à la valeur maximale et minimale de l'intervalle de tolérance (voir Fig. 7). Le scénario 3 à 7 correspondent aux cas où les rayons des dents prennent les valeurs mesurées des stators S1 à S5 respectivement. Le maillage unique du domaine E utilisé comporte environ 25000 éléments (voir Fig. 8)

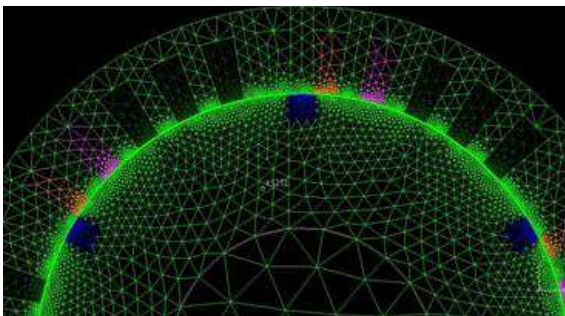


Figure 8 : Maillage du domaine E

Dans Fig. 9, on trace l'évolution du couple à vide en fonction de l'angle de rotation du rotor. Les deux courbes rouges correspondent aux scénarios 1 et 2. Les 5 courbes bleues correspondent aux scénarios 3 à 7. On peut constater que les courbes correspondant aux stators réels restent encadrées par les courbes obtenues par S_{min} et S_{max} . De plus, on constate qu'elles sont très proches les unes des autres. Aussi, même si on a constaté que certaines valeurs de rayons mesurées sont en dehors de l'intervalle de tolérance (voir Fig. 7) et que leurs répartitions sont différentes, la variation des

couples dans le cas des stators réels est relativement faible. On constate donc ici qu'une approche par intervalles consistant à faire des calculs pour des valeurs extrêmes des entrées pour déterminer le domaine de variation d'une grandeur sortie d'intérêt n'est pas nécessairement adaptée. Il est nécessaire de prendre en compte les corrélations entre les différentes variables aléatoires d'entrée qui induisent ici des phénomènes d'auto-compensation conduisant à une réduction de la variabilité du couple.

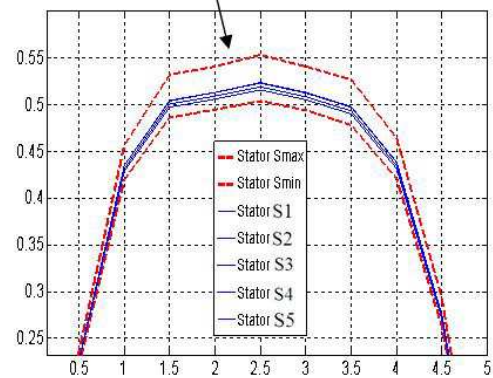
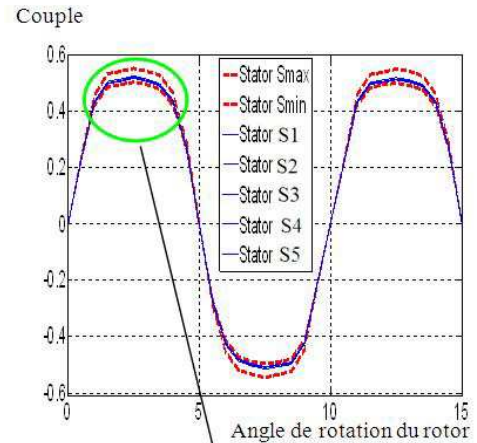


Figure 9 : Couple à vide

4. CONCLUSIONS

Dans ce papier, nous avons proposé une méthode permettant d'établir un modèle paramétrique pour traiter un problème des incertitudes portées par la géométrie. En appliquant ce modèle dans le cas d'un stator d'une machine électrique, nous avons montré que l'approche par intervalle consistant à prendre les valeurs maximales et minimum de l'intervalle de tolérance d'une dimension peut ne pas être adaptée dans certain cas. En réalité, la corrélation partielle des dimensions peut diminuer la variation des grandeurs de sortie par un effet d'auto-compensation. Alors, une approche probabiliste qui prend en compte non seulement les bornes de variation des dimensions mais aussi des corrélations semble nécessaire pour une prédiction plus proche de réalité du comportement d'une machine électrique.

5. REFERENCES

- [1] D.H. Mac, S. Clénet, K. Beddek, L. Chevallier, J. Korecki, O. Moreau, P. Thomas. *Influence of uncertainties on the $B(H)$ curves on the behavior of a turboalternator*. Int. J. Numer. Model. (2013), DOI: 10.1002/jnm.1963.
- [2] A. Nouy, A. Clément, F. Schoefs, and N. Moes. *An extended stochastic finite element method for solving stochastic differential equations on random domains*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 197, no. 51-52, pp. 4663-4682, 2008.
- [3] D. Xiu, D.M. Tartakovsky. *Numerical methods for differential equations in random domains*. SIAM J.SCI COMPUT, vol. 28, no. 3, pp. 1167-1185, 2006.
- [4] K. Beddek, Y. Le Menach, S. Clénet, O. Moreau. *3D spectral finite element in static electromagnetism using vector potential formulation*. IEEE Transactions on Magnetics, no.47, no. 5, pp. 1250-1253, 2011.
- [5] D.H. Mac, S. Clénet, J.C. Mipo. *Transformation method for static field problem with random domain*. ", IEEE Transactions on Magnetics, vol.47, no. 5, pp. 1446-1449, 2011.
- [6] S. Zheng, H. Mac, T. Coorevits, S. Clénet, J.C. Mipo. *Modélisation des incertitudes géométriques d'un stator en vue d'une quantification des performances d'une machine électrique*. Numelec 2012 conference, July 2012, Marseille, France.
- [7] M. Berveiller, B. Sudret et M. Lemaire. *Stochastic finite element: a non intrusive approach by regression*. European Journal of Computational Mechanics, vol. 15, no. 1-2-3, pp. 81-92, 2006.
- [8] K. Beddek, S. Clénet, O. Moreau, V. Costan, Y. Le Menach, A. Benabou. *Adaptive Method for Non-Intrusive Spectral Projection, Application on a Stochastic Eddy Current NDT Problem*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 48, no. 2, pages. 759-762, 2012