

Méthode de Calcul Rapide des Pertes par Courants de Foucault dans les Aimants Permanents

R. Benlamine^{1,2}, F. Dubas², S-A. Randi¹, D. Lhotellier¹ et C. Espanet²

¹Renault SAS, Technocentre, Guyancourt

²Institut Femto-st, Université de Franche-Comté

RESUME – Dans ce papier, une méthode de calcul rapide des pertes par courants de Foucault (CF) dans les aimants permanents (APs) est proposée. Le modèle est basé sur la résolution des équations de la magnéto-statique en utilisant les éléments finis 3D (la conductivité électrique des APs est alors négligée), puis sur le calcul des courants de Foucault à partir de l'équation de Maxwell-Faraday et en utilisant les différences finies (DF) avec un maillage grossier. La machine étudiée est de type synchrone à AP à flux-axial (MSAPFA). Le temps de calcul, comparé à un calcul complet par éléments finis 3D (EF-3D), est divisé par 11.

Mots-clés— Aimants permanents, différences finies, flux-axial, pertes par courant de Foucault.

1. INTRODUCTION

Les machines synchrones à AP (MSAP) sont devenues un choix quasiment incontournable dans le domaine automobile, et cela pour leurs hautes performances en couple et puissance massiques [1]. Néanmoins, les APs, notamment à base de terres rares NeFeB ou Sm-Co, restent sensibles à la température, ce qui peut causer leur désaimantation. L'échauffement des APs est dû aux pertes par CF locales causées par la variation spatio-temporelle de l'induction. Ainsi, l'estimation des pertes dans les APs constitue un important axe de recherche dans le domaine de la modélisation des machines électriques, et cela pour deux raisons principales : (i) maximiser les performances de la machine telles que le rendement et le couple/puissance, et (ii) prédire le comportement thermique des machines pour les points de fonctionnement critiques, en particulier l'échauffement des APs.

Différents travaux de modélisation et d'estimation de ces pertes peuvent être rencontrés dans la littérature. Dans [2]-[7], les auteurs proposent un modèle analytique 2D basé sur la résolution analytique en considérant la réaction du champ magnétique d'induit sur les APs [2]-[4] (i.e., résolution de l'équation de diffusion dans les APs) ou à résistance limitée [5]-[7] pour des machines synchrones à aimants montés en surface. Dans [8], les auteurs proposent un modèle basé sur la résolution de l'équation de diffusion, en utilisant la méthode des sous-domaines, pour des machines synchrones à aimants insérés. D'autres modèles simplifiés ont été développés [9]-[12]. Ils sont basés sur le calcul du flux créé par la variation de l'induction dans les APs, en décomposant les APs en spires concentriques et en supposant que les CF se développent dans ces spires.

Par ailleurs, l'intérêt pour les machines à APs à flux-axial a considérablement augmenté durant cette dernière

décennie, et cela pour les performances élevées de ces machines en termes de couple/puissance et densité de couple/puissance [13]-[14], requises pour les applications de traction automobile. C'est pour cette raison qu'une MSAP à flux-axial est étudiée dans ce papier.

Concernant le bobinage des machines électriques, le choix d'un bobinage concentrique à pas fractionnaire est justifié par les avantages qu'il présente par rapport à un bobinage distribué. En effet, les têtes des bobines sont réduites, ce qui réduit les pertes Joule et permet d'avoir un rendement élevé. L'amplitude du couple de denture et les ondulations du couple sont également réduites [1] [15]-[16]. En outre, il est plus facile à concevoir et à assembler. Toutefois, la force magnétomotrice (FMM) est riche en harmoniques d'espace, ce qui peut conduire à l'existence de pertes par CF intenses dans les APs [17].

Dans ce papier, la machine utilisée sera d'abord décrite. Ensuite, le modèle de calcul des pertes par CF dans les APs sera présenté. Ce modèle tient compte de la distribution 3D des CF dans les APs. Les résultats obtenus et le temps de calcul avec l'approche proposée seront comparés à ceux obtenus avec la simulation EF-3D complète en régime transitoire (résolution des équations de Maxwell-Ampère et de Maxwell-Faraday en régime quasi-statique). L'objectif de ce travail est ainsi de développer une méthode générique pour le calcul rapide des pertes par CF en tenant compte de l'aspect 3D et dans le cas où l'effet de peau n'est pas important dans les APs. Ainsi, les pertes pourront être calculées pour des MSAPs à flux radial ou axial, à APs déposés en surface, insérés ou enterrés dans le fer rotorique. Dans cette étude, les APs n'ont pas été segmentés, mais la méthode peut être appliquée à des machines avec des APs segmentés. Dans ce cas, le gain en temps de calcul sera encore plus important. L'induction magnétique dans les APs constitue l'entrée de notre modèle. Cette induction dans les APs a été calculée avec EF-3D en négligeant la réaction du champ magnétique d'induit sur les APs (i.e., à résistance limitée), mais peut être calculée avec un modèle (semi-)analytique à partir de la méthode des sous-domaines (si la topologie de la machine le permet) ou à l'aide d'un circuit équivalent magnétique (i.e., réseau de réluctances) afin de réduire encore le temps de calcul.

2. DESCRIPTION DE LA MACHINE ETUDIEE

La machine étudiée est de type synchrone à APs à flux axial à double stators extérieurs et rotor intérieur.

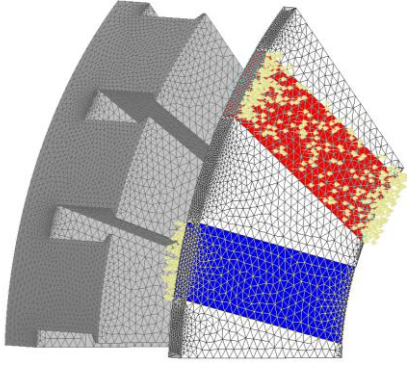


Fig.1. MSAPFA avec les APs montés en surface.

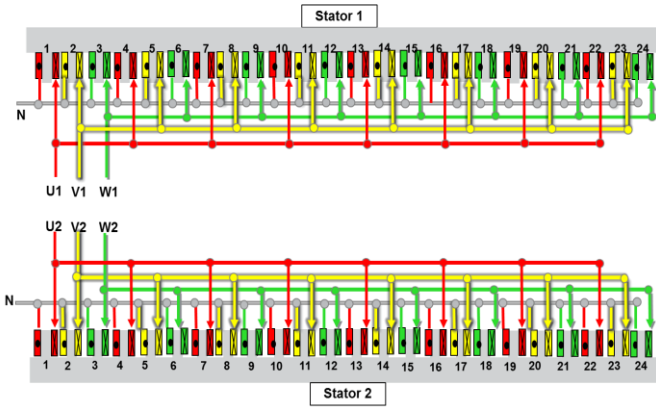


Fig.2. Bobinage concentrique de la MSAPFA.

Le motif élémentaire de la machine est représenté Fig.1, où un seul stator et la moitié d'un rotor sont représentés, pour des raisons de symétrie et de périodicité. Le nombre d'encoches dans chaque stator est de 24 et le nombre de pôles au rotor est de 16. Le bobinage de cette machine est de type concentrique, comme présenté Fig.2. Le stator est constitué d'un empilement de tôles ferromagnétiques, alors que le rotor est en matériau amagnétique. Le flux traverse axialement les APs pour passer d'un stator à un autre. Le rotor ne sert que de support mécanique pour les APs.

3. MODELE DE PERTES PAR CF DANS LES APs

Les hypothèses du modèle sont les suivantes :

- Conductivité électrique dans les APs négligée pour le calcul EF-3D de l'induction magnétique dans les APs ;
- Prise en compte uniquement de la composante de l'induction dans la direction de l'aimantation (selon l'axe z).

La donnée d'entrée de notre modèle est l'induction dans les points de l'AP qui formeront la grille pour le calcul par DF. L'induction est calculée numériquement avec EF-3D en négligeant la réaction du champ magnétique d'induit sur les APs (i.e., à résistance limitée), ce qui permet de limiter

fortement le temps de calcul par EF, mais suppose en contrepartie que la fréquence de variation de l'induction soit limitée (pas d'effet de peau dans les APs).

Les pertes par CF dans les APs sont données par :

$$P_{pm} = \iiint \rho_{pm} \cdot J^2 \cdot dV \quad (1)$$

Le calcul de la densité de courant se fait à partir de l'équation suivante :

$$\vec{j} = \sigma_{pm} \cdot \vec{E} \quad (2)$$

En utilisant les deux équations suivantes :

$$\text{div}(\vec{E}) = 0 \quad (3)$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4)$$

et en négligeant les composantes B_x & B_y de l'induction dans les APs, les composantes E_x & E_y du champ électrique dans les APs peuvent être exprimées comme suit :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} = -\frac{\partial^2 B_z(x, y, t)}{\partial x \partial t} \quad (6)$$

L'équation aux dérivées partielles (6) est résolue avec les DF. Pour cela, une grille 3D dans l'aimant est utilisée ; la grille est représentée Fig.3. Pour chaque point de la grille, les termes de (6) sont exprimés comme suit :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{E_{y_{i+1,j,k}}^t - 2E_{y_{i,j,k}}^t + E_{y_{i-1,j,k}}^t}{h_x^2} \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} = \frac{E_{y_{i,j+1,k}}^t - 2E_{y_{i,j,k}}^t + E_{y_{i,j-1,k}}^t}{h_y^2} \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial t} = \frac{(B_{z_{i+1,j,k}}^{t+\Delta t} - B_{z_{i,j,k}}^{t+\Delta t}) - (B_{z_{i+1,j,k}}^t - B_{z_{i,j,k}}^t)}{h_x \Delta t} \quad (9)$$

Finalement, (6) peut s'écrire ainsi :

$$a \cdot E_{y_{i,j,k}}^t + b \cdot (E_{y_{i,j+1,k}}^t + E_{y_{i,j-1,k}}^t) + c \cdot (E_{y_{i+1,j,k}}^t + E_{y_{i-1,j,k}}^t) = d \cdot (B_{z_{i,j,k}}^{t+\Delta t} - B_{z_{i,j,k}}^t) + e \cdot (B_{z_{i+1,j,k}}^{t+\Delta t} - B_{z_{i+1,j,k}}^t) \quad (10)$$

avec: $a = -2 \left(\frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_y^2} \right)$, $b = \frac{1}{h_x^2}$, $c = \frac{1}{h_y^2}$, $d = \frac{1}{h_x \Delta t}$ et $e = \frac{-1}{h_x \Delta t}$.

La résolution de (10) est expliquée en Annexe.

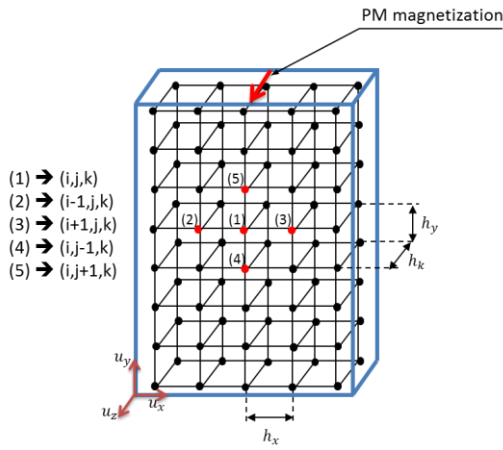


Fig.3. Grille 3D dans les APs utilisée pour le calcul DF.

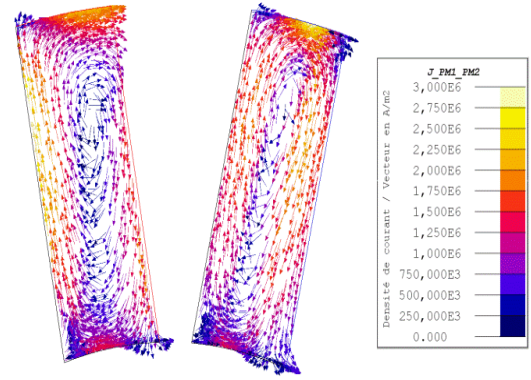


Fig.4. Densités des courants de Foucault dans les APs pour le point de fonctionnement C_{max} @ Ω_b .

4. RESULTATS ET COMPARAISON AVEC EF-3D

Dans le calcul complet par EF-3D, la conductivité électrique des APs est considérée, ce qui sera notre calcul de référence. Les densités des courants de Foucault dans les APs sont représentées Fig.4. On peut remarquer, en observant ces vecteurs de densité de courant, que les CFs circulent globalement selon des boucles appartenant à des plans ayant pour normale la direction de la magnétisation des PM. Ainsi, les CFs possèdent principalement deux composantes suivant \vec{u}_x et \vec{u}_y dans le repère local. La principale hypothèse de la méthode de calcul se trouve alors confirmée.

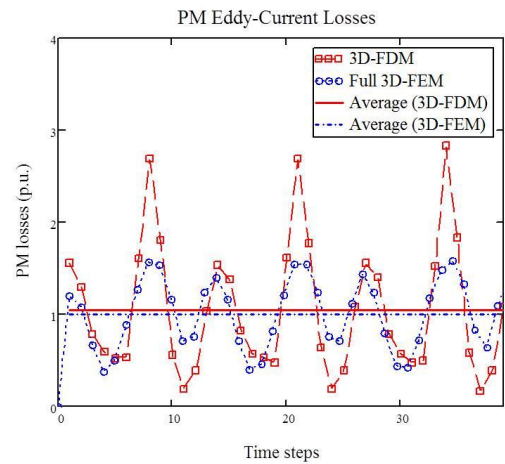
Les pertes par CF dans les APs sont calculées pour deux points de fonctionnement :

- (a): C_{max} @ Ω_b
- (b): P_{max} @ Ω_{max}

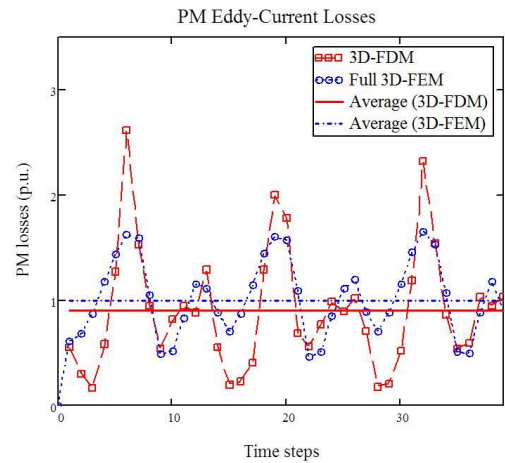
où : C_{max} et P_{max} sont respectivement le couple électromagnétique maximal et la puissance maximale et Ω_b, Ω_{max} , sont respectivement la vitesse de base et la vitesse maximale.

Les inductions dans les APs, nécessaires pour le calcul par DF, ont été obtenues par un calcul EF-3D sans prise en compte de la réaction magnétique d'induit sur les APs (équation (6)). Des capteurs d'induction dans chaque point de la grille 3D dans les APs ont été utilisés à cet effet.

Les résultats de comparaison sont présentés Fig.5. Les temps de calcul sont reportés dans le Tableau 1. Il peut être déduit que la méthode de calcul des pertes dans les APs proposée est très efficace en termes de temps de calcul et de précision. La précision est assurée à faible et à forte vitesses (les deux points de fonctionnement étudiés). Les résultats montrent que l'effet de peau n'a pas une influence considérable sur pertes par CF dans les APs, dans les conditions considérées ici. Les pics obtenus avec le calcul par DF sont d'origine numérique (calcul des dérivées numériques). Ils peuvent être réduits en augmentant la discrétisation de la grille, au détriment de la rapidité de calcul.



(a)



(b)

Fig.5. Pertes par CF dans les APs aux points de fonctionnement (a) C_{max} @ Ω_b et (b) P_{max} @ Ω_{max} .

Tableau 1. Comparaison entre DF-3D et un calcul complet EF-3D

Points de fonctionnement	Pertes dans les APs [p.u.]		Temps de calcul	
	DF-3D	EF-3D	DF-3D	EF-3D
$C_{max} @ \Omega_b$	1.05	1	1h	11h
$P_{max} @ \Omega_{max}$	0.91	1		

5. CONCLUSIONS

La méthode de calcul des pertes par CF dans les APs proposée repose sur la résolution des équations de Maxwell en tenant compte de la distribution 3D de ces courants, et cela en associant astucieusement des simulations par EF-3D et un calcul par DFs. L'induction magnétique dans les APs, qui

constitue l'entrée du modèle, a été calculée avec un modèle numérique EF-3D en négligeant le champ produit par la circulation des CFs dans les APs (i.e., modèle dit à résistance limitée). Le temps de calcul par rapport à un calcul EF-3D avec prise en compte de la conductivité électrique a été divisé par 11 pour une erreur inférieure à 10%. Les résultats montrent que l'effet de peau n'a pas une influence considérable sur pertes par CF dans les APs, même si la fréquence choisie conduit à une épaisseur de peau de l'ordre des dimensions caractéristiques de l'AP. La méthode peut être appliquée à des machines à APs déposés en surface, insérés ou enterrés dans le fer rotorique. La segmentation des APs peut être prise en compte. Le temps de calcul pourrait être encore amélioré en utilisant un modèle (semi-) analytique pour le calcul de l'induction dans les APs qui constitue l'entrée du modèle de calcul des pertes par CF dans les APs.

6. ANNEXE

L'équation (10) peut être exprimée sous la forme matricielle :

$$\mathcal{A} \cdot [E_y]^t = \mathcal{B} \cdot ([B_z]^{t+\Delta t} - [B_z]^t) \quad (11)$$

Si on considère que la grille 3D est discrétisée comme [n x m x k], (11) peut être exprimée comme suit :

$$\begin{bmatrix} E_{y_{1,1,k}}^t \\ \vdots \\ E_{y_{n,1,k}}^t \\ \vdots \\ E_{y_{1,m,k}}^t \\ \vdots \\ E_{y_{n,m,k}}^t \end{bmatrix} = \mathcal{A}_{[n.m \times n.m]}^{-1} \cdot \mathcal{B}_{[n.m \times n.m]} \cdot \left(\begin{bmatrix} B_{z_{1,1,k}}^{t+\Delta t} \\ \vdots \\ B_{z_{n,1,k}}^{t+\Delta t} \\ \vdots \\ B_{z_{1,m,k}}^{t+\Delta t} \\ \vdots \\ B_{z_{n,m,k}}^{t+\Delta t} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{z_{1,1,k}}^t \\ \vdots \\ B_{z_{n,1,k}}^t \\ \vdots \\ B_{z_{1,m,k}}^t \\ \vdots \\ B_{z_{n,m,k}}^t \end{bmatrix} \right) \quad (12)$$

avec:

$$\mathcal{A}_{[n.m \times n.m]} = \begin{bmatrix} M_A & M_B & 0 \\ M_B & \ddots & M_B \\ 0 & M_B & M_A \end{bmatrix} \quad \mathcal{B}_{[n.m \times n.m]} = \begin{bmatrix} M_C & M_D & 0 \\ 0 & \ddots & M_D \\ 0 & 0 & M_C \end{bmatrix} \quad M_A[m \times m] = \begin{bmatrix} a & c & 0 \\ c & \ddots & c \\ 0 & c & a \end{bmatrix}$$

$$M_B[m \times m] = \begin{bmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix} \quad M_C[m \times m] = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix} \quad M_D[m \times m] = \begin{bmatrix} e & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix}$$

A partir de (1), (2), (5) et (12), les pertes par courants de Foucault dans chaque AP peuvent être obtenues comme suit :

$$P_{ap} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l \left[\sigma_{ap} \left(E_{x_{i,j,k}}^2 + E_{y_{i,j,k}}^2 \right) \right] \quad (13)$$

La discrétisation des APs choisie est [8x8x2].

7. REFERENCES

- [1] Z. Q. Zhu, "Fractional slot permanent magnet brushless machines and drives for electric and hybrid electric vehicles", in *IEEE Trans. and Math. In Elec. and Elec. Eng.*, vol. 30, iss. 1, pp. 9-31, 2011.
- [2] F. Deng, "Commutation-Caused Eddy-Current Losses in Permanent-Magnet Brushless DC Motors", *IEEE Trans. on Magnetics*, vol.33, no. 5, Sept. 1997.
- [3] Z. Q. Zhu, K. N. Schofield, and D. Howe, "Improved Analytical Modeling of Rotor Eddy-Current Loss in Brushless Machines Equipped with Surface-Mounted Permanent Magnets", in *Proc. Instr. Elect. Eng. Elect. Power Appl.*, vol. 151, no. 6, pp. 641-650, 2004.
- [4] F. Dubas, C. Espanet, and A. Miraoui, "Field Diffusion Equation in High-Speed Surface Mounted Permanent Magnet Motors, Parasitic Eddy-Current Losses", in *Proc. ELECTROMOTION*, Sep. 2005.
- [5] D. Ishak, Z. Q. Zhu, and D. Howe, "Eddy-Current Loss in the Rotor Magnets of Permanent-Magnet Brushless Machines Having a Fractional Number of Slots Per Pole", *IEEE Trans. on Magnetics*, vol.41, no. 9, Sept. 2005.
- [6] J. Wang, K. Atallah, R. Chin, W. M. Arshad, and H. Lendenmann, "Rotor Eddy-Current Loss in Permanent-Magnet Brushless AC Machines", *IEEE Trans. on Magnetics*, vol.46, no. 7, Jul. 2010.
- [7] F. Dubas, and C. Espanet, "Semi-analytical Solution of 2-D rotor Eddy-Current Losses due to the Slotting Effect in SMPMM", in *Proc. COMPUMAG*, Nov. 2009.
- [8] F. Dubas, and A. Rahideh, "2-D Analytical PM Eddy-Current Loss Calculations in Slotless PMSM Equipped with Surface-Inset Magnets", *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 50, no. 3, 6300320, March 2014.
- [9] W-Y. Huang, A. Bettayeb, R. Kaczmarek, and J-C. Vannier, "Optimization of Magnet Segmentation for Reduction of Eddy-Current Losses in Permanent Magnet Synchronous Machine", *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol.25, no. 2, Jun. 2010.
- [10] P. Zhang, G. Y. Sizov, Jiangbiao He, D. M. Ionel, and N. Dernerdash, "Calculation of Magnet Losses In Concentrated-Winding Permanent Magnet Synchronous Machines Using a Computationally Efficient - Finite Element Method », *IEEE*, in *Proc. Energ. Conv. Cong. Expos. ECCE*, Sept. 2012.
- [11] A. Tariq, C. E. Nino-Baron, and E. G. Strangas, "Iron and Magnet Losses and Torque Calculation of Interior Permanent Magnet Synchronous Machines Using Magnetic Equivalent Circuit" , *IEEE Trans. on Magnetics*, vol.46, no. 12, Dec. 2010.
- [12] B. Aslan, E. Semail, and J. Legranger, "Analytical Model of Magnet Eddy-Current Volume Losses in Multi-phase PM Machines with Concentrated Winding", *IEEE*, in *Proc. Energ. Conv. Cong. Expos. ECCE*, Sept. 2012.
- [13] K. Sitapati, and R. Khishnan, "Performance comparisons of radial and axial field, permanent-magnet, brushless machines," *IEEE Tran. on Ind. App.*, vol. 37, iss. 5, Sep. /Oct. 2001.
- [14] R. Qu, M. Aydin, and T.A. Lipo, "Performance Comparison of Dual-Rotor Radial-Flux and Axial-Flux Permanent Magnet BLDC Machines," *IEEE Int. Elec. Mach. and Driv. Conf. (IEMDC)*, 2003.
- [15] J. Cros, and P. Viarouge, "Synthesis of high performance PM motors with concentrated windings," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 17, no. 2, pp. 248-253, Jun. 2002.
- [16] N. Bianchi, and S. Bolognani, "Design techniques for reducing the cogging torque in surface-mounted PM motors," *IEEE Trans. Ind. App.*, vol. 38, no. 2, pp. 1259-1265, 2002.
- [17] N. Bianchi, and E. Fornasiero, "Impact of MMF Space Harmonic on Rotor Losses in Fractional-Slot Permanent-Magnet Machines", *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol.24, no. 2, Jun. 2009.