

Hystérésis magnétique sous contraintes mécaniques : modèle de loi de comportement adapté à la simulation de structures

Laurent Bernard¹, Xavier Mininger¹, Laurent Daniel^{1,3}, Jean Viane Leite², Nelson Sadowski²,
Nelson Jhoe Batistela²

¹LGEP (CNRS(UMR 8507) ; SUPELEC ; Univ Paris-Sud ; UPMC Paris 6)

11 rue Joliot-Curie ; F-91192 Gif sur Yvette Cedex ; France

²GRUCAD/EEL/CTC/UFSC, Florianópolis, SC 88040-900 Brazil

³School of Materials, University of Manchester, M1 7HS, Manchester, UK

RÉSUMÉ – Au cœur des dispositifs électromagnétiques, les matériaux magnétiques sont de plus en plus souvent soumis à des chargements magnéto-mécaniques multiaxiaux complexes. Le dimensionnement et l'optimisation des dispositifs nécessitent donc la mise en œuvre de modèles capables de rendre compte de ce comportement. En particulier, la représentation de l'hystérésis magnétique est cruciale lors de l'évaluation des pertes. En nous basant sur la version vectorielle du modèle de Jiles-Atherton, nous proposons d'introduire les effets magnéto-mécaniques en utilisant une approche multi-échelle anhystérique. Le modèle permet de décrire raisonnablement l'évolution de la perméabilité, du champ coercitif et des pertes par hystérésis des matériaux soumis à des chargements magnéto-mécaniques. Ce modèle est ensuite associé à la méthode des éléments finis pour évaluer l'effet des contraintes d'assemblage sur les pertes par hystérésis dans le rotor d'une machine à réluctance variable.

Mots-clés – Hystérésis magnétique, comportement magnéto-mécanique, éléments finis, Jiles-Atherton, approche multi-échelle.

1. INTRODUCTION

Dans de nombreuses applications impliquant la résolution de problèmes magnéto-mécaniques couplés, la loi de comportement hystérique des matériaux magnétiques doit être prise en compte. Du fait de la multiaxialité des chargements magnéto-mécaniques, il est nécessaire d'utiliser des modèles prédictifs pour les représenter dans leur diversité au sein des dispositifs réels. Un modèle multi-échelle (MME) anhystérique basé sur une approche énergétique à l'échelle des grains et sur une procédure d'homogénéisation/localisation à l'échelle du polycristal a été développée [1] pour s'affranchir des restrictions liées aux modèles uniaxiaux [2]. Nous montrons ici comment les informations données par le MME peuvent être mises à profit pour étendre le modèle de Jiles-Atherton vectoriel et décrire des comportements magnéto-mécaniques hystériques.

2. HYSTÉRÉSIS MAGNÉTIQUE SOUS CONTRAINTES MÉCANIQUES

2.1. Modèle

La généralisation vectorielle du modèle de Jiles-Atherton proposée par Berqvist [3] (désignée ici par "modèle JAV") est utilisée comme une description phénoménologique de l'hysté-

résis magnétique. Dans ce modèle vectoriel la variation d'aimantation ($d\vec{M}$) s'écrit :

$$d\vec{M} = (\vec{\chi} \cdot (d\vec{H} + \beta d\vec{M}))^+ \vec{u}_{\vec{\chi}} + c d\vec{M}_{an} \quad (1)$$

avec $\vec{\chi} = 1/k(\vec{M}_{an} - \vec{M}) = 1/k \left\| \vec{M}_{an} - \vec{M} \right\| \vec{u}_{\vec{\chi}}$.

Dans ces équations, \vec{H} est le champ magnétique appliqué, β (habituellement noté α), c et k sont les paramètres classiques du modèle de Jiles-Atherton (pour des matériaux isotropes) et M_{an} représente l'aimantation anhystérique. Les contraintes mécaniques ont des effets importants sur la susceptibilité magnétique et le champ coercitif. Les paramètres M_{an} et k dépendent donc à la fois du champ magnétique appliqué et du tenseur de contrainte (σ). Cette approche est différente de celle proposée par Sablik et Jiles [2] qui introduisent l'effet de la contrainte par un terme additionnel dans le champ magnétique effectif.

Pour décrire le comportement *anhystérique* sous chargement magnéto-mécanique complexe, un MME complet [1] peut être utilisé. Cependant, son implémentation dans des outils d'analyse numérique conduirait à des temps de calcul prohibitifs. Nous considérons donc ici une version simplifiée de ce MME qui s'est déjà montrée efficace et adaptée à la simulation par éléments finis 2D [4]. Le matériau est assimilé à une collection de domaines magnétiques orientés de manière aléatoire dans le plan d'étude. A l'échelle du domaine magnétique, l'aimantation locale \vec{M}_{α} et la déformation de magnétostriction $\varepsilon_{\alpha}^{\mu}$ dépendent seulement de l'orientation $\vec{\alpha}$ du domaine et des valeurs à saturation de l'aimantation (M_s) et des paramètres de magnétostriction λ_{100} et λ_{111} . L'énergie potentielle locale W_{α} s'écrit comme la somme des énergies magnéto-statique et élasto-statique :

$$W_{\alpha} = -\mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha} - \sigma : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} \quad (2)$$

La fraction volumique associée à chaque orientation f_{α} est

ensuite calculée en utilisant la relation de Boltzmann :

$$f_\alpha = \frac{\exp(-A_s \cdot W_\alpha)}{\int_\alpha \exp(-A_s \cdot W_\alpha)} \quad (3)$$

où A_s est un paramètre matériau lié à la susceptibilité anhystérétique initiale [4] et peut être facilement calculé à partir du paramètre a du modèle de Jiles-Atherton :

$$A_s = \frac{2}{3a\mu_0 M_s} \quad (4)$$

L'aimantation macroscopique anhystérétique est finalement obtenue par une moyenne sur l'ensemble des directions possibles :

$$\vec{M}_{an} = \langle \vec{M}_\alpha \rangle = \int_\alpha f_\alpha \vec{M}_\alpha d\alpha \quad (5)$$

En ce qui concerne le modèle de Jiles-Atherton, le paramètre k agit directement sur le champ coercitif et il est fortement lié à la densité de défauts et aux déplacements de parois [5]. Nous considérons une double correction du paramètre k_0 (valeur en l'absence de chargement) :

$$k = k_0 \left(1 - \kappa_r \frac{M_{an}}{M_s} \right) \left(1 + \kappa_f \left(1 - \frac{\pi}{2} \int_0^{2\pi} f_\alpha |\vec{\alpha} \cdot \vec{m}| d\alpha \right) \right) \quad (6)$$

où κ_r et κ_f sont des paramètres constants, et $\vec{m} = \vec{dM}/dM$. Le premier terme permet de rendre compte du fait que la contribution des flexions de parois augmente avec l'aimantation. Ce type de correction a été introduit dans [5]. Le deuxième terme a pour but de prendre en compte l'effet des contraintes par l'intermédiaire des fractions volumiques f_α données par le MME. En suivant l'interprétation proposée par Pulnikov et al. [6], l'amplitude des déplacements de parois décroît lorsque la fraction volumique des domaines favorablement orientés par rapport à \vec{m} augmente. Dans la correction proposée, $(-\pi/2 |\vec{\alpha} \cdot \vec{m}|)$ pourrait être remplacée par une autre fonction de l'angle $(\vec{\alpha}, \vec{m})$ décroissante sur $[0, \pi/2]$ et symétrique par rapport à $k\pi/2$ pour tout entier k . Le facteur $\pi/2$ assure une correction nulle pour une distribution uniforme des orientations de domaines magnétiques.

En l'absence de contrainte mécanique, le modèle multi-échelle redonne le Langevin classiquement utilisé pour décrire l'évolution de l'aimantation anhystérétique en fonction du champ magnétique. Dans ce cas, si la relation 4 est respectée, le modèle JAV-MME proposé ici est équivalent au modèle JAV original.

2.2. Implémentation

L'évaluation numérique des cycles d'hystérésis à partir du modèle proposé peut parfois être délicate ou conduire à l'utilisation d'un pas de champ magnétique appliqué très petit, notamment pour des contraintes de traction élevées. L'équation (1) est discrétisée en utilisant des différences centrées, donnant une expression implicite de l'aimantation. A chaque pas de champ magnétique appliqué, la nouvelle valeur d'aimantation est calculée de manière itérative jusqu'à convergence. Comparée à des solutions explicites, comme celle proposée dans [7], cette approche se montre plus stable et beaucoup moins sensible à la

finesse du pas de champ appliqué. La Fig.1 montre des cycles d'hystérésis obtenus en utilisant la version explicite (légende : Exp/nombre de pas par cycle) et la version implicite (légende : Imp/nombre de pas par cycle/nombre d'itérations total) pour différentes valeurs du pas de champ appliqué. La version implicite nécessite en moyenne de 5 à 10 itérations par pas, mais permet de représenter correctement le cycle d'hystérésis même lorsque le nombre de pas par cycle est petit.

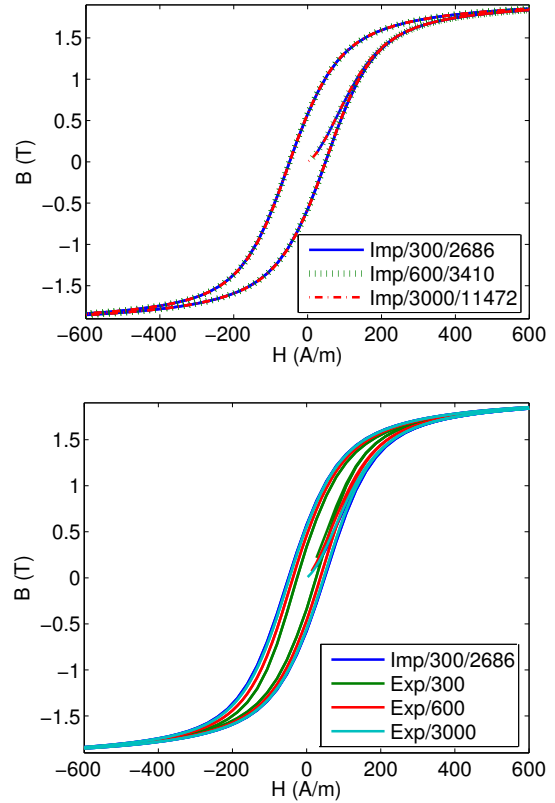


Fig. 1. Cycles d'hystérésis obtenus avec la version implicite et la version explicite du modèle.

2.3. Résultats

Le modèle est testé sous chargement uniaxial avec le jeu de paramètres donné dans le tableau 1 pour des tôles de Fe-3%Si. Les cycles majeurs d'hystérésis magnétique montrent le comportement attendu en fonction de la contrainte. Le paramètre κ_r permet d'adapter la variation de la largeur des cycles en fonction de l'aimantation. Le paramètre κ_f permet d'ajuster l'évolution du champ coercitif, et donc des pertes par hystérésis en fonction de la contrainte. Ces paramètres sont identifiés à partir d'essais uniaxiaux. Les résultats présentés Fig.2 sont cohérents avec les observations expérimentales [8] : l'augmentation de la contrainte entraîne une diminution de l'ordre de 30% des pertes par hystérésis lorsque la contrainte passe de $-60MPa$ à $+60MPa$, puis une saturation apparaît au-delà de cet intervalle. Le champ coercitif suit la même évolution qui se traduit par un élargissement des cycles autour des petites valeurs de champ lorsque la contrainte de compression est élevée.

3. PERTES PAR HYSTÉRÉSIS DANS LE ROTOR D'UNE MRV

La loi de comportement présentée dans la section précédente est introduite dans un outil de simulation par éléments finis

Tableau 1. Paramètres du modèle de loi de comportement

M_s (A.m ⁻¹)		λ_s	A_s (m ³ .J ⁻¹)		
1.6 10 ⁶		10 ⁻⁵	6.6 10 ⁻³		
c	β	k_0	κ_r	κ_f	
0.2	1e-5	66	0.3	0.6	

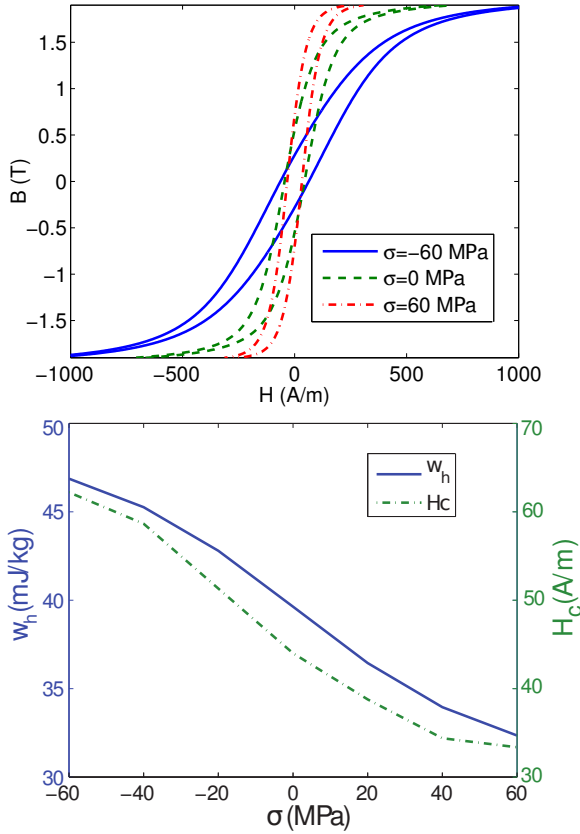


Fig. 2. Cycles d'hystérésis (haut), champ coercitif et densité de pertes par hystérésis (bas) pour un alliage de fer-silicium sous contrainte uniaxiale dans la direction du champ magnétique.

permettant la modélisation de structures complexes. On considère un essai rotor bloqué d'une machine à réluctance variable (MRV). Les contraintes mécaniques sont dues au frottement entre l'axe du rotor (de rayon $r = 1.15\text{cm}$) et les tôles. Le rayon extérieur du rotor est de 3.4cm et l'entrefer est de 0.4mm . Pour cette étude, une seule phase du stator est alimentée par un courant sinusoïdal de faible fréquence, celle se trouvant en conjonction avec une dent rotorique. Ce choix constitue une configuration réalisable expérimentalement mais est bien différent de l'alimentation correspondant à un fonctionnement normal de la MRV. En négligeant les fuites et en prenant en compte les symétries, seul un quart du rotor et de l'entrefer est modélisé. La distribution des contraintes est calculée par la méthode des éléments finis avec une formulation élasto-statique en contraintes planes, les déformations de magnétostriction étant négligées dans ce calcul. L'effet du frottement est pris en compte en imposant un déplacement radial u_r^0 sur l'interface rotor/axe (à $r = 1.15\text{cm}$). Le problème magnéto-statique est ensuite résolu en utilisant une formulation en potentiel scalaire. A chaque pas de temps, la non-linéarité est traitée en utilisant la méthode de

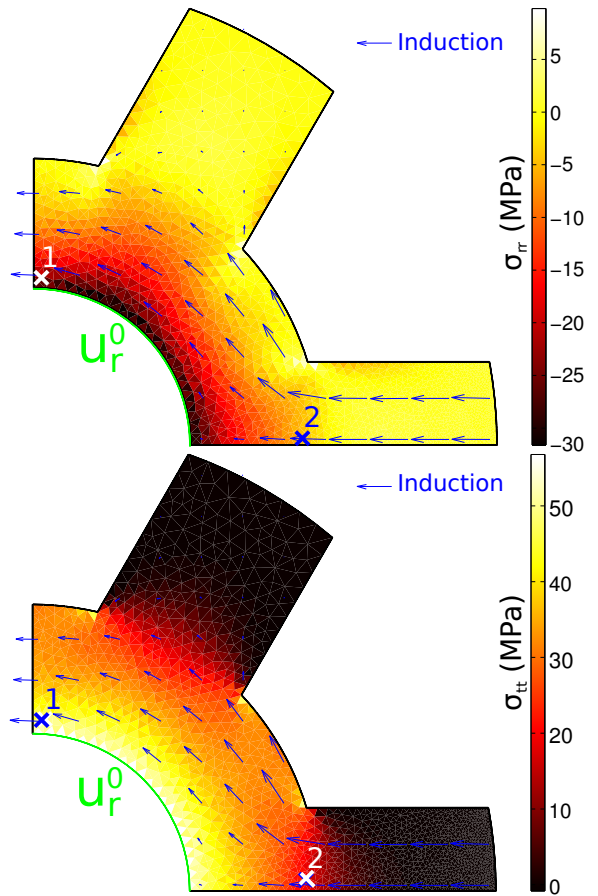


Fig. 3. Distribution des contraintes radiales (haut) et orthoradiales (bas). Les flèches représentent l'induction magnétique.

polarisation (ou "point fixe modifié") avec un coefficient local proposée par Dlala et al. [9]. Le système est simulé sur 2.25 périodes pour différentes valeurs du déplacement imposé (source des contraintes). Le modèle éléments finis est développé dans FreeFem++ [10].

La figure 3, tracée pour $u_r^0 = 3.5\mu\text{m}$, montre le caractère fortement multiaxial du chargement magnéto-mécanique. La principale contrainte est une traction orthoradiale, au point 1 elle est parallèle à l'induction alors qu'au point 2 elle est perpendiculaire à l'induction. Entre ces deux points, la variété des configurations met en évidence la nécessité d'utiliser un modèle de loi de comportement prédictif. La distribution de densité de pertes par hystérésis correspondante w_h est calculée pour différentes valeurs du déplacement imposé u_r^0 de manière à faire ressortir la tendance de l'effet du frottement. La distribution des pertes pour $u_r^0 = 3.5\mu\text{m}$ est donnée Fig.4 (haut). L'écart relatif entre les pertes avec contraintes et les pertes sans contrainte est aussi représenté Fig.4 (bas). Dans les régions où la densité de pertes est supérieure à 10mJ/kg, on observe une diminution des pertes qui peut atteindre -30% dans les zones où la contrainte de traction est parallèle au champ (point 1, par exemple) et une augmentation des pertes qui peut atteindre $+30\%$ dans les zones où la contrainte de traction est perpendiculaire au champ (point 2, par exemple). L'effet des contraintes sur les cycles d'hystérésis aux points 1 et 2 est présenté Fig.5 (haut) : du fait de la présence de l'entrefer, la valeur maximale de l'induction est peu sensible à la contrainte dont l'effet est donc presque entièrement porté sur

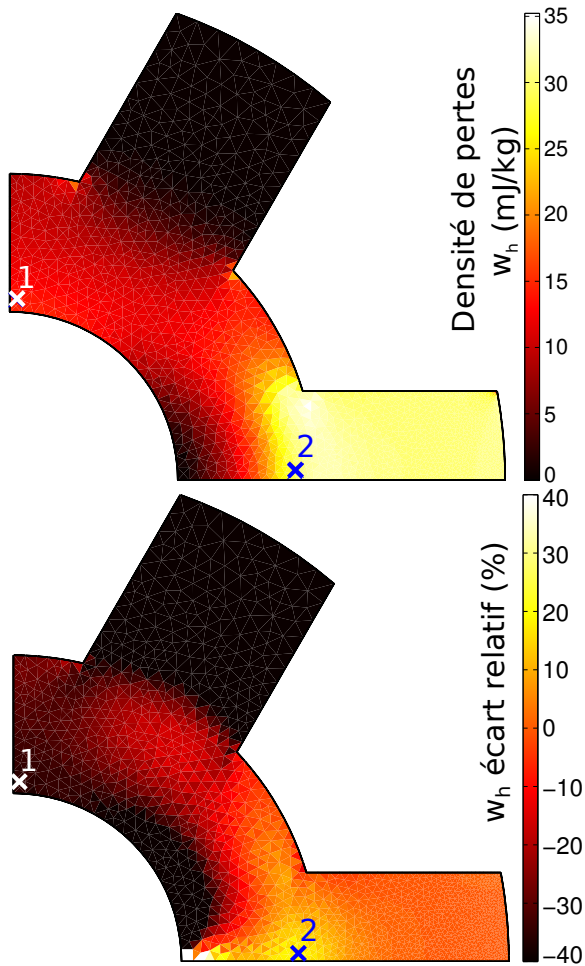


Fig. 4. Densité de pertes par hystérésis : valeur sous contrainte (haut) et écart relatif avec la configuration sans contrainte (bas).

le champ magnétique. Dans la configuration spécifique considérée ici, les pertes par hystérésis ont tendance à diminuer lorsque les contraintes dues au frettage augmentent Fig.5 (bas). On note une variation maximale d'environ -10% des pertes sur la plage de déplacements considérée, puis un début de saturation de cet effet.

4. CONCLUSION

Le modèle proposé constitue une nouvelle approche pour prendre en compte les effets des contraintes mécaniques dans les matériaux magnétiques. Son coût de calcul raisonnable permet de l'introduire efficacement dans la méthode des éléments finis. Les résultats obtenus montrent que, dans une configuration simplifiée mais cependant réaliste, un chargement magnéto-mécanique complexe modifie significativement la densité de pertes par hystérésis et doit être soigneusement pris en compte. Le modèle proposé est une extension du modèle de Jiles-Atherton vectoriel permettant une prise en compte des contraintes mécanique, mais pour le reste, il est bien sûr soumis aux mêmes limitations que le modèle original. En particulier, la représentation des cycles mineurs ainsi que le passage à la représentation de l'hystérésis dynamique peuvent être délicats.

5. RÉFÉRENCES

[1] L. Daniel, N. Galopin, "A constitutive law for magnetostrictive materials and its application to Terfenol-D single and polycrystals", *Eur. Phys. J.*

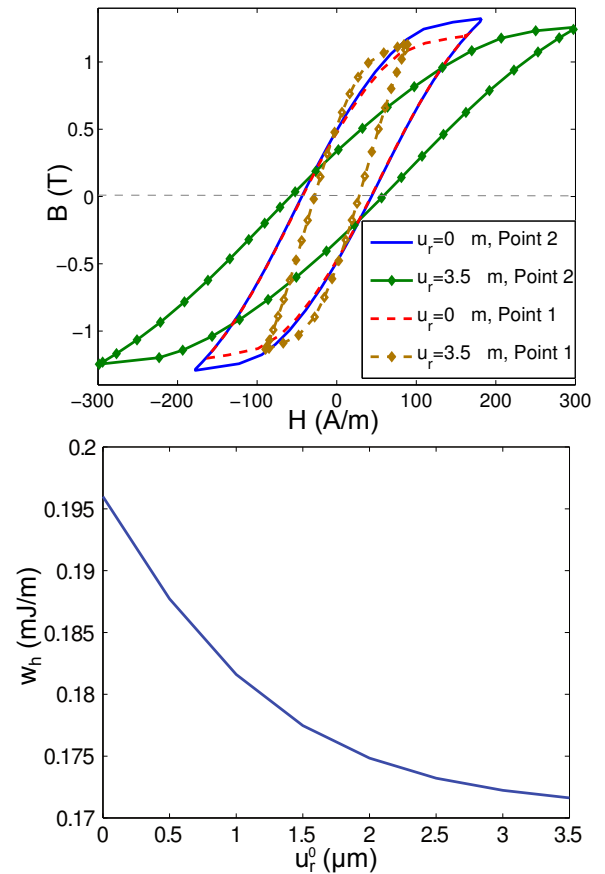


Fig. 5. Cycles d'hystérésis aux points 1 et 2, et pertes totales.

Appl. Phys., 42, pp. 153, 2008.

- [2] M.J. Sablik, D.C. Jiles, "Coupled magnetoelastic theory of magnetic and magnetostrictive hysteresis", *IEEE Trans. Magn.*, 29, pp. 2113, 1993.
- [3] A.J. Bergqvist, "A simple vector generalization of the Jiles-Atherton model of hysteresis", *IEEE Trans. Magn.*, 32(5), pp. 4213-4215, 1996.
- [4] L. Bernard, X. Mininger, L. Daniel, G. Krebs, F. Bouillault, M. Gabsi, "Effect of stress on switched reluctance motors : a magneto-elastic finite element approach based on multiscale constitutive laws", *IEEE Trans. Magn.*, 47(9), pp. 2171-2178, 2011.
- [5] D.C. Jiles, D.L. Atherton, "Theory of ferromagnetic hysteresis", *J. Appl. Phys.*, 55(6), pp. 2115-2120, 1984.
- [6] A. Pulnikov, R. Decoquer, V. Permiakov, L. Dupré, L. Vandeveld, R. Petrov, J. Melkebeek, Y. Houbaert, J. Gyselinck, H. Wisselink, "The relation between the magnetostriction and the hysteresis losses in the non-oriented electrical steels", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 290-291, 1454-1456, 2005.
- [7] J.V. Leite, N. Sadowski, P. Kuo-Peng, N.J. Batistela, J.P.A. Bastos and A.A. de Espindola, "Inverse Jiles-Atherton vector hysteresis model", *IEEE Trans. Magn.*, 40(4), pp. 1769-1775, 2004.
- [8] M. LoBue, C. Sasso, V. Basso, F. Fiorillo, G. Bertotti, "Power losses and magnetization process in Fe-Si non-oriented steels under tensile and compressive stress", *J. Magn. Magn. Mater.*, 215-216, pp. 124-126, 2000.
- [9] E. Dlal, A. Belahcen, A. Arkkio, "Locally convergent fixed-point method for solving time-stepping nonlinear field problems", *IEEE Trans. Magn.*, 43, 11, pp. 3969-3975, 2007.
- [10] Online at <http://www.freefem.org/ff++>.